EXAMEN – Divisibilidad y números enteros (RESUELTO)

Ejercicio 1. (1 pto.)

Descompón los siguientes números en factores primos:

a) 540

b) 648

c) 4312

a) 540$= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = \mathbf{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5}$

$540:2$	540	2
$270:2$	270	2
$135:3$	135	3
$45:3$	45	3
$15:3$	15	3
$5:5$	5	5
	1	

b) 648$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \mathbf{2^3 \cdot 3^4}$

648	2
324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

c) 4312$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11 = \mathbf{2^3 \cdot 7^2 \cdot 11}$

4312	2
2156	2
1078	2
539	7
77	7
11	11
1	

Recuerda: Para descomponer un número en factores primos, lo dividimos entre 2 tantas veces como sea posible; después, entre 3; después, entre 5, … y así sucesivamente entre los siguientes primos hasta obtener 1 en el cociente.

Ejercicio 2. (1 pto.)

Calcula utilizando el método óptimo en cada caso:

a) Mínimo común múltiplo= mín.c.m (72; 900)

b) Máximo común divisor = máx.c.d (165; 275)

a) Mínimo común múltiplo= mín.c.m (72; 900)

1) Descomponer en números primos

$72 = 2^3 \cdot 3^2$

$900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

900	2
450	2
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

2) Se toman todos los factores primos comunes y no comunes elevados cada uno al mayor exponente que aparece:

$72 = 2^3 \cdot 3^2$

$900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

3) $\text{mín.c.m } (72; 900) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = \mathbf{1800}$

Recuerda que para calcular el mínimo común múltiplo de varios números:
1. Se descomponen los números en factores primos.
2. Se toman todos los factores primos (comunes y no comunes) elevado cada uno al mayor exponente con el que aparece.
3. Se multiplican los factores elegidos.

b) Máximo común divisor = máx.c.d (165; 275)

1) Descomponer en números primos

165	3
55	5
11	11
1	

275	5
55	5
11	11
1	

165= $3 \cdot 5 \cdot 11$

275= $5^2 \cdot 11$

2) Se toman todos los factores primos comunes elevados cada uno al menor exponente que aparece:

165= $3 \cdot 5 \cdot 11$

275= $5^2 \cdot 11$

3) máx.c.d (165; 275)= $5 \cdot 11 = \mathbf{55}$

Recuerda que para calcular el máximo común divisor de varios números:

1. Se descomponen los números en factores primos.

2. Se toman solamente los factores primos comunes, elevado cada uno al menor exponente con el que aparece.

3. Se multiplican los factores elegidos.

Ejercicio 3. (2 ptos.)

En una pastelería se han fabricado 1400 rosquillas y 1625 mantecados, que se desean comercializar en bolsas con el mismo número de unidades y sin mezclar ambos productos. ¿Cuántas rosquillas o cuántos mantecados se deben poner en cada bolsa para minimizar el número de bolsas?

Emplea el máximo común divisor, porque:

1. Bolsas con un número entero de unidades (sin que sobre ninguna) = Divisor
2. El mismo número de unidades por bolsa = Común
3. Mínimo número de bolsas = máximo número de unidades por bolsa = Máximo

M.C.D. = (1400; 1625)

1) Descomponer en números primos

1400= $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$
1625= $5^3 \cdot 13$

1400	2
700	2
350	2
175	5
35	5
7	7
1	

1625	5
325	5
65	5
13	13
1	

2) Se toman todos los factores primos comunes elevados cada uno al menor exponente que aparece:

   1400= $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$
   1625= $5^3 \cdot 13$

3) M.C.D. (1400; 1625)= $5^2 = \mathbf{25}$ ⇒**se pueden poner rosquillas o mantecados en cada bolsa**

Se emplea el máximo común divisor pues la idea es tratar de dividir dos cantidades de productos distintos en un número igual (divisible común a ambos).

Ejercicio 4. (2 ptos.)

Resuelve y di la regla básica empleada:

$$-2+[(+3)\cdot(-11)-(-49):7]\cdot(-8)-\{[6+5\cdot(-5)]\cdot 4\}$$

Recuerda que el orden para resolver de las operaciones es: 1) paréntesis o corchetes de adentro hacia afuera, 2) multiplicar o dividir; 3) sumar o restar

$$-2+[(+3)\cdot(-11)-(-49):7]\cdot(-8)-\{[6+(-5)\cdot 5]\cdot 4\}$$

$(+)\cdot(-)=(-)$ $(-):(+)=(-)$ $(-)\cdot(+)=(-)$

$$-2+[(-33)-(-7)]\cdot(-8)-\{[6+(-25)]\cdot 4\}$$

$-(-a)=+a$ $+(-a)=-a$

$$-2+[(-33)+7]\cdot(-8)-\{[6-25]\cdot 4\}$$

Restan y signo del mayor *Restan y signo del mayor*

$$-2 + \underbrace{[-26]\cdot(-8)}_{(-)\cdot(-)=(+)} - \underbrace{\{[-19]\cdot 4\}}_{(-)\cdot(+)=(-)}$$

$$-2 + 208 \underbrace{- \{-76\}}_{-(-a)=+a}$$

$$-2 + 208 + 76 = -2 + 284 = \mathbf{282}$$

Restan y signo del mayor

Ejercicio 5. (2 ptos.)

Expresa como potencia única y calcula, di la regla empleada:

$a)\ (-5)^8 : (-5)^5$

b) $(2^3)^4 : 2^8$

c) $[(-3)^4]^2 \cdot [(-3)^3]^2$

$a^m : a^n = a^{m-n}$

a) $(-5)^8 : (-5)^5 = (-5)^{8-5} = (-5)^3 = \mathbf{-125}$

$(a^m)^n = a^{m\cdot n}$ $a^m : a^n = a^{m-n}$

b) $(2^3)^4 : 2^8 = 2^{3\cdot 4} : 2^8 = 2^{12} : 2^8 = 2^{12-8} = 2^4 = \mathbf{16}$

$(a^m)^n = a^{m\cdot n}$

c) $[(-3)^4]^2 \cdot [(-3)^3]^2 = (-3)^{4\cdot 2} \cdot (-3)^{3\cdot 2} =$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ *Exponente par*

$$= (-3)^8 \cdot (-3)^6 = (-3)^{8+6} = (-3)^{14} = \mathbf{3^{14}}$$

Recuerda: Al elevar un número negativo a una potencia:

Si el exponente es par: $(-a)^{par} \Rightarrow$*positivo;*

Si el exponente es impar: $(-a)^{impar} \Rightarrow$*negativo*

Ejercicio 6. (2 ptos.)

Calcula y justifica:

a) $\sqrt{64}$

b) $\sqrt{144}$

c) $\sqrt{-25}$

d) $\sqrt{400}$

a) $\sqrt{64} = \pm\mathbf{8} \Rightarrow (8)^2 = 64 \text{ y } (-8)^2 = 64$

b) $\sqrt{144} = \pm\mathbf{12} \Rightarrow (12)^2 = 144 \text{ y } (-12)^2 = 144$

c) $\sqrt{-25} \Rightarrow \textbf{no tiene raíz cuadrada} \Leftrightarrow \textit{no existe } x^2 = -25$

d) $\sqrt{400} = \pm\mathbf{20} \Rightarrow (20)^2 = 400 \text{ y } (-20)^2 = 400$

Recuerda: La raíz cuadrada es la operación inversa de elevar al cuadrado. $\sqrt{a} = b \Rightarrow b^2 = a$. Un número positivo tiene dos raíces cuadradas. Un número negativo no tiene raíz cuadrada.