CINEMÁTICA

Ejemplo 1. Halla las funciones derivadas de las siguientes funciones:

a) $5t^3 + 7t - 8$
b) $6\text{sen}(t) - 4\cos(t) + e^t$
c) $t^4\text{sen}(t)$
d) $\text{sen}(t^4)$
e) $\text{sen}^4(t)$

Solución

a) $5{\cdot}3t^2 + 7{\cdot}1t^0 - 0 = 15t^2 + 7$
b) $6\cos(t) - 4\big(-\text{sen}(t)\big) + e^t =$
$= 6\,cos(t) + 4\text{sen}(t) + e^t$
c) $4t^3\text{sen}(t) + t^4\cos(t)$
d) $\cos(t^4) \cdot 4t^3 = 4t^3\cos(t^4)$
e) $4\text{sen}^3(t)\cos(t)$

Ejemplo 2. Halla $f(t)$ sabiendo que $f'(t) = 4$ y $f(0) = -3$.

Solución

En este caso f' es constante e igual a 4. Hemos visto que cuando la derivada es constante se cumple:

$$f' = cte = v \Longrightarrow f = f_0 + v \cdot t$$

Luego $f(t) = f_0 + v \cdot t = -3 + 4t$.

Notar que, efectivamente, si $f(t) = -3 + 4t$ se cumple que $f'(t) = 4$ y $f(0) = -3$.

$f'(t) = 0 + 4 \cdot 1 = 4 = cte$
$f_0 = -3 + 4 \cdot 0 = -3$

Ejemplo 3. Halla $f(t)$ sabiendo que $f''(t) = 6$, $f'(0) = -5$ y $f(0) = 9$.

Solución

En este caso f'' es constante e igual a 6. Hemos visto que cuando la segunda derivada es constante se cumple que $f'(t) = 4$ y $f(0) = -3$:

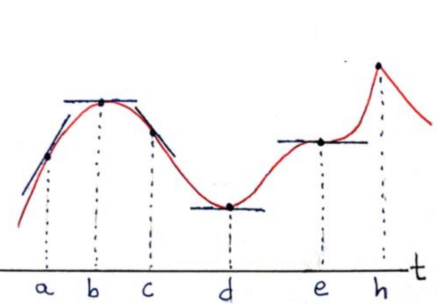
$$f'' = cte = a \Longrightarrow f = f_0 + {f'}_0 \cdot t + \tfrac{1}{2}a \cdot t^2$$

Luego $f(t) = f_0 + {f'}_0 \cdot t + \frac{1}{2}a \cdot t^2 = 9 - 5t + 3t^2$.

Notar que, efectivamente, si $f(t) = 9 - 5t + 3t^2$ se cumple que $f''(t) = 6$, $f'(0) = -5$ y $f(0) = 9$:

$f'(t) = 0 - 5 \cdot 1 + 3 \cdot 2t = -5 + 6t$
$f''(t) = 0 + 6 \cdot 1 = 6 = cte$
$f_0 = 9 - 5 \cdot 0 + 3 \cdot 0^2 = 9$
${f'}_0 = -5 + 6 \cdot 0 = -5$

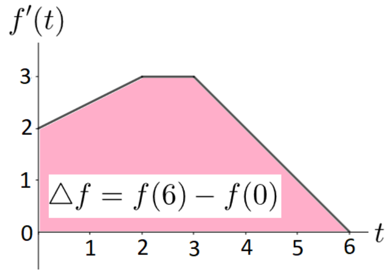
Ejemplo 4. Decir en cada uno de los puntos señalados el signo de su derivada en caso de que exista.



Solución

$f'(a) > 0$;	$f'(b) = 0$;
$f'(c) < 0$;	$f'(d) = 0$;
$f'(e) = 0$;	no existe $f'(h) > 0$.

Ejemplo 5. Dada la gráfica de $f'(t)$ se pide el incremento de la función f desde $t = 0$ hasta $t = 6$.



Solución

Sabemos de teoría que $\Delta f = f(6) - f(0)$ será igual al área con signo bajo la gráfica $f' = f'(t)$ desde t = 0 s y t = 6 s.

$\Delta f = f(6) - f(0) =$
$=(2\text{-}0)\cdot\frac{3+2}{2}+(3\text{-}2)\cdot 3+\frac{1}{2}\cdot(6\text{-}3)(3\text{-}0)=$**12,5**.

Ejemplo 6. La posición instantánea de una partícula con MR viene dada por $x = (t - 1)(t - 6)$ (SI). Se pide:

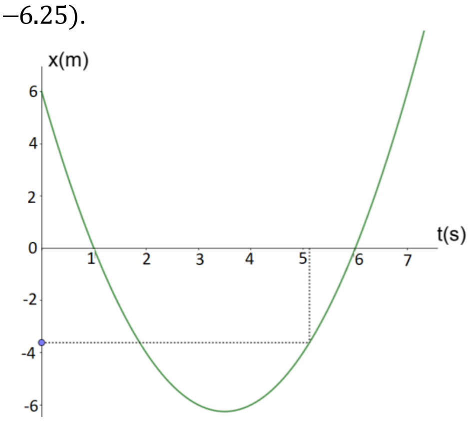
a) Esbozar la gráfica.
b) Indicar el sentido del movimiento en cada instante de tiempo.
c) Desplazamiento (en x) desde 2 s hasta 8 s. ¿Se mueve en el mismo sentido durante todo ese intervalo de tiempo?
d) Desplazamiento (en x) desde 1 s hasta 6 s. ¿Permanece en todo instante de ese intervalo en reposo?
e) Distancia entre la posición inicial y la posición a los 5 s.

f) Distancia recorrida desde el instante inicial hasta los 5 s.

Solución

a)

Tenemos un polinomio de grado dos, esto es, una parábola. Corta al eje horizontal ($x = 0$) en $t = 1$ s y $t = 6$ s. Corta al eje vertical ($t = 0$) en $x = (0 - 1) \cdot (0 - 6) = 6$ m. El coeficiente de t^2 es positivo, luego la parábola tiene un mínimo, que estará en el valor medio de 1 y 6, esto es, en $t = 3.5$ s; así el mínimo es $(3.5, -6.25)$.



b)

Para $0s \leq t < 3.5$ s se mueve en el sentido negativo del eje x.
En el instante 3.5 s la partícula está instantáneamente parada.
Para $t > 3.5$ s la partícula se mueve en el sentido positivo del eje x.

c)

$x(2) = (2 - 1)(2 - 6) = -4$ m.
$x(8) = (8 - 1)(8 - 6) = 14$ m.
$\Delta x = x(8) - x(2) = 14 - (-4) = \mathbf{+18}$ **m**.

No, pues desde 2 s hasta 3.5 s se mueve en sentido negativo de las x y desde 3.5 s hasta 8 s lo hace en sentido positivo.

d)

$x(1) = (1 - 1)(1 - 6) = 0$ m.
$x(6) = (6 - 1)(6 - 6) = 0$ m.
$\Delta x = x(6) - x(1) = 0 - 0 = \mathbf{0}$ **m**.

No, pues desde $1s$ hasta $3.5s$ se mueve en sentido negativo de las x y desde $3.5s$ hasta $6s$ se mueve en sentido positivo de las x.

e)

$x(0) = (0 - 1)(0 - 6) = 6$ m.
$x(5) = (5 - 1)(5 - 6) = -4$ m.
$|\Delta x| = |x(5) - x(0)| = |-4 - 6| = \mathbf{10}$ **m**.

f)

Desde los 0 s hasta los 5 s se produce un cambio en el sentido de movimiento a los 3,5 s. Luego hay que calcularlo en dos tramos:

$x(0) = (0 - 1)(0 - 6) = 6$ m.
$x(3{,}5) = (3{,}5 - 1)(3{,}5 - 6) = -6{,}25$ m.
$x(5) = (5 - 1)(5 - 6) = -4$ m.

$$s(5\ s) = |x(3{,}5) - x(0)| + |x(5) - x(3{,}5)| = \\ = |-6{,}25 - 6| + |-4 - (-6{,}25)| = \\ = 12{,}25 + 2{,}25 = \mathbf{14{,}5\ m}.$$

Ejemplo 7. Del MR $x = \sqrt{t}$ (SI), se pide:

a) Hallar la velocidad media (en x) entre los instantes 4 s y 16 s.
b) Hallar la velocidad media (en x) entre los instantes 4 s y 4,01 s.
c) Hallar la velocidad (en x) a los 4 s.

Solución

a)

La velocidad media (en x) entre los instantes 4 s y 16 s es:

$$v_{x,med} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(16) - x(4)}{16 - 4} = \frac{\sqrt{16} - \sqrt{4}}{16 - 4} = \mathbf{0.1667\ m/s}.$$

b)

La velocidad media (en x) entre los instantes 4 s y 4,01 s es:

$$v_{x,med} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(4{,}01) - x(4)}{4{,}01 - 4} = \frac{\sqrt{4{,}01} - \sqrt{4}}{4{,}01 - 4} = \mathbf{0.2498\ m/s}.$$

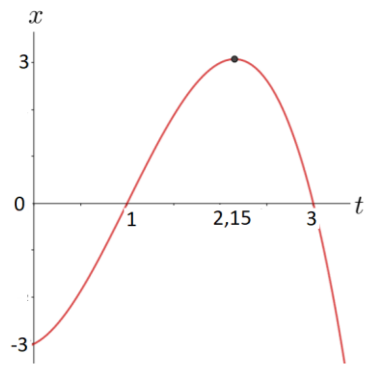
c)

La velocidad (en x) a los 4 s es:

$$v_x(t) = x'(t) = \frac{1}{2} t^{\left(\frac{1}{2} - 1\right)} = \frac{1}{2} t^{\frac{-1}{2}} \text{ (SI)}.$$
$$v_x(4) = \frac{1}{2} \cdot 4^{\frac{-1}{2}} = \mathbf{0{,}25\ m/s}.$$

Como vemos, la velocidad media entre los 4 s y los 4,01 s es muy parecida a la velocidad a los 4 s. ¿Por qué? Porque $t_i = 4$ s y $t_f = 4{,}01$ s están muy cerca de t_i.

Ejemplo 8. Para el MR de la gráfica $x = x(t)$ en el SI, indicar el signo de la velocidad en cada instante de tiempo.



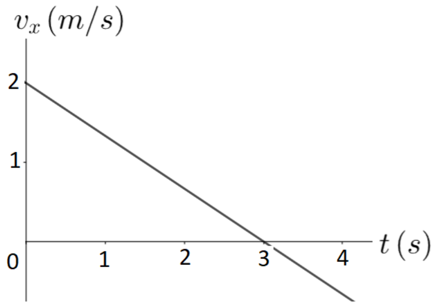
Solución

En el intervalo $0\,s \leq t \leq 2.15\,s$ la velocidad es positiva; esto es, la partícula se mueve en el sentido positivo del eje x.

En el instante 2.15 s la velocidad es nula.

En el intervalo $t > 2.15\,s$ la velocidad es negativa; esto es, la partícula se mueve en el sentido negativo del eje x.

Ejemplo 9. Atendiendo a la gráfica $v_x = v_x(t)$ de un MR, se pide el desplazamiento con signo desde el instante $1\,s$ hasta el instante $4\,s$.

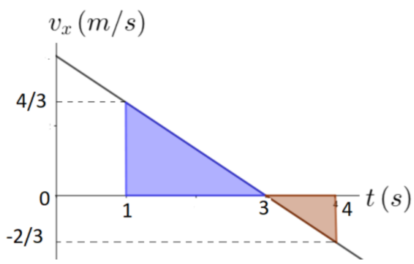


Solución

Sabemos que el desplazamiento con signo desde el instante $1\,s$ hasta el instante $4\,s$ es al área (con signo) bajo la curva $v_x = v_x(t)$ entre dichos instantes. La gráfica es $v_x(t) = 2 - \frac{2}{3}t$ (SI).

$v_x(1s) = 2 - \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{4}{3}$ m/s

$v_x(4s) = 2 - \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{-2}{3}$ m/s



$\Delta x = \frac{1}{2}(3-1) \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{2}(4-3) \cdot \frac{2}{3} = \mathbf{+1\ m}$.

Ejemplo 10. En un MR la distancia recorrida instantánea es $s(t) = t^2 + 3t$ (SI). ¿Cuál es la celeridad a los 5 s?

Solución

$v = \frac{ds}{dt} = 2t + 3$ (SI).

$v(5\,s) = 2 \cdot 5 + 3 = \mathbf{13\ m/s}$.

Ejemplo 11. En el MR $x(t) = t^{1/2}$ (SI), ¿Cuál es la aceleración con signo en el instante 4s?

Solución

Primero calcularemos la velocidad instantánea. Después, la aceleración instantánea. Por último, particularizamos el instante 4s en la aceleración instantánea.

$v_x(t) = x'(t) = \frac{1}{2}t^{\left(\frac{1}{2}-1\right)} = \frac{1}{2}t^{\frac{-1}{2}}$ (SI).

$a_x(t) = v_x'(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{2}t^{\left(\frac{-1}{2}-1\right)} = 4t^{\frac{-3}{2}}$ (SI).

$a_x(4) = 4 \cdot 4^{\frac{-3}{2}} = +0{,}5$ m/s^2.

Ejemplo 12. En cada apartado nos dan la velocidad con signo y la aceleración con signo en un instante determinado. Se pide razonar si la velocidad con signo y la celeridad crecen o decrecen en dicho instante, así como hallar la aceleración tangencial.

a) $v_x(3s) = -4m/s$ y $a_x(3s) = +3m/s^2$.
b) $v_x(6s) = +5m/s$ y $a_x(6s) = +7m/s^2$.
c) $v_x(9s) = -1m/s$ y $a_x(9s) = -2m/s^2$.

Solución

a)

Hago $t_1 = 3\,s$. Como $a_{x,1} > 0 \Longrightarrow v_{x,1}$ crece. Así, la velocidad con signo crece a los 3 s.

Como $signo(v_{x,1}) \neq signo(a_{x,1}) \Longrightarrow v_1$ decrece. Así, la celeridad decrece a los 3 s.

Como la celeridad decrece a los 3 s, entonces la aceleración tangencial es negativa a los 3 s; luego $a_{\tau,1} = -3$ m/s^2.

b)

Hago $t_2 = 6\,s$. Como $a_{x,2} > 0 \Longrightarrow v_{x,2}$ crece. Así, la velocidad con signo crece a los 6 s.

Como $signo(v_{x,2}) = signo(a_{x,2}) \Longrightarrow v_2$ crece. Así, la celeridad crece a los 6 s.

Como la celeridad crece a los 6 s, entonces la aceleración tangencial es positiva a los 6 s; luego $a_{\tau,2} = +7$ m/s^2.

c)

Hago $t_3 = 9\,s$. Como $a_{x,3} < 0 \Longrightarrow v_{x,3}$ decrece. Así, la velocidad con signo decrece a los 9 s.

Como $signo(v_{x,3}) = signo(a_{x,3}) \Longrightarrow v_3$ crece. Así, la celeridad crece a los 9 s.

Como la celeridad crece a los 9 s, entonces la aceleración tangencial es positiva a los 9 s; luego $a_{\tau,3} = +2$ m/s^2.

Ejemplo 13*. La posición instantánea del MR viene dada por $x = -0.5t^3 + 4t - 1$ (SI). Se pide:

a) Posición en los instantes 0 s y en 2 s.
b) Desplazamiento entre los instantes 0 s y 2 s.
c) Velocidad media (en x) entre los instantes 0 s y 2 s.
d) Velocidad (en x) en los instantes 0 s y en 2 s.
e) Celeridad en los instantes 0 s y en 2 s.
f) Aceleración media (en x) entre los instantes 0 s y 2 s.
g) Aceleración (en x) en los instantes 0 s y en 2 s.
h) Aceleración tangencial en los instantes 0 s y en 2 s.
i) ¿Aumenta la velocidad (en x) a los 2 s? ¿Y la celeridad?
j) Distancia recorrida entre los instantes 0 s y 2 s.

Solución

a)
$x(0s) = -0.5 \cdot 0^3 + 4 \cdot 0 - 1 = \boldsymbol{-1\ m}$.
$x(2s) = -0.5 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2 - 1 = \boldsymbol{+3\ m}$.

b)
$\Delta x = x(2s) - x(0s) = 3 - (-1) = \boldsymbol{+4\ m}$.

c)
$v_{x,med} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(2) - x(0)}{2-0} = \frac{4}{2} = \boldsymbol{2\ m/s}$.

d)
$v_x(t) = x'(t) = -1.5t^2 + 4$ (SI).
$v_x(0s) = -1.5 \cdot 0^2 + 4 = \boldsymbol{+4\ m/s}$.
$v_x(2s) = -1.5 \cdot 2^2 + 4 = \boldsymbol{-2\ m/s}$.

e)
$|v_x(0s)| = |+4| = \boldsymbol{4\ m/s}$.
$|v_x(2s)| = |-2| = \boldsymbol{2\ m/s}$.

f)
$a_{x,med} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_x(2) - v_x(0)}{2-0} = \frac{-2-4}{2-0} = \boldsymbol{-3\ m/s^2}$.

g)
$a_x(t) = v_x'(t) = -3t$ (SI).
$a_x(0s) = -3 \cdot 0 = \boldsymbol{0\ m/s^2}$.
$a_x(2s) = -3 \cdot 2 = \boldsymbol{-6\ m/s^2}$.

h)
Como $a_x(0s) = 0$ m/s², entonces $a_\tau(0s) = \boldsymbol{0\ m/s^2}$**.**

Como $v_x(2s) < 0$, entonces $a_\tau(2s) = -a_x(2s) = \boldsymbol{+6\ m/s^2}$.

i)
$a_x(2s) < 0 \Longrightarrow v_x(2s)$ decrece. Como la aceleración (en x) es negativa a los 2s, entonces la velocidad (en x) decrece a los 2s.

$signo(v_x(2s)) = signo(a_x(2s)) \Longrightarrow |v_x|(2s)$ crece. Como la velocidad (en x) y la aceleración (en x) tienen el mismo signo a los 2s, entonces la celeridad crece a los 2s.

j)
Buscamos los instantes en los que puede que cambie el sentido de movimiento (en los que v_x se anula).
Para ello, hallamos los instantes $v_x(t) = 0$:
$-1.5t^2 + 4 = 0$, luego $t = \pm 1.63\ s$. Esto significa que entre 0s y 2s puede haber un cambio de sentido a los 1.63 s. Podemos hacer dos cosas igualmente válidas.

1. No comprobar si hay cambio de sentido a los 1.63 s y usar directamente
   $\Delta s = |x(2) - x(1.633)| + |x(1.633) - x(0)|$
2. Comprobar si hay cambio de sentido a los 1.63 s. Si no lo hay, entonces usar $\Delta s = |x(2) - x(0)|$. Si lo hay, entonces usar
   $\Delta s = |x(2) - x(1.633)| + |x(1.633) - x(0)|$.

Lo haremos de la primera forma:

$x(1.63) = -0.5 \cdot 1.63^3 + 4 \cdot 1.63 - 1 = 3.35\ m$.

$\Delta s = |x(2) - |x(1.633)| + |x(1.633) - x(0)| =$
$= |3 - 3.35| + |3.35 - (-1)| =$
$= |-0.35| + |4.35| = 0.35 + 4.35 = \boldsymbol{4.70\ m}$.

Si queremos saber si hay cambio de sentido o no a los 1.63 s razonamos así. Entre 0 s y 1.63 s se mueve en el mismo sentido; luego entre 0 s y 1.63 s la velocidad no cambia de signo. Entre 1.63 s y 2 s se mueve en el mismo sentido, luego entre 1.63 s y 2 s la velocidad no cambia de sentido. Por tanto, tomamos un instante cualquiera en [0s, 1.63s) y otro instante cualquiera en (1.63s, 2s], y calculamos el signo de las dos velocidades. Si el signo es el mismo, entonces la partícula no cambió el sentido de su movimiento. Si el signo es distinto, entonces la partícula sí cambió de sentido de movimiento.

Por comodidad tomaremos los instantes 0 s y 2 s.
Como $v_x(0) > 0$ y $v_x(2) < 0$, se tiene cambio de sentido en 1.63 s.

EJERCICIOS PROPUESTOS

Nota. De estos ejercicios los más interesantes son: 1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 14 y 15.

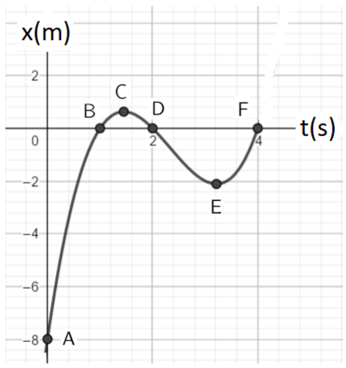
1.1. La posición instantánea de una partícula con MR viene dada por $x = t^2 - 7t + 10$ (SI). Se pide:

a) Posición en el instante inicial.
b) Posición en el instante *t* = 4 s.
c) Posición en el instante *t* = 2 min.
d) Instante o instantes en el que pasa por el origen.
e) Instante en el que *x* = 1 km.

Sol. a) 10 m; b) −2 m; c) 13570 m; d) 5 s y 2 s; e) 35,16 s.

1.2. Atendiendo a la gráfica *x* = *x(t)* entre los 0s y los 4s, donde los puntos son *A*(0, −8), *B*(1, 0), *C*(1.45, 0,63), *D*(2, 0), *E*(3.22, −2,11), *F*(4, 0), se pide:

a) Posición inicial y posición final.
b) Instantes de tiempo en que la partícula pasa por el origen.
c) Instantes de tiempo en que la partícula se encuentra en la parte positiva del eje *x*.
d) Instantes de tiempo en que la partícula se encuentra en la parte negativa del eje x.
e) Distancia más alejada del eje *x* en su parte positiva e instante en el que se produce.
f) Distancia más alejada del eje *x* en su parte negativa e instante en el que se produce.
g) Instantes de tiempo en que la partícula se para.
h) Instante de tiempo de mayor rapidez de la partícula.



Sol. a) −8 m y 0 m; b) 1 s, 2 s y 4 s; c) (1 s, 2 s); d) [0 s, 1 s)∪(2 s, 4 s); e) 0,63 m y 1,45 s; f) 8 m y 0 s; g) 1,45 s y 3,22 s; h) 0 s.

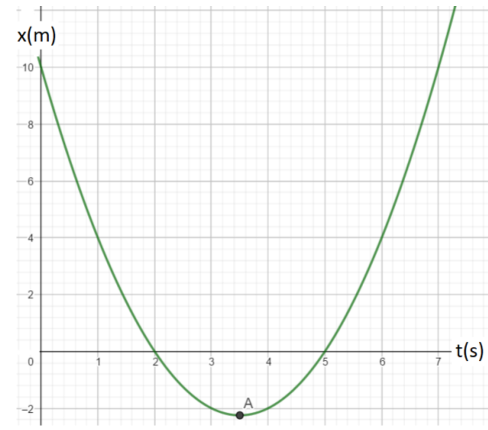
1.3. La posición instantánea de una partícula viene dada por $x = t^2 - 8t + 17$ (SI). Se pide el desplazamiento y la velocidad media entre los instantes:

a) 1s y 3s; b) 4s y 7s; c) 1s y 7s.

Sol. a) −8 m y −4 m/s; b) 9 m y 3 m/s; c) 0 m y 0 m/s.

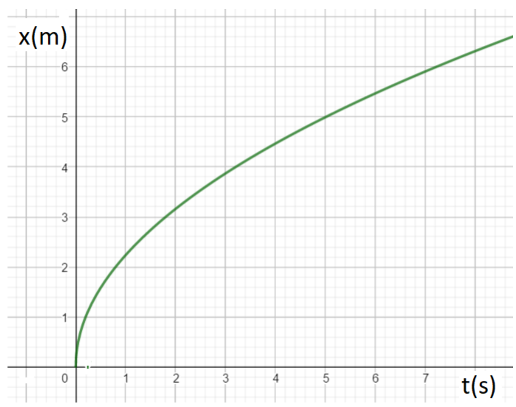
1.4. Según la figura, siendo *A*(3.5, −2.25), se pide:

a) Desplazamiento, distancia recorrida, velocidad media y celeridad media entre 0s y 4s.
b) Desplazamiento, distancia recorrida, velocidad media y celeridad media entre 1s y 6s.



Sol. a) −12 m, 12,5 m, −3 m/s y 3,125 m/s;
b) 0 m, 13 m, 0 m/s y 2,6 m/s.

1.5. Atendiendo a la figura, halla la velocidad media entre los instantes 0,2s y 5s. Interpreta gráficamente la velocidad media entre dichos instantes.



Sol. 0,833m/s la velocidad media es la pendiente de la recta secante.

1.6. La posición instantánea de una partícula es $x = 5t^2 - 8$ (SI). Se pide:

a) Una aproximación a $v_x(6s)$ tomando Δt = 0,001s.
b) Una aproximación a $v_x(6s)$ tomando Δt = –0,001s.
c) Valor exacto de $v_x(6s)$.

Sol. a) 60,005m/s; b) 59,995m/s; c) 60m/s.

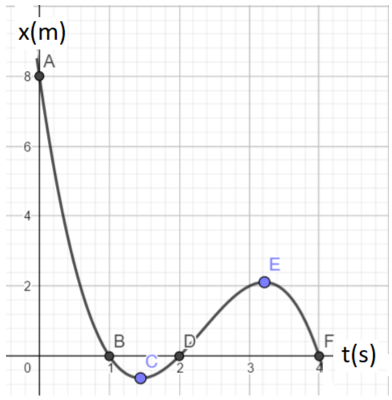
1.7. Conociendo la posición instantánea, halla la velocidad instantánea en cada caso.

a) $x = -6$ m.
b) $x = t^8$ (SI)
c) $x = t^{1/2}$ (SI)
d) $x = 4t - 3$ (SI)
e) $x = -5t^2 + 3t - 7$ (SI)
f) $x = sen(t) + t^3$ (SI)
g) $x = -7cos(t) + 6t^4$ (SI)
h) $x = 7t^{1/3} - 8cos(t)$ (SI)
i) $x = t^3 \cdot cos(t) - 4e^t$ (SI)
j) $x = (sen(t))^3$ (SI)
k) $x = (t^3 + 9t)^5$ (SI)
l) $x = 9 \cdot sen(7t - 2)$ (SI)
m) $x = 4 \cdot cos(-3t + 1)$ (SI)
n) $x = 5sen(t^3) + 6t^2cos(t)$ (SI)

Sol. a) 0m/s; b) $8t^7$ (SI); c) $0,5t^{-1/2}$ (SI); d) 4m/s; e) $-10t+3$ (SI); f) $cos(t) + 3t^2$ (SI); g) $7sen(t)+24t^3$ (SI); h) $7/3 \cdot t^{-2/3} + 8sen(t)$ (SI); i) $3t^2cos(t) - t^3sen(t) - 4e^t$ (SI); j) $3sen(t)cos(t)$ (SI); k) $5(t^3 + 9t)^4 \cdot (3t^2 + 9)$ (SI); l) $63cos(7t-2)$ (SI); m) $12sen(-3t+1)$ (SI); n) $15t^2 \cdot cos(t^3) + 12t \cdot cos(t) - 6t^2 \cdot sen(t)$ (SI).

1.8. Atendiendo a la gráfica *x = x(t)* entre los 0s y los 4s, donde los puntos son *A*(0, 8), *B*(1, 0), *C*(1.45, –0,63), *D*(2, 0), *E*(3.22, 2.11), *F*(4, 0), se pide:

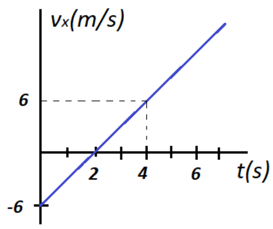
a) Instantes de tiempo en que la velocidad es nula.
b) Instantes de tiempo en que la velocidad es positiva.
c) Instantes de tiempo en que la velocidad es negativa.
d) Instante en que la celeridad es máxima.
e) Distancia recorrida desde los 0s hasta los 4s.



Sol. a) 1,45s y 3,22s; b) (1.45s, 3.22s);
c) [0s, 1.45s) ∪(3.22s, 4s]; d) 0s; e) 13,48m.

1.9. La velocidad instantánea de una partícula viene dada por la gráfica. Se pide:

a) Desplazamiento entre t_i = 0 s y t_f = 2 s.
b) Desplazamiento entre t_i = 4 s y t_f = 7 s
c) Desplazamiento entre t_i = 1 s y t_f = 5 s.



Sol. a) −6m; b) 13,5m; c) 12m.

1.10. La posición instantánea de una partícula es $x = 3t^2 - 21t + 30$ (SI). Hallar el desplazamiento y la distancia recorrida entre los instantes 1s y 5s.

Sol. a) −12m; b) 25,5m.

1.11. La posición instantánea de una partícula es $x = 4t^3 - 21t^2 + 30t$ (SI). Hallar la distancia recorrida y la aceleración media entre los instantes 0s y 6s.

Sol. a) 301,5m; b) 35m/s².

1.12. Sabiendo la posición instantánea, halla la aceleración en el instante *t* = 3 s en los siguientes casos:

a) $x = 9$ m.
b) $x = 4t$ (SI).
c) $x = 5t^2 - 8t + 4$ (SI).
d) $x = t^{1/2} + 3e^t$ (SI).
e) $x = cos(t) + 6t^3$ (SI).
f) $x = 4{\cdot}sen(5t^2 - 7)$ (SI).

Sol. a) 0 m/s²; b) 0 m/s²; c) 10 m/s²; d) 60,21 m/s²; e) 108,99 m/s²; f) −1028,72 m/s².

1.13. Responde razonadamente las cuestiones sobre MR, donde el eje *x* es horizontal y positivo hacia la derecha:

a) Si a_x = 0 entre los instantes 3s y 7s, ¿significa que la partícula no cambia de velocidad en ningún instante entre los 3s y los 7s?
b) Si a_x > 0 en 4s, ¿significa que la velocidad (con signo) es creciente a los 4s?
c) Si a_x > 0 en 4s, ¿significa que la celeridad es creciente a los 4s?
d) Si a_x < 0 en 4s, ¿significa que la velocidad (en x) es decreciente a los 4s?
e) Si a_x > 0 en 4s, ¿significa que la celeridad es decreciente a los 4s?

Sol. a) Sí; b) Sí; c) No; d) Sí; e) No.
La aceleración (en x) a_x y la velocidad (en x) v_x están relacionadas mediante $a_x = \frac{dv_x}{dt}$; lo que significa que:
$a_x = 0$ *en un intervalo de tiempo* $\Longrightarrow$ $v_x = cte$ *en dicho intervalo de tiempo (ojo que dice INTERVALO).*
$a_x > 0$ *en un instante de tiempo* $\Longrightarrow$ $v_x \uparrow$ *en dicho instante de tiempo.*
$a_x < 0$ *en un instante de tiempo* $\Longrightarrow$ $v_x \downarrow$ *en dicho instante de tiempo.*
Sin embargo la celeridad es $|v_x|$, lo que significa que:
$signo(v_x) = signo(a_x)$ *en un instante de tiempo* $\Longrightarrow |v_x| \uparrow$ *en dicho instante de tiempo.*
$signo(v_x) \neq signo(a_x)$ *en un instante de tiempo* $\Longrightarrow |v_x| \downarrow$ *en dicho instante de tiempo.*

1.14*. La posición instantánea de una partícula con MR viene dada por $x = 2t^3 - 6t + 1$ (SI). Se pide:

a) Posición inicial y posición en el instante 4 s.
b) Desplazamiento entre los instantes 3 s y 5 s.
c) Velocidad media entre los instantes 3 s y 5 s.
d) Velocidad inicial y velocidad en el instante 4 s.
e) Aceleración media entre los instantes 3 s y 5 s.
f) Aceleración inicial y aceleración en el instante 4 s.
g) Distancia recorrida desde el instante inicial hasta los 4 s.

Sol. a) 1 m y 105 m; b) 184 m; c) 92m/s; d) −6 m/s y 90 m/s; e) 48 m/s²; f) 0 m/s² y 48 m/s²; g) 112 m.

1.15*. La posición instantánea de una partícula con MR viene dada por $x = 4{\cdot}sen(3t+\pi/6)$ (SI). Se pide:

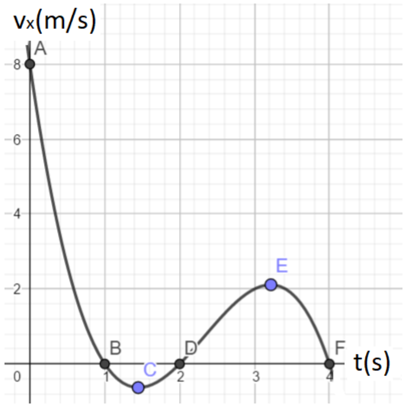
a) Posición inicial y posición en el instante 1 s.
b) Velocidad inicial y velocidad en el instante 1 s.
c) Aceleración inicial y aceleración en el instante 1 s.

Sol. a) 2 m y −1,49 m; b) 10,39 m/s y −11,14 m/s;
c) −18 m/s² y 13,42 m/s².

1.16*. Atendiendo a la gráfica de la velocidad (en x) en función del tiempo donde los puntos son A(0, 8), B(1, 0), C(1.45, –0,63), D(2, 0), E(3.22, 2,11), F(4, 0), se pide:

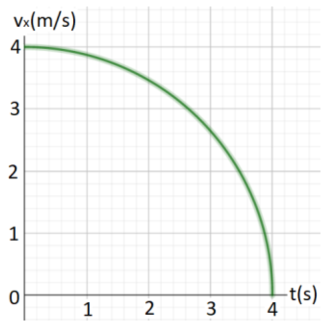
a) Instantes donde la velocidad se anula.
b) Instantes donde la aceleración se anula.
c) Esbozar la gráfica de celeridad en función del tiempo.
d) Instantes en que no tiene sentido la derivada de la celeridad respecto del tiempo.

e) Instantes donde la aceleración (en x) es positiva.
f) Instantes donde la aceleración (en x) es negativa.



Sol. a) 1 s, 2 s y 4 s; b) 1,45 s y 3,22 s; d) 1 s y 2 s;
e) (1.45 s, 3.22 s); f) [0 s, 1.45 s)∪(3.22 s, 4 s].

1.17**. Atendiendo a la figura, cuya gráfica es un cuarto de circunferencia, y sabiendo que la posición inicial del móvil es +8 m, se pide:
a) Distancia recorrida desde 0s hasta 1s.
b) Posición instantánea.



Sol. a) 3,958m;
b) $8 + 4\pi - 8arctg\left(\sqrt{\frac{16}{t^2} - 1}\right) + \frac{1}{2}t\sqrt{16 - t^2}$ (SI).

1.18**. La aceleración instantánea de un cuerpo es $a_x = 30t$ (SI). La velocidad inicial de la partícula es $v_{x,0}$ = 2m/s y la posición inicial es x_0 = 9m. Obtener la velocidad instantánea y la posición instantánea.
Sol. a) $15t^2+2$ (SI); b) $5t^3+2t+9$ (SI).

1.19**. La aceleración instantánea de un cuerpo es $a_x = 48cos(4t)$ (SI). La velocidad inicial de la partícula es $v_{x,0}$ = 1m/s y la posición inicial es x_0 = –5m. Obtener la velocidad instantánea y la posición instantánea.
Sol. a) 12sen(4t)+1 (SI); b) −3cos(4t)+t−2 (SI).