

Derivadas

1°.- Calcular la derivada de la siguiente función, y simplifica el resultado:

$$f(x) = \arctan \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$$

Solución:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{1 + \frac{x+1}{x-1}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}} \cdot \frac{-2}{(x-1)^2} = \frac{-1}{2x(x-1)\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}} = \\ &= -\frac{1}{2x\sqrt{\frac{(x-1)^2(x+1)}{x-1}}} = -\frac{1}{2x\sqrt{x^2-1}} \end{aligned}$$

2°.- Estudiar la derivabilidad de la función:

$$f(x) = e^{|x|} + |x-1|$$

Solución:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} - x + 1 & \text{si } x < 0 \\ e^x - x + 1 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ e^x + x - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$f'_{\text{auxiliar}}(x) = \begin{cases} -e^{-x} - 1 & \text{si } x < 0 \\ e^x - 1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ e^x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad \text{y como } f'(0) \text{ no existe pues } \begin{cases} f'_-(0) = -2 \\ f'_+(0) = 0 \end{cases} \quad \text{y}$$

$$f'(1) \text{ no existe pues } \begin{cases} f'_-(1) = e - 1 \\ f'_+(1) = e + 1 \end{cases}, \text{ la derivada de funciones}$$

$$f'(x) = \begin{cases} -e^{-x} - 1 & \text{si } x < 0 \\ e^x - 1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ e^x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

.....
3°.- Encuentra la derivada y' de la función:

$$x^2 y + xy^2 = 2$$

Solución:

$$2xydx + x^2 dy + y^2 dx + 2xydy = 0$$

y dividiendo por dx

$$2xy + x^2 \frac{dy}{dx} + y^2 + 2xy \frac{dy}{dx} = 0$$

y despejando $\frac{dy}{dx} = y'$

$$y' = -\frac{2xy + y^2}{x^2 + 2xy}$$