Bloque 1 (Algebra Lineal) (*Puntuación máxima 3 puntos*)

Opción 1. Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} m & 0 & 1 \\ 1 & 0 & m \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcular los valores del parámetro **m** para los que **A** tenga inversa.
b) Para **m = 0**, calcula $\mathbf{A^3}$ y $\mathbf{A^{25}}$.
c) Para **m = 0**, hallar la matriz **X** que verifica **X. A = B**, siendo **B = (0 -1 -1)**

a) Una matriz tiene inversa siempre que su determinante no sea nulo.

$$|A|=\begin{vmatrix} m & 0 & 1 \\ 1 & 0 & m \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}=-(-1)\begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix}=m^2-1 \Rightarrow Si\ |A|=0 \Rightarrow m^2-1=0 \Rightarrow m^2=1 \Rightarrow m=\pm\sqrt{1} \Rightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=1 \end{cases}$$

$$\forall m \in \Re-\{-1\,,1\} \Rightarrow |A|\neq 0 \Rightarrow Existe\ A^{-1}$$

$b)$

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$A^3=A\cdot A^2=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}=(-1)\,I_3 \Rightarrow A^4=A\cdot A^3=A\cdot(-I_3)=-A$$

$$A^5=A\cdot A^4=A\cdot(-A)=-A^2 \Rightarrow A^6=A\cdot A^5=-A\cdot A^2=-A^3=-(-I_3)=I_3 \Rightarrow A^7=A\cdot A^6=A\cdot I_3=A$$

$$\begin{array}{l|l} 25 & 6 \\ \cline{2-2} \underline{|1|} & 4 \end{array}$$

$$A^{25}=A^1=A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$c)$

$$XAA^{-1}=BA^{-1} \Rightarrow XI=BA^{-1} \Rightarrow X=BA^{-1}$$

$$|A|=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}=-1\neq 0 \Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot\left(adj\ A^t\right) \Rightarrow A^t=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow adj\ A^t=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$A^{-1}=\frac{1}{(-1)}\cdot\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow X=\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Opción 2.- a) Discute e interpreta geométricamente de acuerdo con los valores del parámetro **m**, el sistema

$$\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x - 2y + z = m \\ mx - y + z = 0 \end{cases}$$

b) Resuelve, si es posible, para los casos **m = 0** y **m = 2**.

$a)$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ m & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ m-2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1)\cdot \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ m-2 & 0 \end{vmatrix} = (-1)\cdot(m-2) \Rightarrow Si\ |A| = 0 \Rightarrow (-1)\cdot(m-2) = 0 \Rightarrow$$

$$m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$\forall m \in \Re - \{2\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow rang\ (A) = 3 = Número\ de\ incognitas \Rightarrow Sistema\ Compatible\ Determinado$$

$$Los\ tres\ planos\ determinan\ una\ punto\ de\ corte\ común$$

$$Si\ m = 2 \Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 3 & -1 & -4 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -4 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -4 \end{array}\right) \Rightarrow rang\ (A) = rang\ (A/B) = 2 \Rightarrow$$

$$Sistema\ Compatible\ Indeterminado \Rightarrow Los\ tres\ planos\ determinan\ una\ recta\ intersección\ de\ todos$$

$b)$

$$Si\ m = 0 \Rightarrow Ecuación\ homogénea$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow 2z = 0 \Rightarrow -y + 0 = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x - 2\cdot 0 + 0 = 0 \Rightarrow$$

$$x = 0 \Rightarrow Solución\ trivial \Rightarrow (x\ ,\ y\ ,\ z) = (0\ ,\ 0\ ,\ 0)$$

$$Si\ m = 2 \Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -4 \end{array}\right) \Rightarrow 3y - z = -4 \Rightarrow z = 3y + 4 \Rightarrow x - 2y + 3y + 4 = 2 \Rightarrow x = -2 - y$$

$$\Rightarrow Solución\ (x\ ,\ y\ ,\ z) = (-2 - \lambda\ ,\ \lambda\ ,\ 4 + 3\lambda)$$

Bloque 2 (Geometría) (*Puntuación máxima 3 puntos*)

Opción 1.- a) Definiciones e interpretación geométrica del producto vectorial de dos vectores en $\Re^3$.
b) Calcular el vector unitario perpendicular a los vectores $\vec{u} = (1, -2, 2)$ y $\vec{v} = (1, 0, 1)$.
c) Calcular la distancia desde el origen de coordenadas al plano determinado por el punto **(1 ,1 , 1)** y los vectores $\vec{u} = (1, -2, 2)$ y $\vec{v} = (1, 0, 1)$.

a)
Dados dos vectores $\vec{u} = (\vec{u_1}, \vec{u_2}, \vec{u_3})$ y $\vec{v} = (\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3})$ llamamos **producto vectorial de** $\vec{u}$ **por** $\vec{v}$, y lo expresamos por $\vec{u} \wedge \vec{v}$ o $\vec{u} \times \vec{v}$, al vector

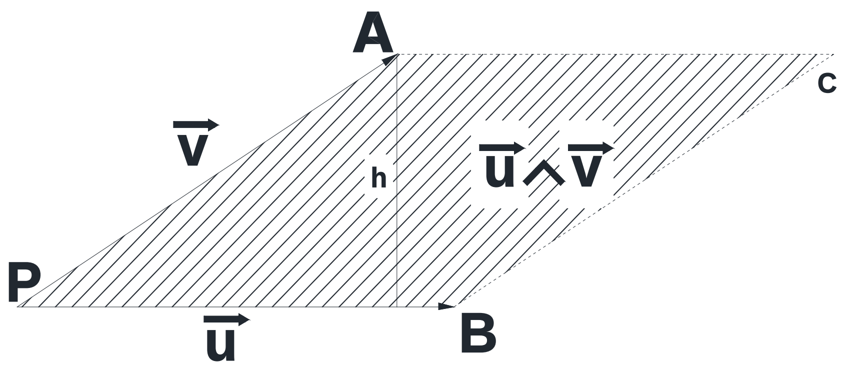
$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} \vec{u_2} & \vec{u_3} \\ \vec{v_2} & \vec{v_3} \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} \vec{u_1} & \vec{u_3} \\ \vec{v_1} & \vec{v_3} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \vec{u_1} & \vec{u_2} \\ \vec{v_1} & \vec{v_2} \end{vmatrix} \right)$$

Que una vez desarrollado lo podremos determinar, tomando la base canónica de V^3, $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, podemos obtener el producto vectorial de $\vec{u}$ por $\vec{v}$ como la solución del determinante según la expresión:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \vec{u_1} & \vec{u_2} & \vec{u_3} \\ \vec{v_1} & \vec{v_2} & \vec{v_3} \end{vmatrix}$$

Veamos la interpretación geométrica:

Sean los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ con origen común en un punto P. Se construye un paralelogramo trazando paralelas a estos vectores por sus extremos tal como se muestra en la figura



se verifica que $h = |\vec{v}| \cdot sen\,(u \wedge v)$, por lo tanto como se tiene, por las propiedades del producto vectorial que $|\vec{u} \wedge \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot sen\,(\vec{u} \wedge \vec{v}) = |\vec{u}| \cdot h = S$ en donde **S** es el área del paralelogramo **PABC** por ello el **módulo del producto vectorial** de dos **vectores es igual al área del paralelogramo definido por dos representantes de estos vectores que tengan el mismo origen**

Continuación de la Opción 1 del Bloque 2

b)

$$\begin{cases} \vec{u} = (1\,,-2\,,2) \\ \vec{v} = (1\,,0\,,1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_s} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} - \vec{j} = -2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow$$

$$\vec{s} = (-2\,,1\,,2) \Rightarrow \left|\vec{s}\right| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3 \Rightarrow Vector\ unitario \Rightarrow \left\|\vec{s}\right\| = \left(-\frac{2}{3}\,,\frac{1}{3}\,,\frac{2}{3}\right)$$

c) El vector director del plano π, que es el producto vectorial de los dos vectores y fue hallado en el apartado b), es perpendicular al vector **PG**, siendo **P** el punto dado y **G** el punto genérico del plano, y, debido a ello, su producto escalar es nulo y la ecuación pedida del plano.

Una vez obtenido el plano hallaremos su distancia al origen **O**.

$$\begin{cases} \overrightarrow{PG} = (x\,,y\,,z) - (1\,,1\,,1) = (x-1\,,y-1\,,z-1) \\ \overrightarrow{v_\pi} = \vec{s} = (-2\,,1\,,2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{PG} \perp \overrightarrow{v_\pi} \Rightarrow \overrightarrow{PG} \cdot \overrightarrow{v_\pi} = 0 \Rightarrow$$

$$(x-1\,,y-1\,,z-1)\cdot(-2\,,1\,,2) = 0 \Rightarrow -2\,(x-1) + (y-1) + 2\,(z-1) = 0 \Rightarrow \pi \equiv 2x - y - 2z + 1 = 0$$

$$d(O\,,\pi) = \frac{|2\cdot 0 - 0 - 2\cdot 0 + 1|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{|1|}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}\,u$$

Opción 2.- Dado el plano π : 2x + λ y + 3 = 0; y la recta $\begin{cases} x + 2y - 2z + 6 = 0 \\ 7x - y - 2z = 0 \end{cases}$

a) Calcular el valor de λ para que la recta **r** y el plano π sean paralelos.Para este valor de λ, calcular la distancia entre **r** y π.

b) ¿Para algún valor de λ, la recta **r** está contenida en el plano π? Justificar la respuesta.

c) ¿Por algún valor de λ, la recta **r** y el plano π son perpendiculares? Justificar la respuesta.

a) Si son paralelos la recta **r** y el plano π su vectores directores son perpendiculares y su producto escalar tiene que ser nulo

$$\begin{cases} x + 2y - 2z + 6 = 0 \\ -7x + y + 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow -6x + 3y + 6 = 0 \Rightarrow -2x + y + 2 = 0 \Rightarrow y = 2x - 2 \Rightarrow 7x - (2x-2) - 2z = 0 \Rightarrow$$

$$5x + 2 - 2z = 0 \Rightarrow 2z = 2 + 5x \Rightarrow z = 1 + \frac{5}{2}x \Rightarrow \overrightarrow{v_r} = \left(1\,,2\,,\frac{5}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r} = \left(1\,,2\,,\frac{5}{2}\right) \equiv (2\,,4\,,5) \\ \overrightarrow{v_\pi} = (2\,,\lambda\,,0) \end{cases} \Rightarrow Si\ \overrightarrow{v_r} \perp \overrightarrow{v_\pi} \Rightarrow \overrightarrow{v_r} \perp \overrightarrow{v_\pi} = 0 \Rightarrow (2\,,4\,,5)\cdot(2\,,\lambda\,,0) = 0 \Rightarrow 4 + 4\lambda = 0$$

$$4\lambda + 4 = 0 \Rightarrow 4\lambda = -4 \Rightarrow \lambda = -\frac{4}{4} = -1$$

b) La primera condición para que este contenida en el plano la recta r es la perpendicularidad de sus vectores directores resuelta en el aparatado a), la segunda condición es que cualquiera de sus puntos **R** (tomaremos el que indica su ecuación) pertenezca al plano

$$R(0\,,-2\,,1) \Rightarrow 2\cdot 0 + (-1)\cdot(-2) + 3 = 0 \Rightarrow 2 + 3 \neq 0 \Rightarrow No\ es\ punto\ del\ plano$$

La recta **r** no está contenida en el plano π, no hay ningún valor de λ que cumpla lo preguntado

Continuación de la Opción 2 del Bloque 2

c) Si la recta **r** es perpendicular al plano π sus vectores directores son iguales o proporcionales

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r} = (2\ ,\ 4\ ,\ 5) \\ \overrightarrow{v_\pi} = (2\ ,\ \lambda\ ,\ 0) \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{2} \neq \frac{5}{0} \Rightarrow \textit{No existe ningún valor de } \lambda$$

Bloque 3 (Análisis) (*Puntuación máxima 4 puntos*)

Opción 1.- a) Calcular la ecuación de la recta tangente a la gráfica **f (x) = (x + 1)e^{-x}** en el punto de corte de **f (x)** con el eje **OX**.
b) Calcular para f (x) = (x + 1) e^{-x} intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, puntos de inflexión, concavidad y convexidad.
c) Enunciad e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo integral.

a)

$$f(x) = 0 \Rightarrow (x+1)\, e^{-x} = 0 \Rightarrow \begin{cases} e^{-x} > 0 \Rightarrow \forall x \in \Re \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$f'(x) = e^{-x} - (x+1)\, e^{-x} = e^{-x}(1 - x - 1) = -xe^{-x} \Rightarrow f'(-1) = -(-1)e^{-(-1)} = e^1 = e \Rightarrow$$

$$\begin{cases} f(-1) = 0 \\ m = f'(-1) = e \end{cases} \Rightarrow y - 0 = e\,[x - (-1)] \Rightarrow y = ex + e \Rightarrow ex - y + e = 0$$

b)

$$Crecimiento \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow (-1)\, xe^{-x} > 0 \Rightarrow \begin{cases} -1 < 0 \Rightarrow \forall x \in \Re \\ x > 0 \\ e^{-x} > 0 \Rightarrow \forall x \in \Re \end{cases}$$

	$-\infty$ **0**	∞
-1 < 0	**(-)**	**(-)**
x > 0	**(-)**	**(+)**
e^{-x} > 0	**(+)**	**(+)**
Solución	**(+)**	**(-)**

Crecimiento $\forall x \in \Re \,/\, x < 0$ **Decrecimiento** $\forall x \in \Re \,/\, x > 0$

Máximo relativo en $x = 0 \Rightarrow f(0) = (0+1)\, e^{-0} = 1 \cdot e^0 = 1$ de crecimiento pasa a decrecimiento

Continuación de la Opción 1 del Bloque 3

$$f''(x) = -\left(e^{-x} - xe^{-x}\right) = -e^{-x}(1-x) = e^{-x}(x-1) \Rightarrow Concavidad \Rightarrow f''(x) > 0 \Rightarrow e^{-x}(x-1) > 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} e^{-x} > 0 \Rightarrow \forall x \in \Re \\ x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \end{cases}$$

	$-\infty$	**1**	∞
x >1	**(-)**	**(+)**	
$e^{-x} > 0$	**(+)**	**(+)**	
Solución	**(-)**	**(+)**	

Concavidad $\forall x \in \Re / x > 1$ **Convexidad** $\forall x \in \Re / x < 1$

Punto de inflexión $x = 1 \Rightarrow f(1) = (1+1)e^{-1} = \dfrac{2}{e}$

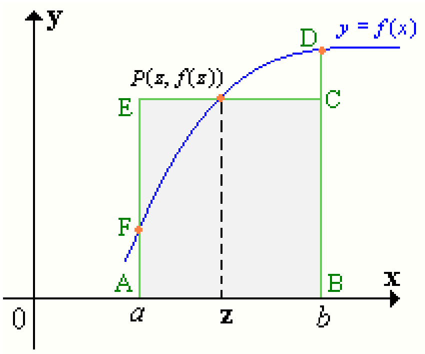
c) Establece que:
Si f es continua en [a, b] existe al menos un número c en [a, b] tal que

$$\int_a^b f(x)\,dx = f(c)\cdot(b-a)$$

Al número **f(c)** se le llama valor medio de **f** en el intervalo **[a, b]**

<u>Interpretación geométrica</u>

Si f es no negativa, f(x)≥ 0 , en [a, b] $\int_a^b f(x)\,dx$ mide el área encerrada entre la curva y = **f(x)** y las rectas **x = a** y **x = b**.
El teorema del valor medio del cálculo integral viene a decir que dicha área es igual al área de cierto rectángulo de base **b – a** y altura **f(c).**
En otras palabras, existe una recta horizontal tal que el área encerrada por la curva por encima de dicha recta coincide con el área encerrada por la curva por debajo de la recta en **[a, b].**



Opción 2.- a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo diferencial.
b) De todos los triángulos rectángulos con hipotenusa **10 cm**., calcula las longitudes de los catetos que corresponden a los de área máxima
c) Calcular el valor de **m**, para que el área del recinto delimitado por la recta **y = mx** y la curva **y = x³**, sea **2** unidades cuadradas.

a) **Teorema del valor medio o de Lagrange**

Si **f(x)** es continua en **[a , b]** y derivable en **(a , b)**, entonces existe, al menos, un punto $c \in (a\ ,b)$ tal que: $f(b) - f(a) = f'(c)(b-a)$

Geometricamente, como **f'(c) es** la pendiente de la recta tangente en el punto **c** y $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ es la pendiente de la cuerda que une los puntos **[a , f(a)]** y **[b , f(b)]**, el teorema dice que dichas rectas tienen la misma pendiente; luego si una función es continua en **[a , b]** y tiene tangente en todos los puntos de **(a , b)**, es decir, es derivable en **(a , b)**, entonces existe, al menos, un punto de **(a , b)** en el cual la recta tangente es paralela a la cuerda limitada por los puntos **[a , f(a)]** y **[b , f(b)]**

$b)$

$$\begin{cases} 10^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 = 100 - b^2 \Rightarrow a = \pm\sqrt{100-b^2} \Rightarrow \begin{cases} a = -\sqrt{100-b^2} \Rightarrow No\ es\ soluci\acute{o}n\ (negativo) \\ a = \sqrt{100-b^2} \end{cases} \\ S = \dfrac{1}{2}ab \end{cases} \Rightarrow$$

$$S = \frac{1}{2}b\sqrt{100-b^2} \Rightarrow S' = \frac{dS}{db} = \frac{1}{2}\cdot\left(\sqrt{100-b^2} + \frac{(-2)\,b}{2\sqrt{100-b^2}}b\right) = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{100-b^2-b^2}{\sqrt{100-b^2}}\right) = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{100-2b^2}{\sqrt{100-b^2}}\right)$$

$$S' = \frac{50-b^2}{\sqrt{100-b^2}} \Rightarrow Si\ S' = 0 \Rightarrow \frac{50-b^2}{\sqrt{100-b^2}} = 0 \Rightarrow 50 - b^2 = 0 \Rightarrow b^2 = 50 \Rightarrow b = \pm\sqrt{50} \Rightarrow \begin{cases} b = -\sqrt{50} \\ b = \sqrt{50} \end{cases} \Rightarrow$$

$$S'' = \frac{d^2S}{db^2} = \frac{-2b\sqrt{100-b^2} - \dfrac{(-2)\,b}{2\sqrt{100-b^2}}\left(50-b^2\right)}{100-b^2} = \frac{-2b\sqrt{100-b^2} + \dfrac{b\left(50-b^2\right)}{\sqrt{100-b^2}}}{100-b^2}$$

$$S'' = \frac{\dfrac{-2b\left(100-b^2\right) + b\left(50-b^2\right)}{\sqrt{100-b^2}}}{100-b^2} = \frac{-200b + 2b^3 + 50b - b^3}{\left(100-b^2\right)\sqrt{100-b^2}} = \frac{b^3 - 150b}{\left(100-b^2\right)\sqrt{100-b^2}} = \frac{b\left(b^2-150\right)}{\left(100-b^2\right)\sqrt{100-b^2}}$$

$$S''\left(\sqrt{50}\right) = \frac{\sqrt{50^2}\left(\sqrt{50^2}-150\right)}{\left(100-\sqrt{50^2}\right)\sqrt{100-\sqrt{50^2}}} = \frac{50(50-150)}{(100-50)\sqrt{100-50}} = \frac{50\,(-100)}{50\sqrt{50}} = -\frac{100}{\sqrt{50}} < 0 \Rightarrow M\acute{a}ximo$$

$$\begin{cases} b = \sqrt{50} \\ a = \sqrt{100-\sqrt{50}^2} = \sqrt{100-50} = \sqrt{50} \end{cases} \Rightarrow Tri\acute{a}ngulo\ rect\acute{a}ngulo\ is\acute{o}sceles$$

Continuación de la Opción 2 del Bloque 3

$$\text{Puntos de corte de las funciones con } OX \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{cases} mx = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x^3 = 0 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$\text{Puntos de corte entre funciones} \Rightarrow x^3 = mx \Rightarrow x^3 - mx = 0 \Rightarrow \left(x^2 - m\right) x = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x^2 - m = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{m} \\ x = -\sqrt{m} \end{cases} \end{cases}$$

$$A = 2 = \left| \int_{-\sqrt{m}}^{0} mx\, dx \right| - \left| \int_{-\sqrt{m}}^{0} x^3 dx \right| + \int_{0}^{\sqrt{m}} mx\, dx - \int_{0}^{\sqrt{m}} x^3\, dx \Rightarrow - \int_{-\sqrt{m}}^{0} mx\, dx + \int_{-\sqrt{m}}^{0} x^3 dx + \int_{0}^{\sqrt{m}} mx\, dx - \int_{0}^{\sqrt{m}} x^3\, dx = 2 \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2} \cdot m \cdot \left[x^2\right]_{-\sqrt{m}}^{0} + \frac{1}{4} \cdot \left[x^4\right]_{-\sqrt{m}}^{0} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left[x^2\right]_{0}^{\sqrt{m}} - \frac{1}{4} \cdot \left[x^4\right]_{0}^{\sqrt{m}} = 2$$

$$-\frac{m}{2} \cdot \left[0^2 - \left(-\sqrt{m}\right)^2\right] + \frac{1}{4} \cdot \left[0^4 - \left(-\sqrt{m}\right)^4\right] + \frac{m}{2} \cdot \left(\sqrt{m^2} - 0^2\right) - \frac{1}{4} \cdot \left(\sqrt{m^4} - 0^4\right) = 2 \Rightarrow$$

$$-\frac{m}{2} \cdot (-m) - \frac{m^2}{4} + \frac{m}{2} \cdot m - \frac{m^2}{4} = 2 \Rightarrow \frac{m^2}{2} + \frac{m^2}{2} - \frac{1}{4} \cdot m^2 - \frac{1}{4} \cdot m^2 = 2 \Rightarrow m^2 - \frac{1}{2} \cdot m^2 = 2 \Rightarrow$$

$$\frac{m^2}{2} = 2 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm\sqrt{4} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$$