1. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x)=2x+1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

b) $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x-2=0\}=\Re-\{2\}$

c) $f(x)=(x-1)^3$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

d) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-1=0\}=\Re-\{-1,1\}$

$x^2-1=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x=-1$ ò $x=1$

e) $f(x)=\dfrac{1}{x^3}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^3=0\}=\Re-\{0\}$

$x^3=0 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{0} \Leftrightarrow x=0$

f) $f(x)=x^2+x+1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

g) $f(x)=\dfrac{7}{x^2-25}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-25=0\}=\Re-\{-5,5\}$

$x^2-25=0 \Leftrightarrow x^2=25 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{25} \Leftrightarrow x=-5$ ò $x=5$

h) $f(x)=\dfrac{1}{x^4-1}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^4-1=0\}=\Re-\{-1,1\}$

$x^4-1=0 \Leftrightarrow x^4=1 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x=-1$ ò $x=1$

i) $f(x)=x^5-2x+6$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

j) $f(x)=\dfrac{x^7-2}{x^2-3x+4}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-3x+4=0\}=\Re$

$x^2-3x+4=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-16}}{2}=$ no existe solución real

k) $f(x)=\dfrac{2-x}{(x+1)^2}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/(x+1)^2=0\}=\Re-\{-1\}$

$(x+1)^2=0 \Leftrightarrow x=-1$

l) $f(x)=x^9-6x^4+9$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

m) $f(x)=x^3-5x^2+6x$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

n) $f(x)=\sqrt{2x-4}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re / 2x-4\geq 0\}=[2,+\infty)$

$2x-4\geq 0 \Leftrightarrow 2x\geq 4 \Leftrightarrow x\geq 2 \Leftrightarrow x\in[2,+\infty)$

o) $f(x)=\dfrac{3}{1-x}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/1-x=0\}=\Re-\{1\}$

p) $f(x)=\sqrt[3]{x-2}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom(y=x-2)=\Re$

q) $f(x)=\sqrt{x-2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re / x-2\geq 0\}=[2,+\infty)$

r) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re / x-2>0\}=(2,+\infty)$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0.

s) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x-2}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{2\}$

Nota: El denominador no puede ser 0 $\Rightarrow \sqrt[3]{x-2}\neq 0 \Leftrightarrow x-2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 2$

t) $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2-4}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-4=0\}=\Re-\{-2,2\}$

$x^2-4=0 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x=-2$ ò $x=2$

u) $f(x)=\dfrac{x^2-4x}{x^2+16}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2+16=0\}=\Re$

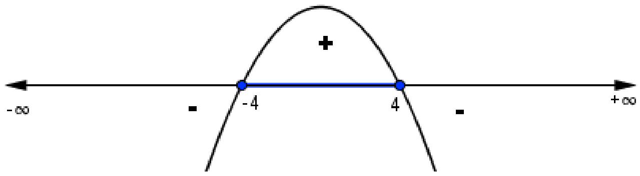
$x^2+16=0 \Leftrightarrow x^2=-16 \Rightarrow$ no tiene solución real

v) $f(x)=\sqrt[4]{16-x^2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re / 16-x^2\geq 0\}=[-4,4]$

Tenemos que resolver la inecuación: $16-x^2\geq 0$

Ceros

$16 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{16} \Leftrightarrow x = -4$ ò $x = 4$



w) $f(x) = \sqrt[3]{16 - x^2}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = Dom(y = 16 - x^2) = \Re$

x) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \left\{ x \in \Re / \frac{x-1}{x} \geq 0 \right\}$

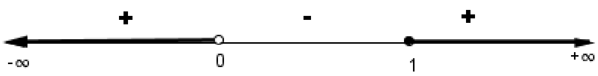
Tenemos que resolver la inecuación: $\frac{x-1}{x} \geq 0$

Ceros

$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Polos

$x = 0$



Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$

y) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = Dom\left(y = \frac{x-1}{x} \right) = \Re - \{0\}$

z) $f(x) = \frac{3x+5}{2x^2 - 4x - 6}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / 2x^2 - 4x - 6 = 0\} = \Re - \{-1, 3\}$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{4} = \begin{cases} x = \frac{4+8}{4} = 3 \\ x = \frac{4-8}{4} = -1 \end{cases}$$

2. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 - x - 8$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / x > 0\} = (0, +\infty)$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente positivo.

c) $f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{0\}$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso no puede ser 0

d) $f(x)=\sqrt[5]{x^2-1}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom(y=x^2-1)=\Re$

e) $f(x)=\frac{1}{\sqrt[5]{x^2-1}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-1=0\}=\Re-\{-1,1\}$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso no puede ser 0

$\sqrt[5]{x^2-1}\neq 0 \Leftrightarrow x^2-1\neq 0 \Leftrightarrow x^2\neq 1 \Leftrightarrow x\neq \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x\neq \pm 1$

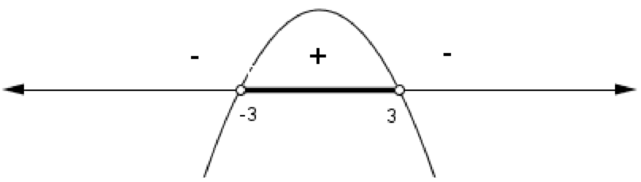
f) $f(x)=\frac{1}{\sqrt[4]{9-x^2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x/9-x^2>0\}$

(Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha der ser estrictamente mayor que 0)

Tenemos que resolver la inecuación : $9-x^2>0$

<u>Ceros</u>

$9-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x=-3$ ò $x=3$



Por tanto, $Dom(f)=(-3,3)$

g) $f(x)=\frac{5x^3-8}{1+x+x^2}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2+x+1=0\}=\Re$

$x^2+x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{1-4}}{2}=$ no existe solución real

h) $f(x)=6x^3-2x+8$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

i) $f(x)=6x-2\sqrt{x}+8$ $\rightarrow Dom(f)=Dom(y=\sqrt{x})=[0,+\infty)$

j) $f(x)=\frac{2x+23}{3x^2-x+7}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/3x^2-x+7=0\}=\Re$

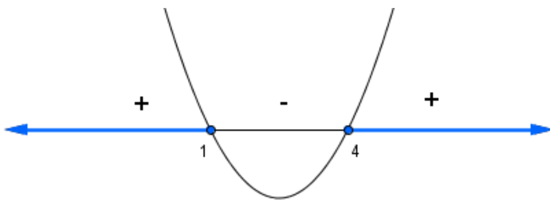
$$3x^2 - x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1-84}}{6} = \text{no existe solución real}$$

k) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / x^2 - 5x + 4 \geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2 - 5x + 4 \geq 0$

Ceros

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \end{cases}$$



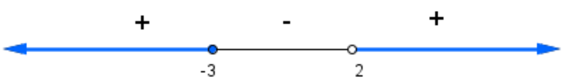
Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

l) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+3}{x-2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \left\{x \in \Re / \dfrac{x+3}{x-2} \geq 0\right\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $\dfrac{x+3}{x-2} \geq 0$

Ceros: $x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$

Polos: $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$



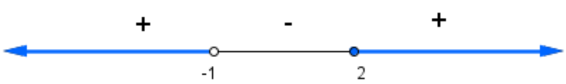
Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, -3] \cup (2, +\infty)$

m) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-2}{x+1}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \left\{x \in \Re / \dfrac{x-2}{x+1} \geq 0\right\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $\dfrac{x-2}{x+1} \geq 0$

Ceros: $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Polos: $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

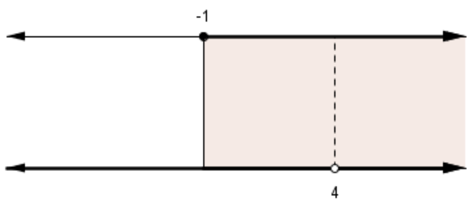


Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,-1)\cup[2,+\infty)$

n) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-4}$

Como $f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)}\Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y=\sqrt{x+1}\rightarrow$ Dominio $=\{x\in\Re / x+1\geq 0\}=[-1,+\infty)$
- $y=x-4\rightarrow$ Dominio $=\Re$
- $x-4\neq 0\Leftrightarrow x\neq 4$



Por tanto, $Dom(f)=[-1,4)\cup(4,+\infty)$

o) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt[3]{x-6}}$

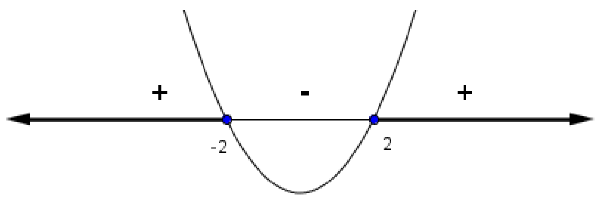
Como $f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)}\Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y=\sqrt{x^2-4}\rightarrow$ Dominio $=\{x\in\Re / x^2-4\geq 0\}=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

  Tenemos que resolver la inecuación : $x^2-4\geq 0$

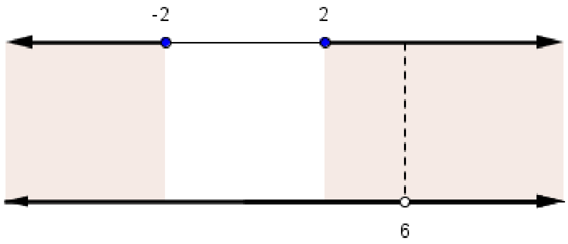
  <u>Ceros</u>

$x^2-4=0\Leftrightarrow x^2=4\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{4}\Leftrightarrow x=-2$ ò $x=2$



- $y=\sqrt[3]{x-6}\rightarrow$ Dominio $=\Re$
- $\sqrt[3]{x-6}\neq 0\Leftrightarrow x\neq 6$

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty,-2] \cup [2,6) \cup (6,+\infty)$



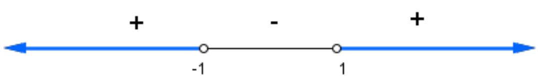
p) $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x^4 - 1}}$

Como $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y = x^2 - 5x + 6 \rightarrow$ Dominio $= \Re$
- $y = \sqrt{x^4 - 1} \rightarrow$ Dominio $= \{x \in \Re \,/\, x^4 - 1 > 0\} = (-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$ (La desigualdad es estricta porque el denominador no puede ser 0)

<u>Ceros</u>

$x^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x = -1$ ò $x = 1$



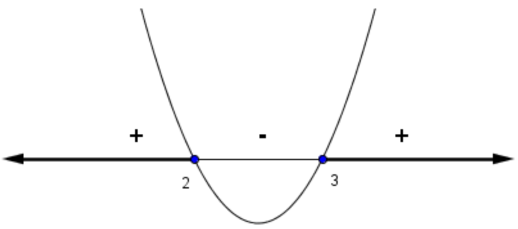
Por tanto, $Dom(f) = (-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$

q) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re \,/\, x^2 - 5x + 6 \geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación : $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

<u>Ceros</u>

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$



Por tanto $Dom(f) = (-\infty,2] \cup [3,+\infty)$

r) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x^6-5x+1}{x^2-4x+4}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\dfrac{x^6-5x+1}{x^2-4x+4}\right)=$

$=\Re-\{x/x^2-4x+4=0\}=\Re-\{2\}$

$$x^2-4x+4=0\Leftrightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{16-16}}{2}=\frac{4\pm 0}{2}=\begin{cases}\dfrac{4+0}{2}=2\\[2ex]\dfrac{4-0}{2}=2\end{cases}$$

s) $f(x)=\sqrt[4]{\dfrac{x(x+7)}{x^2+5x+6}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\left\{x\in\Re/\dfrac{x(x+7)}{x^2+5x+6}\geq 0\right\}$

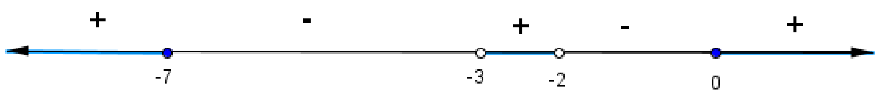
Tenemos que resolver la inecuación: $\dfrac{x(x+7)}{x^2+5x+6}\geq 0\Leftrightarrow\dfrac{x(x+7)}{(x+2)(x+3)}\geq 0$

Ceros

$x(x+7)=0\Leftrightarrow x=0$ o $x=-7$

Polos

$x^2+5x+6=0\Leftrightarrow x=-3$ o $x=-2$



Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,-7]\cup(-3,-2)\cup[0,+\infty)$

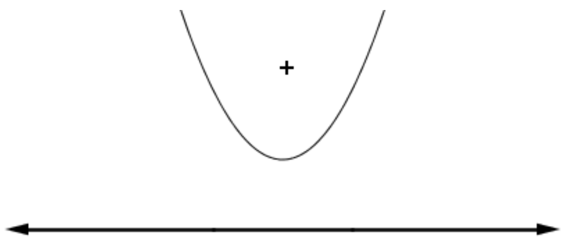
t) $f(x)=21x^3-7x-81$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

u) $f(x)=\sqrt{x^2-2x+3}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/x^2-2x+3\geq 0\}=\Re$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-2x+3\geq 0$

Ceros

$x^2-2x+3=0\Leftrightarrow x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-12}}{2}=$ no tiene solución real



v) $f(x)=\dfrac{7x+9}{9x^4+7}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/9x^4+7=0\}=\Re$

$9x^4+7=0 \Leftrightarrow x^4=-\dfrac{7}{9} \Rightarrow$ no tiene solución real

w) $f(x)=\dfrac{7x+9}{3x^3-81}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/3x^3-81=0\}=\Re-\{3\}$

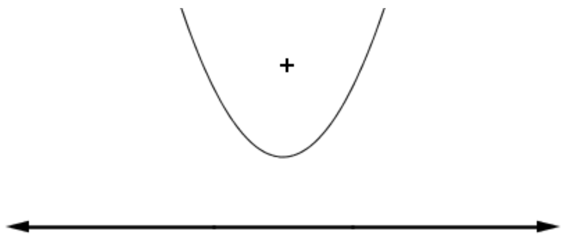
$3x^3-81=0 \Leftrightarrow x^3=\dfrac{81}{3} \Leftrightarrow x^3=27 \Leftrightarrow x=3$

x) $f(x)=\sqrt[6]{8+3x^2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/8+3x^2\geq 0\}=\Re$

Tenemos que resolver la inecuación : $8+3x^2\geq 0$

<u>Ceros</u>

$8+3x^2=0 \Leftrightarrow x^2=-\dfrac{8}{3} \Rightarrow$ no tiene solución real



y) $f(x)=\dfrac{2x+7}{\sqrt[3]{9-x}}$

Como $f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y=2x+7 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$
- $y=\sqrt[3]{9-x} \rightarrow \text{Dominio}=\Re$
- $\sqrt[3]{9-x}\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 9 \rightarrow$ luego 9 no está en el dominio porque anula al denominador

Por tanto, $Dom(f)=\Re-\{9\}$

z) $f(x)=\dfrac{2x+7}{\sqrt[6]{9-x}}$

- $y=2x+7 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$

- $y = \sqrt[6]{9 - x} \rightarrow$ Dominio $= \{x \in \Re / 9 - x > 0\} = (-\infty, 9)$ (mayor estricto porque el radical está en el denominador y, por tanto, no puede anularse)

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, 9)$

3. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x^2 + 1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ (similar al ejercicios 9.k))

Función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / x^2 - 1 \geq 0\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

c) $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x}{x^2 - 1}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / x^2 - 1 = 0\} = \Re - \{-1, 1\}$

$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = -1$ ò $x = 1$

d) $f(x) = \dfrac{x - 3}{2x + 5}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / 2x + 5 = 0\} = \Re - \left\{-\dfrac{5}{2}\right\}$

$2x + 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{2}$

e) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 3x + 2}}$

Función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \left\{x \in \Re / \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 3x + 2} \geq 0\right\}$

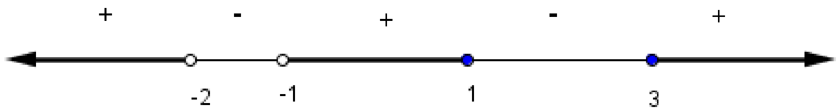
Tenemos que resolver la inecuación: $\dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 3x + 2} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{(x-1)(x-3)}{(x+2)(x+1)} \geq 0$

Ceros

$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ o $x = 3$

Polos

$x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ o $x = -1$



Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, -2) \cup (-1, 1] \cup [3, +\infty)$

f) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 9}$

$f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y=\sqrt{x^2-4} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re / x^2-4\geq 0\}=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$
- $y=x^2-9 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$
- $x^2-9\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \pm 3$

El dominio es el conjunto de números reales que cumplen todas las condiciones anteriores $\Rightarrow$
$\Rightarrow Dom(f)=(-\infty,-3)\cup(-3,-2]\cup[2,3)\cup(3,+\infty)$

g) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^3-2x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\dfrac{1}{x^3-2x}\right)=$

$=\Re-\{x/x^3-2x=0\}=\Re-\{0,\pm\sqrt{2}\}$

$$x^3-2x=0 \Leftrightarrow x\cdot(x^2-2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2-2=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2} \end{cases}$$

h) $f(x)=\dfrac{x^3-6x^2+4x+8}{x^3-x^2-9x+9}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^3-x^2-9x+9=0\}$

$x^3-x^2-9x+9=0$

	1	−1	−9	9
1		+1	0	−9
	1	0	−9	0

$$x^3-x^2-9x+9=0 \Leftrightarrow (x-1)\cdot(x^2-9)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2-9=0 \Rightarrow x=\pm 3 \end{cases}$$

Por tanto, $Dom(f)=\Re-\{-3,0,3\}$

i) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4x+3}}{2x+6}$

$f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y=\sqrt{x^2-4x+3} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re / x^2-4x+3\geq 0\}=(-\infty,1]\cup[3,+\infty)$
- $y=2x+6 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$
- $2x+6\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -3 \rightarrow$ luego -3 no pertenece al dominio porque anula al denominador

El dominio lo constituyen los números reales que cumplen todas las condiciones anteriores.

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty,-3) \cup (-3,1] \cup [3,+\infty)$

j) $f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / x^2 - 1 = 0\} = \Re - \{-1,1\}$

k) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2-3x+2}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / x^2 - 3x + 2 = 0\} = \Re - \{1,2\}$

$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ò $x = 2$

l) $f(x) = x^2 - x + 1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

m) $f(x) = \dfrac{x^2-3}{x^3-2x^2-x+2}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0\}$

$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & -1 & 2 \\ 1 & & +1 & -1 & -2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)\cdot(x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \quad \text{o} \quad x = 2 \end{cases}$$

Por tanto, $Dom(f) = \Re - \{-1,1,2\}$

n) $f(x) = \dfrac{x}{x^2+4}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / x^2 + 4 = 0\} = \Re$

$x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -4 \Rightarrow$ no existe solución real

Las apartados siguientes o), p), q), r), s) y t) son similares a los apartados 9.k) y 9.l)

o) $f(x) = \sqrt{x-2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / x - 2 \geq 0\} = [2,+\infty)$

p) $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2}$ función radical con índice par

$\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / x^2 - x - 2 \geq 0\} = (-\infty,-1] \cup [2,+\infty)$

q) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2\sqrt{2}x - 2}$ función radical con índice par

$\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / x^2 - 2\sqrt{2}x - 2 \geq 0\} = (-\infty, \sqrt{2} - 2] \cup [\sqrt{2} + 2,+\infty)$

$$x^2-2\sqrt{2}x-2=0 \Leftrightarrow x=\frac{2\sqrt{2}\pm\sqrt{8+8}}{2}=\frac{2\sqrt{2}\pm 4}{2}=\begin{cases}\frac{2\sqrt{2}+4}{2}=\sqrt{2}+2\\ \\ \frac{2\sqrt{2}-4}{2}=\sqrt{2}-2\end{cases}$$

r) $f(x)=\sqrt{3x-x^2+4}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/3x-x^2+4\geq 0\}=[-1,4]$

s) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x^2-4}}$ (similar a 9.s))

Función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\left\{x\in\Re/\frac{x-1}{x^2-4}\geq 0\right\}=(-2,1]\cup(2,+\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación: $\frac{x-1}{x^2-4}\geq 0$

(No lo desarrollo con detalle porque ya hemos resuelto muchas inecuaciones de este tipo)

t) $f(x)=\sqrt{(x-1)(x-3)^5}$ función radical con índice par

$\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/(x-1)(x-3)^5\geq 0\}=(-\infty,1]\cup[3,+\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación: $(x-1)(x-3)^5\geq 0$

u) $f(x)=2+|x-3|\rightarrow Dom(f)=\Re$

v) $f(x)=\sqrt[3]{\frac{x}{1-|x|}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\frac{x}{1-|x|}\right)=\Re-\{-1,1\}$

$Dom\left(y=\frac{x}{1-|x|}\right)=\Re-\{x/1-|x|=0\}=\Re-\{-1,1\}$

$1-|x|=0\Leftrightarrow|x|=1\Leftrightarrow x=\pm 1$

w) $f(x)=\left|\frac{2}{x-2}\right|\rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\frac{2}{x-2}\right)=\Re-\{2\}$

x) $f(x)=\frac{2}{|x|-2}\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/|x|-2=0\}=\Re-\{-2,2\}$

$|x|-2=0\Leftrightarrow|x|=2\Leftrightarrow x=\pm 2$

y) $f(x)=\frac{1-x}{x^2-|x|}\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-|x|=0\}=\Re-\{-1,0,1\}$

$$x^2-|x|=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x=0 \quad \text{si} \quad x<0 \Rightarrow \cancel{x=0} \quad \text{o} \quad x=-1 \\ \\ x^2-x=0 \quad \text{si} \quad x\geq 0 \Rightarrow x=0 \quad \text{o} \quad x=1 \end{cases}$$

z) $f(x)=\dfrac{1-x}{|4x|-x^2} \rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/|4x|-x^2=0\}=\Re-\{-4,0,4\}$

$$|4x|-x^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4x-x^2=0 \quad \text{si} \quad 4x<0 \\ \\ 4x-x^2=0 \quad \text{si} \quad 4x\geq 0 \end{cases} = \begin{cases} -4x-x^2=0 \quad \text{si} \quad x<0 \Rightarrow \cancel{x=0} \quad \text{o} \quad x=-4 \\ \\ 4x-x^2=0 \quad \text{si} \quad x\geq 0 \Rightarrow x=0 \quad \text{o} \quad x=4 \end{cases}$$

4. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

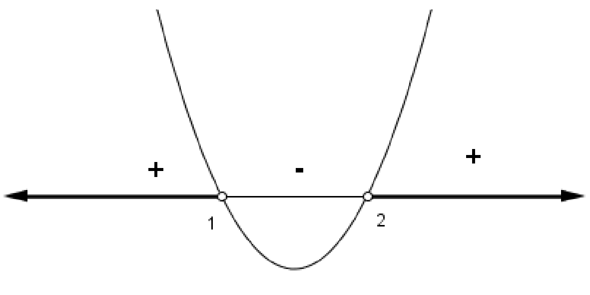
a) $f(x)=\ln(x^2-3x+2) \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x^2-3x+2>0\}=(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación : $x^2-3x+2>0$

<u>Ceros</u>

$$x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\frac{3\pm 1}{2}\begin{cases}2\\ \\1\end{cases}$$

Por tanto $Dom(f)=(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$



b) $f(x)=\sqrt{\ln x-1} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/\ln x-1\geq 0\}=\{x\in\Re/\ln x\geq 1\}=[e,+\infty)$

$\ln x\geq 1 \Leftrightarrow e^{\ln x}\geq e^1 \Leftrightarrow x\geq e \Leftrightarrow x\in[e,+\infty)$

c) $f(x)=\sqrt{\ln\left(\dfrac{3x-x^2}{x+1}\right)} \rightarrow \text{Dominio}=\left\{x\in Dom\left(y=\ln\left(\dfrac{3x-x^2}{x+1}\right)\right)/\ln\left(\dfrac{3x-x^2}{x+1}\right)\geq 0\right\}$

1º) Tenemos que determinar, en primer lugar, el dominio de $\ln\left(\frac{3x-x^2}{x+1}\right)$

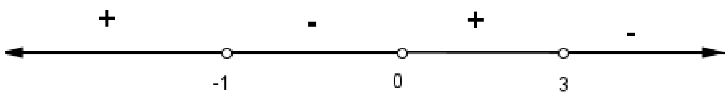
$$\text{Dominio}\left(y=\ln\left(\frac{3x-x^2}{x+1}\right)\right)=\left\{x\in\Re\,/\,\frac{3x-x^2}{x+1}>0\right\}$$

Resolvemos la inecuación: $\frac{3x-x^2}{x+1}>0$

<u>Ceros</u> $3x-x^2=0 \Leftrightarrow x=0 \quad \text{o} \quad x=3$

<u>Polos</u> $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$

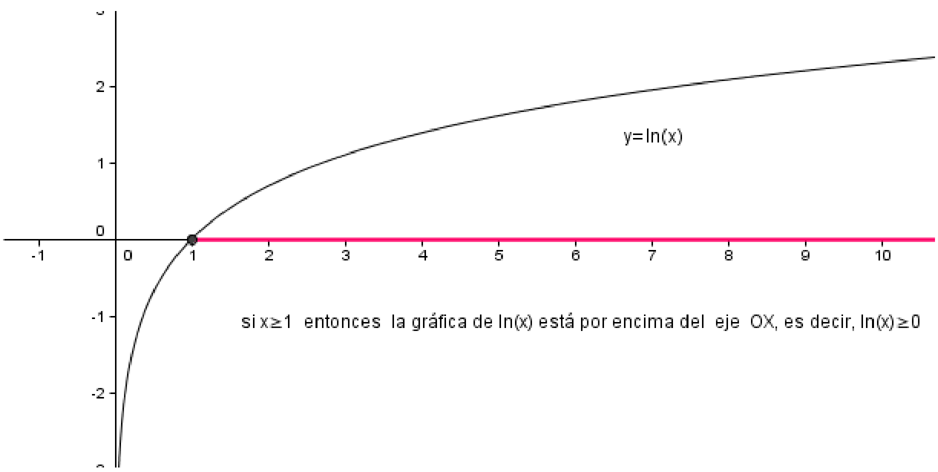
Por tanto, $\text{Dominio}\left(y=\ln\left(\frac{3x-x^2}{x+1}\right)\right)=\left\{x\in\Re\,/\,\frac{3x-x^2}{x+1}>0\right\}=(-\infty,-1)\cup(0,3)$



2º) Ahora tenemos que determinar para qué valores de su dominio $\ln\left(\frac{3x-x^2}{x+1}\right)\geq 0$

$$\ln\left(\frac{3x-x^2}{x+1}\right)\geq 0 \underset{(*)}{\Leftrightarrow} \frac{3x-x^2}{x+1}\geq 1 \Leftrightarrow \frac{3x-x^2}{x+1}-1\geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x-x^2-x-1}{x+1}\geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+2x-1}{x+1}\geq 0$$

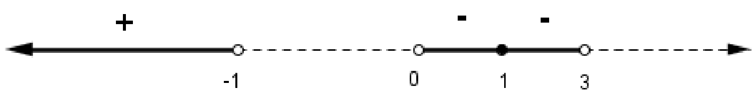
$\ln a\geq 0 \Leftrightarrow a\geq 1$



Es decir, tenemos que resolver la inecuación $\frac{-x^2+2x-1}{x+1}\geq 0$

<u>Ceros</u> $-x^2+2x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

<u>Polos</u> $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$

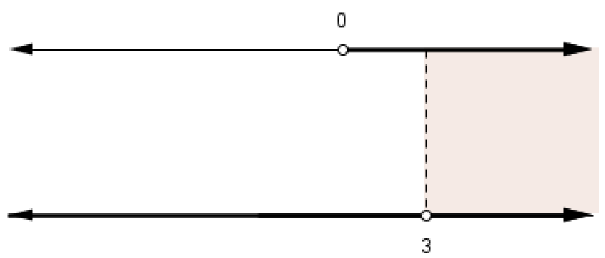


Por tanto $Dom(f) = (-\infty,-1)$

d) $f(x) = \dfrac{\ln x}{\sqrt{x-3}}$

- $y = \ln x \rightarrow \text{Dominio} = (0,+\infty)$
- $y = \sqrt{x-3} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re \,/\, x-3 > 0\} = (3,+\infty)$ (La desigualdad es estricta porque como el radical está en el denominador no puede ser 0)

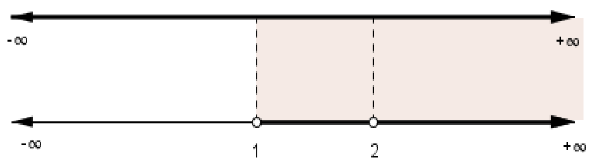
El dominio de la función es la intersección de los dos intervalos anteriores,



Por tanto, $Dom(f) = (3,+\infty)$

e) $f(x) = \dfrac{x}{\ln(x-1)}$

- $y = x \rightarrow \text{Dominio} = \Re$
- $y = \ln(x-1) \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re \,/\, x-1 > 0\} = \{x \in \Re \,/\, x > 1\} = (1,+\infty)$
- $\ln(x-1) \neq 0 \Leftrightarrow x-1 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 2$



Por tanto, $Dom(f) = (1,2) \cup (2,+\infty)$

f) $f(x)=\dfrac{\ln(x+3)}{\sqrt{x^2-1}}$

- $y=\ln(x+3)\rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x+3>0\}=(-3,+\infty)$
- $y=\sqrt{x^2-1}\rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x^2-1>0\}=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ (La desigualdad es estricta porque como el radical está en el denominador no puede ser 0)

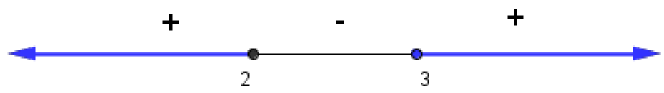
El dominio de la función es la intersección de los dos intervalos anteriores, por tanto, $Dom(f)=(-3,-1)\cup(1,+\infty)$

g) $f(x)=\sqrt{(x-2)(x-3)^5}\rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/(x-2)(x-3)^5\geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $(x-2)(x-3)^5\geq 0$

<u>Ceros</u>

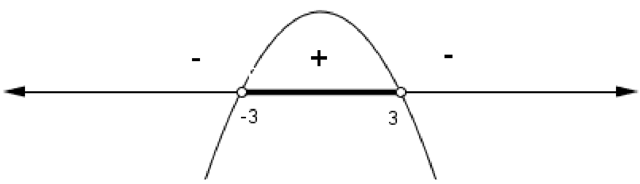
$(x-2)(x-3)^5\geq 0\Leftrightarrow x=2 \quad \text{o} \quad x=3$



Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,2]\cup[3,+\infty)$

h) $f(x)=\log\sqrt{9-x^2}\rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/\sqrt{9-x^2}>0\}\{x\in\Re/9-x^2>0\}=(-3,3)$

Tenemos que resolver la inecuación: $9-x^2>0$



<u>Ceros</u>

$9-x^2=0\Leftrightarrow x^2=9\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{16}\Leftrightarrow x=-3 \quad \text{ò} \quad x=3$

i) $f(x)=\ln\dfrac{\sqrt[3]{x^3-5x}}{x}\rightarrow \text{Dominio}=\left\{x\in\Re/\dfrac{\sqrt[3]{x^3-5x}}{x}>0\right\}$

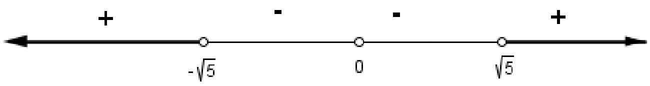
Tenemos que resolver la inecuación: $\dfrac{\sqrt[3]{x^3-5x}}{x}>0$

Ceros

$\sqrt[3]{x^3-5x}=0 \Leftrightarrow x^3-5x=0 \Leftrightarrow x\cdot(x^2-5)=0 \Leftrightarrow x=0 \quad \text{o} \quad x=\pm\sqrt{5}$

Polos

$x=0$



Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,-\sqrt{5})\cup(\sqrt{5},+\infty)$

j) $f(x)=\dfrac{2x-9}{\log\sqrt{x+3}}$

$y=2x-9 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$

$y=\log\sqrt{x+3} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re \,/\, x+3>0\}=(-3,+\infty)$

$\log\sqrt{x+3}\neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+3}\neq 1 \Leftrightarrow x\neq -2$

El dominio de la función es el conjunto de números reales que cumplen todas las condiciones anteriores, por tanto, $Dom(f)=(-3,-2)\cup(-2,+\infty)$

k) $f(x)=\log(x^2-3) \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re \,/\, x^2-3>0\}=(-\infty,-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},+\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-3\geq 0$

(No lo desarrollo con detalle porque ya hemos resuelto muchas inecuaciones de este tipo)

l) $f(x)=\ln|x-1| \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re \,/\, |x-1|>0\}=\Re-\{1\}$

m) $f(x)=\dfrac{1}{\ln|x-1|} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re \,/\, |x-1|>0\}-\{x \,/\, \ln|x-1|=0\}=\Re-\{1,0,2\}$

$|x-1|>0 \Leftrightarrow x\in\Re-\{1\}$

$\ln|x-1|=0 \Leftrightarrow |x-1|=1 \Leftrightarrow x=2 \quad \text{o} \quad x=0$

n) $f(x)=|\ln x-1| \rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=\ln x-1)=(0,+\infty)$

o) $f(x)=\dfrac{1}{|\ln x-1|} \rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=\ln x-1)-\{x \,/\, |\ln x-1|=0\}=(0,+\infty)-\{e\}=(0,e)\cup(e,+\infty)$

$|\ln x-1|=0 \Leftrightarrow \ln x-1=0 \Leftrightarrow \ln x=1 \Leftrightarrow x=e$

p) $f(x)=\sqrt{2+x}-\sqrt{3-x}$

- $y=\sqrt{2+x} \rightarrow \text{Dominio}=\{x \,/\, 2+x\geq 0\}=[-2,+\infty)$

- $y=\sqrt{3-x} \to \text{Dominio} = \{x / 3-x \geq 0\} = (-\infty, 3]$

Por tanto, $Dom(f) = [-2,+\infty) \cap (-\infty,3] = [-2,3]$

q) $f(x) = \dfrac{e^x}{e^x+1}$

- $y = e^x \to \text{Dominio} = \Re$
- $y = e^x + 1 \to \text{Dominio} = \Re$
- $e^x + 1 = 0 \Rightarrow e^x = -1 \Rightarrow$ no tiene solución ($e^x > 0$ para cualquier valor de x)

Por tanto, $Dom(f) = \Re$

r) $f(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{e^x - 2}$

- $y = e^{\sqrt{x}} \to \text{Dominio} = [0,+\infty)$
- $y = e^x - 2 \to \text{Dominio} = \Re$
- $e^x - 2 = 0 \Rightarrow e^x = 2 \Rightarrow \ln e^x = \ln 2 \Rightarrow x = \ln 2$

Por tanto, $Dom(f) = [0, \ln 2) \cup (\ln 2, +\infty)$

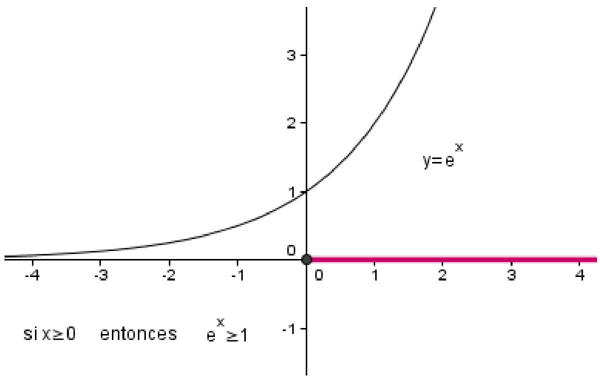
s) $f(x) = \dfrac{2^x}{2^x - 4}$

- $y = 2^x \to \text{Dominio} = \Re$
- $y = 2^x - 4 \to \text{Dominio} = \Re$
- $2^x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow 2^x \neq 4 \Leftrightarrow x \neq 2$

Por tanto, $Dom(f) = \Re - \{2\}$

t) $f(x) = \sqrt{e^x - 1}$ función radical con índice par $\to \text{Dominio} = \{x / e^x - 1 \geq 0\} = [0,+\infty)$

$e^x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow e^x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0,+\infty)$



u) $f(x) = \sqrt[3]{e^x - 1}$ función radical con índice impar $\to \text{Dominio} = Dom(y = e^x - 1) = \Re$

v) $f(x) = senx - \cos x \rightarrow \text{Dominio} = \Re$

w) $f(x) = \dfrac{senx}{\cos x - 2} \rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / \cos x - 2 = 0\} = \Re$

$\cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = 2 \rightarrow \text{no tiene solución ya que } -1 \le \cos x \le 1 \quad \forall x$

x) $f(x) = \dfrac{x}{senx - 1} \rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / senx - 1 = 0\} = \Re - \left\{\dfrac{\pi}{2} + 2\pi k \text{ con } k \in Z\right\}$

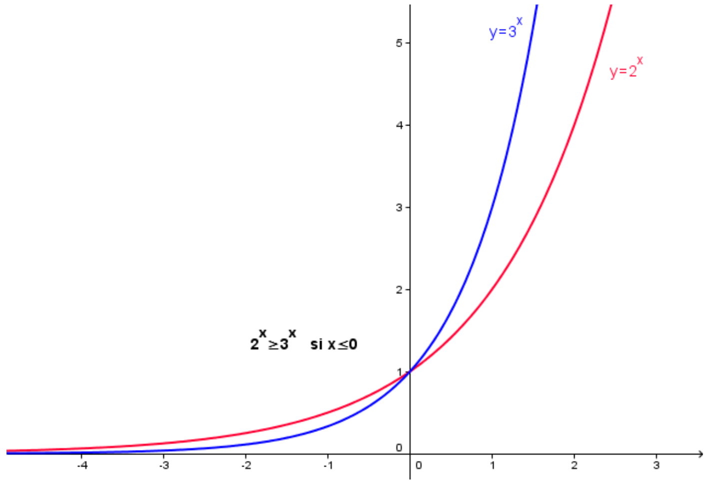
$senx - 1 = 0 \Leftrightarrow senx = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi k \quad \text{con} \quad k \in Z$

y) $f(x) = \dfrac{senx}{2\cos x - 1} \rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / 2\cos x - 1 = 0\} = \Re - \left\{\dfrac{\pi}{3} + 2\pi k, \ \dfrac{5\pi}{3} + 2\pi k \quad \text{con } k \in Z\right\}$

$$2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \begin{cases} x = \dfrac{\pi}{3} + 2\pi k & \text{con} \quad k \in Z \\ x = \dfrac{5\pi}{3} + 2\pi k & \text{con} \quad k \in Z \end{cases}$$

z) $f(x) = \sqrt{2^x - 3^x} \rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / 2^x - 3^x \ge 0\} = (-\infty, 0]$

$2^x - 3^x \ge 0 \Leftrightarrow 2^x \ge 3^x \Leftrightarrow x \le 0$ (la gráfica roja está por encima de la azul cuando $x \le 0$)



5. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = sen(x + 7) \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y = x + 7) = \Re$

b) $f(x) = \cos\left(\dfrac{2 + 7x^3}{x^2 + 9}\right) \rightarrow \text{Dominio} = Dom\left(y = \dfrac{2 + 7x^3}{x^2 + 9}\right) = \Re$

$x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -9 \Rightarrow \text{no tiene solución real}$

c) $f(x)=\cos\left(\dfrac{2}{x^2-2}\right)\rightarrow \text{Dominio}=Dom\left(y=\dfrac{2}{x^2-2}\right)=\Re-\{\pm\sqrt{2}\}$

$x^2-2=0 \Leftrightarrow x^2=2 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$

d) $f(x)=\dfrac{2x-5}{senx}\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/senx=0\}=\Re-\{k\pi;\ k\in \mathrm{Z}\}$

e) $f(x)=\sqrt{2x+3}-5\cdot sen\left(\dfrac{2}{4-x}\right)$

- $y=\sqrt{2x+3}\rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/2x+3\geq 0\}=\left[-\dfrac{3}{2},+\infty\right)$
- $y=sen\left(\dfrac{2}{4-x}\right)\rightarrow \text{Dominio}=Dom\left(y=\dfrac{2}{4-x}\right)=\Re-\{4\}$

El dominio de $f(x)$ es la intersección de los dos conjuntos anteriores, por tanto, $Dom(f)=\left[-\dfrac{3}{2},4\right)\cup(4,+\infty)$

f) $f(x)=tg\ x\ \rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/\cos x=0\}=\Re-\left\{(2k+1)\dfrac{\pi}{2};k\in \mathrm{Z}\right\}$

g) $f(x)=\dfrac{1}{sen(kx)}$ con $k\in \mathrm{Z}\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/sen(kx)=0\}=\Re-\{\pi\}$

$sen(kx)=0\Leftrightarrow kx=k\pi$ con $k\in \mathrm{Z}\Leftrightarrow x=\pi$

h) $f(x)=\cos\left(\dfrac{x}{x^3-x}\right)\rightarrow \text{Dominio}=Dom\left(y=\dfrac{x}{x^3-x}\right)=\Re-\{x/x^3-x=0\}=\Re-\{-1,0,1\}$

$x^3-x=0\Leftrightarrow x(x^2-1)=0\Rightarrow x=0$ o $x=\pm 1$

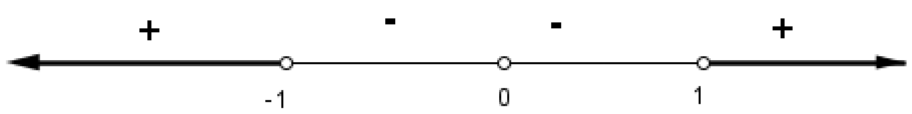
i) $f(x)=sen\sqrt{\dfrac{x}{x^3-x}}\rightarrow \text{Dominio}=Dom\left(y=\sqrt{\dfrac{x}{x^3-x}}\right)=\left\{x\in\Re/\dfrac{x}{x^3-x}\geq 0\right\}$

<u>Ceros</u>

$x=0$

<u>Polos</u>

$x^3-x=0\Leftrightarrow x(x^2-1)=0\Rightarrow x=0$ o $x=\pm 1$



Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

j) $f(x) = 5^{x-2} \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y = x-2) = \Re$

k) $f(x) = 2^{\sqrt{x}-2} \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y = \sqrt{x}-2) = [0,+\infty)$

l) $f(x) = 2^{\sqrt{x-2}} \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y = \sqrt{x-2}) = \{x \in \Re \,/\, x-2 \geq 0\} = [2,+\infty)$

m) $f(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-3x+1} \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y = x^2-3x+1) = \Re$

n) $f(x) = (2x-5)^{9-x}$

- $2x-5 > 0 \rightarrow x \in \left(\dfrac{5}{2},+\infty\right)$
- $y = 9-x \rightarrow \text{Dominio} = \Re$

Por tanto, $Dom(f) = \left(\dfrac{5}{2},+\infty\right) \cap \Re = \left(\dfrac{5}{2},+\infty\right)$

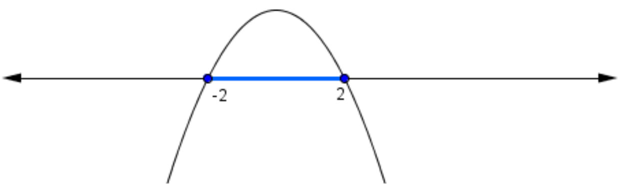
o) $f(x) = (3x-5)^{\sqrt{4-x^2}}$

- $3x-5 > 0 \rightarrow x \in \left(\dfrac{5}{3},+\infty\right)$
- $y = \sqrt{4-x^2} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re \,/\, 4-x^2 \geq 0\} = [-2,2]$

Tenemos que resolver la inecuación : $4-x^2 \geq 0$

<u>Ceros</u>

$4-x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = -2$ ò $x = 2$



Por tanto, $Dom(f) = \left(\dfrac{5}{3},+\infty\right) \cap [-2,2] = \left(\dfrac{5}{3},2\right]$

p) $f(x) = \left(\dfrac{8-3x}{5x-5}\right)^{3x^2-2}$

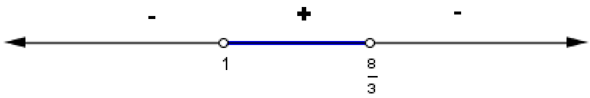
- $\dfrac{8-3x}{5x-5} > 0 \rightarrow x \in \left(1,\dfrac{8}{3}\right)$

Ceros

$8-3x=0 \Rightarrow x=\dfrac{8}{3}$

Polo

$5x-5=0 \Rightarrow x=1$



- $y=3x^2-2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$

Por tanto, $Dom(f)=\left(1,\dfrac{8}{3}\right)\cap\Re=\left(1,\dfrac{8}{3}\right)$

q) $f(x)=\ln\sqrt{\dfrac{5-x}{x^2-4x}} \rightarrow \text{Dominio}=\left\{x\in\Re \,/\, \sqrt{\dfrac{5-x}{x^2-4x}}>0\right\}=\left\{x\in\Re \,/\, \dfrac{5-x}{x^2-4x}>0\right\}$

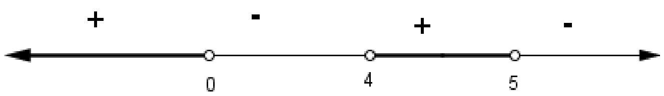
Tenemos que resolver la inecuación : $\dfrac{5-x}{x^2-4x}>0$

Ceros

$5-x=0 \Rightarrow x=5$

Polos

$x^2-4x=0 \Rightarrow x=0 \quad \text{o} \quad x=4$



Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,0)\cup(4,5)$

r) $f(x)=\dfrac{\log(x+7)}{x}$

- $y=\log(x+7) \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re \,/\, x+7>0\}=\{x\in\Re \,/\, x>-7\}=(-7,+\infty)$
- $y=x \rightarrow \text{Dominio}=\Re-\{0\}$ (eliminamos el 0 porque el denominador no puede anularse)

Por tanto, $Dom(f)=(-7,+\infty)\cap(\Re-\{0\})=(-7,0)\cup(0,+\infty)$

s) $f(x)=\log\left(\dfrac{x+7}{x}\right) \rightarrow \text{Dominio}=\left\{x\in\Re \,/\, \dfrac{x+7}{x}>0\right\}$

<u>Ceros</u> <u>Polos</u>

$x+7=0 \Rightarrow x=-7 \qquad x=0$

Por tanto, $Dom(f)=(-7,0)\cup(0,+\infty)$

t) $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x^3+2x^2-60x}{x^2+2x-3}} \rightarrow Dom(f)=\left\{x\in\Re \,/\, \dfrac{2x^3+2x^2-60x}{x^2+2x-3}\geq 0\right\}$

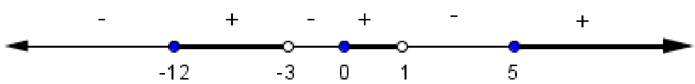
Tenemos que resolver la inecuación: $\dfrac{2x^3+2x^2-60x}{x^2+2x-3}\geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x\cdot(x-5)\cdot(x+12)}{(x-1)\cdot(x+3)}\geq 0$

<u>Ceros</u>

$$2x^3+2x^2-60x=0 \Leftrightarrow x\cdot(2x^2+2x-60)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2x^2+2x-60=0 \Leftrightarrow x=5 \quad \text{o} \quad x=-12 \end{cases}$$

<u>Polos</u>

$x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow x=1 \quad \text{o} \quad x=-3$



Por tanto, $Dom(f)=[-12,-3)\cup[0,1)\cup[5,+\infty)$

u) $f(x)=\left(\dfrac{\sqrt{x^2-5x}}{3x-6}\right)^{\log\frac{1}{x}}$

1º) En primer lugar tenemos que determinar para que valores de x es $\dfrac{\sqrt{x^2-5x}}{3x-6}>0$

- $y=\sqrt{x^2-5x} \rightarrow$ Dominio $=(-\infty,0]\cup[5,+\infty)$
- $y=3x-6 \rightarrow \Re-\{2\}$ (eliminamos el 2 porque el denominador no puede anularse)
- Por tanto, Dominio$\left(y=\dfrac{\sqrt{x^2-5x}}{3x-6}\right)=(-\infty,0]\cup[5,+\infty)$

Ahora, del conjunto anterior $(-\infty,0]\cup[5,+\infty)$ tenemos que determinar los valores para los que $\dfrac{\sqrt{x^2-5x}}{3x-6}>0$

Por tanto, $\dfrac{\sqrt{x^2-5x}}{3x-6}>0 \Leftrightarrow x\in(5,+\infty)$

2º) A continuación determinamos el dominio de $y = \log\dfrac{1}{x} \rightarrow$ Dominio $= \left\{ x / \dfrac{1}{x} > 0 \right\} = (0,+\infty)$

3º) Finalmente, $Dom(f) = (5,+\infty) \cap (0,+\infty) = (5,+\infty)$

v) $f(x) = \log\left(\dfrac{-x^2+x+2}{x^2+2x-15}\right) \rightarrow Dom(f) = \left\{ x \in \Re / \dfrac{-x^2+x+2}{x^2+2x-15} > 0 \right\}$

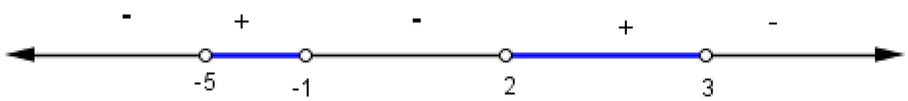
Tenemos que resolver la inecuación: $\dfrac{-x^2+x+2}{x^2+2x-15} > 0 \Leftrightarrow \dfrac{-(x+1)(x-2)}{(x-3)(x+5)} > 0$

<u>Ceros</u>

$-x^2+x+2=0 \Leftrightarrow x=-1 \quad$ o $\quad x=2$

<u>Polos</u>

$x^2+2x-15=0 \Leftrightarrow x=3 \quad$ o $\quad x=-5$



Por tanto, $Dom(f) = (-5,-1) \cup (2,3)$

w) $f(x) = \sqrt{x+6} - \dfrac{5x+x^6-\sqrt{-3x}}{x^2-3x}$

1º) $y = \sqrt{x+6} \rightarrow$ Dominio $= \{x \in \Re / x+6 \geq 0\} = [-6,+\infty)$

2º) $y = \dfrac{5x+x^6-\sqrt{-3x}}{x^2-3x}$

$y = 5x+x^6-\sqrt{-3x} \rightarrow$ Dominio $= Dom(y=\sqrt{-3x}) = \{x \in \Re / -3x \geq 0\} = \{x \in \Re / x \leq 0\} = (-\infty,0]$

$y = x^2-3x \rightarrow \Re - \{0,3\}$ (0 y 3 no valen porque anulan al denominador)

Por tanto, $y = \dfrac{5x+x^6-\sqrt{-3x}}{x^2-3x} \rightarrow$ Dominio $= (-\infty,0] \cap (\Re - \{0,3\}) = (-\infty,0)$

3º) El dominio de $f(x)$ es la intersección de los dos conjuntos anteriores, por tanto, $Dom(f) = [-6,+\infty) \cap (-\infty,0) = [-6,0)$

x) $f(x) = \log\sqrt{-3x} \rightarrow$ Dominio $= \{x \in \Re(\sqrt{-3x} > 0] = \{x \in \Re / -3x > 0\} = \{x \in \Re / x < 0\} = (-\infty,0)$

y) $f(x) = \ln\sqrt[3]{x-1} \rightarrow$ Dominio $= \{x \in \Re / \sqrt[3]{x-1} > 0\} = \{x \in \Re / x-1 > 0\} = \{x \in \Re / x > 1\} = (1,+\infty)$

z) $f(x) = 45^{\frac{4+9x}{\sqrt{6x-2}}} \rightarrow \text{Dominio} = Dom\left(y = \dfrac{4+9x}{\sqrt{6x-2}}\right)$

- $y = 4 + 9x \rightarrow \text{Dominio} = \Re$
- $y = \sqrt{6x-2} \rightarrow \{x \in \Re / 6x - 2 > 0\} = \{x \in \Re / 6x > 2\} = \left(\dfrac{1}{3}, +\infty\right)$ (la desigualdad es estricta porque el denominador no puede anularse)

El dominio de $f(x)$ es la intersección de los dos conjuntos anteriores, por tanto, $Dom(f) = \Re \cap \left(\dfrac{1}{3}, +\infty\right) = \left(\dfrac{1}{3}, +\infty\right)$