ENERGÍA ELÁSTICA

Ejemplo 1. Un muelle de constante k = $4\cdot10^3$ N/m es comprimido 25 cm. ¿Qué energía potencial elástica está almacenando dicho muelle?

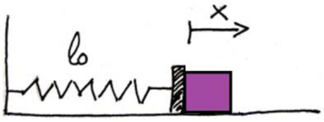
Solución

Datos: $K=4000\,N/m$; $x=-0{,}25\,m$; ¿E_e?

$$\boxed{E_e=\frac{1}{2}Kx^2=0{,}5\cdot4000(-0{,}25)^2=\boxed{125\,J}}$$

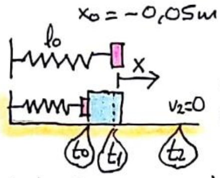
Ejemplo 2. La figura representa un sistema en equilibrio formado por un muelle de constante elástica 900 N/m y un bloque de 70 g. A partir de ahí comprimimos 5 cm el muelle junto el bloque y soltamos. Suponiendo ausencia de rozamiento y que el bloque está en contacto con el muelle hasta que éste recupere su longitud natural, se pide:

a) Velocidad del bloque justo cuando abandona el muelle.
b) Distancia recorrida por el bloque desde que abandona el muelle hasta que se para.
c) Repetir el problema si entre el bloque y el suelo hay una fuerza de rozamiento de 2 N.



Solución

Datos: $K=900\,N/m$; $m=0{,}070\,kg$; $x_0=-0{,}05\,m$; contacto con el muelle desde $x_0=-0{,}05\,m$ hasta $x_1=0\,m$; $v_2=0\,m/s$



Recordar que en estos problemas el origen de x está en la posición natural del muelle.

a) ¿v_1? El W_{nge} sobre el bloque entre t_0 y t_1 es nulo. Usaremos el teorema del trabajo no gravitatorio ni elástico.

$$\left(W_{nge}\right)_{i\to f}:\ \frac{1}{2}K(x_{f'}^2-x_{i'}^2)+mg(h_f-h_i)+\frac{1}{2}m(v_f^2-v_i^2)$$

Recordamos que W_{nge} es la suma algebraica de los trabajos que recibe la partícula entre t_i y t_f de todas las fuerzas aplicadas sobre ella exceptuando la gravedad y la fuerza elástica.

Las primas en $x_{i'}$ y $x_{f'}$ indican la posición en la que empieza a actuar la fuerza elástica y la posición en la que termina de actuar dicha fuerza, respectivamente, entre t_i y t_f. Debemos tomar como origen de x el punto en que la fuerza elástica actúa pero es nula (en la posición natural del muelle).

$$\left(W_{nge}\right)_{0\to1}:\ 0=\frac{1}{2}K(\cancel{x_1^2}-x_0^2)+\cancel{mg(h_1-h_0)}+\frac{1}{2}m(v_1^2-\cancel{v_0^2})$$

$$-0{,}5Kx_0^2+0{,}5mv_1^2=0\Rightarrow v_1=\sqrt{\frac{Kx_0^2}{m}}=\sqrt{\frac{900(-0{,}05)^2}{0{,}07}}$$

$$\boxed{v_1=5{,}67\,m/s}$$

b) ¿x_2?

A partir de t_1 el muelle no actúa sobre el bloque. Como no hay rozamiento, a partir de t_1 la suma de fuerzas es nula, luego tiene un MRU. Por tanto, nunca se detendrá. $\boxed{x_2=\infty}$

c) ¿v_1 y x_2 si $F_{roz}=2N$?

El W_{nge} sobre el bloque entre t_0 y t_1 se debe al rozamiento:

$$\left(W_{nge}\right)_{0\to1}:\ -F_r\cdot(\cancel{x_1}-x_0)=\frac{1}{2}K(\cancel{x_1^2}-x_0^2)+\cancel{mg(h_1-h_0)}+\frac{1}{2}m(v_1^2-\cancel{v_0^2})$$

$$F_r\cdot x_0=-0{,}5Kx_0^2+0{,}5mv_1^2\Rightarrow v_1=\sqrt{\frac{F_r\cdot x_0+0{,}5Kx_0^2}{0{,}5m}}$$

$$v_1=\sqrt{\frac{2\cdot(-0{,}05)+0{,}5\cdot900(-0{,}05)^2}{0{,}5\cdot0{,}07}}\Rightarrow\boxed{v_1=5{,}41\,m/s}$$

El W_{nge} sobre el bloque entre t_0 y t_2 se debe al rozamiento. Desde t_0 hasta t_2 el muelle actúa desde x_0 hasta x_1, luego $x_{i'}\equiv x_0$ y $x_{f'}\equiv x_1$.

$$\left(W_{nge}\right)_{0\to1}:\ -F_r\cdot(x_2-x_0)=\frac{1}{2}K(\cancel{x_1^2}-x_0^2)+\cancel{mg(h_2-h_0)}+\frac{1}{2}m(\cancel{v_2^2}-\cancel{v_0^2})$$

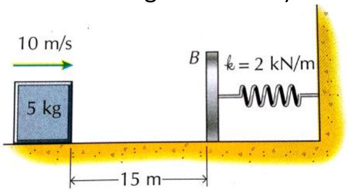
$$-F_rx_2+F_rx_0=-0{,}5Kx_0^2\Rightarrow x_2=\frac{-0{,}5Kx_0^2-F_rx_0}{-F_r}$$

$$x_2=\frac{-0{,}5\cdot900\cdot(-0{,}05)^2-2\cdot(-0{,}05)}{-2}\Rightarrow\boxed{x_2=0{,}51\,m}$$

• Para calcular x_2 también podíamos haber utilizado el teorema del W_{ng} entre t_1 y t_2, pues entre t_1 y t_2 no actúa ninguna fuerza elástica. También podíamos haber calculado a_x a partir de t_1 mediante 2LN y luego aplicar la fórmula de MRUA: $v_{x2}^2-v_{x1}^2=+2a_x(x_2-x_1)$.

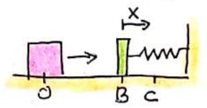
Ejemplo 3*. El bloque de masa 5 kg de la figura desliza por el suelo horizontal y choca contra el extremo B de un muelle de constante elástica 2 kN/m. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el suelo es μ = 0,25. La celeridad del bloque es de 10 m/s cuando se encuentra a 15 m del extremo B. Se pide:

a) Velocidad del bloque al llegar a B.
b) Deformación máxima del muelle debido al bloque.
c) Distancia que recorre el bloque hacia la izquierda desde B hasta que pare por completo (considerar que la caja pierde contacto con el muelle cuando el muelle alcanza su longitud natural).



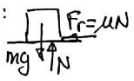
Solución

Datos: $m = 5kg$; $K = 2000 N/m$; $\mu = 0{,}25$; $V_0 = 10 m/s$
$V_C = 0 m/s$; $d_{OB} = 15 m$



a) ¿v_B?

El W_{ng} sobre el bloque desde O hasta B se debe al rozamiento:



$(2LN)_y: -mg + N = 0 \Rightarrow N = mg$
$Fr = \mu mg = 0{,}25 \cdot 5 \cdot 9{,}8$
$Fr = 12{,}25N.$

$$(W_{ng})_{O\to B}: -Fr\, d_{OB} = \cancel{mg(h_B - h_O)} + \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_O^2)$$

$$\boxed{v_B} = \sqrt{-\frac{2Fr\, d_{OB}}{m} + v_0^2} = \sqrt{\frac{-2\cdot 12{,}25\cdot 15}{5} + 10^2} = \boxed{5{,}15 m/s}$$

b) ¿d_{BC}? Observamos que $d_{BC} \equiv x_C$.

El W_{nge} sobre el bloque desde B hasta C se debe al rozamiento, que sigue siendo igual que antes.

$$(W_{nge})_{B\to C}: -Fr \cdot x_C = \frac{1}{2}K(x_C^2 - \cancel{x_B^2}) + \cancel{mg(h_C - h_B)} + \frac{1}{2}m(\cancel{v_C^2} - v_B^2)$$

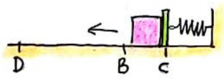
$$-Fr\cdot x_C = 0{,}5Kx_C^2 - 0{,}5mv_B^2 \Rightarrow 0{,}5Kx_C^2 - 0{,}5mv_B^2 + Fr\,x_C = 0$$

$$0{,}5\cdot 2000x_C^2 + 12{,}25x_C - 0{,}5\cdot 5\cdot 5{,}15^2 = 0$$

$$1000x_C^2 + 12{,}25x_C - 66{,}31 = 0 \Rightarrow x_C = \frac{-12{,}25 \pm 515{,}16}{2000}$$

$$x_C = \begin{cases} 0{,}251 \\ neg \end{cases} \Rightarrow \boxed{x_C = 0{,}251m}$$

c) ¿d_{BD} siendo $v_D = 0 m/s$?



El W_{nge} sobre el bloque desde C hasta D se debe al rozamiento, que sigue siendo igual que antes.

En el tramo CD el muelle actúa desde C hasta B, luego $x_i \equiv x_C$ y $x_f \equiv x_B$. Se tiene $d_{CD} = x_C + d_{BD}$.

$$(W_{nge})_{C\to D}: -Fr\,d_{CD} = \frac{1}{2}K(\cancel{x_B^2} - x_C^2) + \cancel{mg(h_D - h_C)} + \cancel{\frac{1}{2}m(v_D^2 - v_C^2)}$$

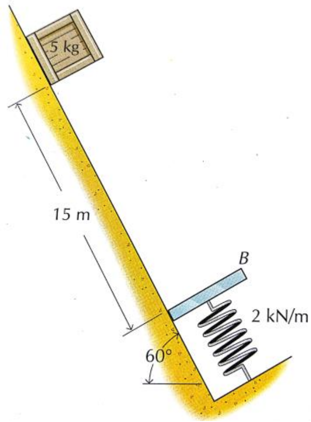
$$-Fr\cdot(x_C + d_{BD}) = -0{,}5Kx_C^2 \Rightarrow +Fr\,x_C + Fr\,d_{BD} = +0{,}5Kx_C^2$$

$$d_{BC} = \frac{0{,}5Kx_C^2 - Fr\,x_C}{Fr} = \frac{0{,}5\cdot 2000\cdot 0{,}251^2 - 12{,}25\cdot 0{,}251}{12{,}25}$$

$$\boxed{d_{BC} = 4{,}89 m}$$

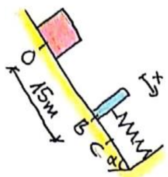
Ejemplo 4*. Por la rampa cae una caja de 0,5 kg, inicialmente en reposo, en la forma que se indica en la figura e incide sobre el muelle. El coeficiente de rozamiento entre caja y suelo es μ = 0,25. Se suelta la caja partiendo del reposo cuando se halla a 15 m del tope. Considerando que la caja pierde contacto con el muelle cuando este alcanza su longitud natural y que la deformación que sufre el muelle debido al peso de la caja es despreciable, se pide:

a) Velocidad del bloque al llegar a B.
b) Acortamiento máximo del muelle $\delta_{máx}$ debido a la caja.
c) Distancia que recorre el bloque en sentido rampa arriba desde B hasta que se pare de nuevo (considerar que la caja pierde contacto con el muelle cuando el muelle alcanza su longitud natural).



Solución

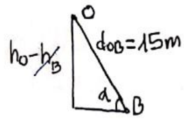
Datos: $m = 0{,}5kg$; $v_0 = 0 m/s$; $\mu = 0{,}25$; $d_{OB} = 15m$
$K = 2000 N/m$; $\alpha = 60°$; $v_C = 0 m/s$; $x_B \equiv 0m$; $h_B \equiv 0m$



$(2LN)_y: N - mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow$
$N = mg\cos\alpha \Rightarrow Fr = \mu mg\cos\alpha$
$Fr = 0{,}25\cdot 0{,}5\cdot 9{,}8\cos 60°$
$Fr = 0{,}613N$

a) ¿v_B?

El W_{ng} sobre el bloque desde O hasta B se debe al rozamiento. Tomamos $h_B \equiv 0m$.



$h_O = d_{OB}\,sen\alpha = 15\cdot sen60° = 12{,}99m$

$$(W_{ng})_{O\to B}: -Fr\cdot d_{OB} = mg(\cancel{h_B} - h_O) + \frac{1}{2}m(v_B^2 - \cancel{v_O^2})$$

$$-Fr\,d_{OB} = -mgh_O + 0{,}5m\,v_B^2 \Rightarrow v_B =$$

$$v_B = \sqrt{\frac{-Fr\,d_{OB} + mgh_O}{0{,}5m}} = \sqrt{\frac{-0{,}613\cdot 15 + 0{,}5\cdot 9{,}8\cdot 12{,}99}{0{,}5\cdot 0{,}5}}$$

$$\boxed{v_B = 14{,}76 m/s}$$

b) ¿$S_{máx} \equiv d_{BC} \equiv x_C$?

El W_{nge} sobre el bloque desde B hasta C se debe al rozamiento. La fuerza elástica actúa en todo el tramo.

$$(W_{nge})_{B\to C}: -F_r \cdot d_{BC} = \frac{1}{2}k(x_C^2 - \cancel{x_B^2}) + mg(h_C - \cancel{h_B}) + \frac{1}{2}m(\cancel{v_C^2} - v_B^2)$$

Debemos poner h_C en función de x_C:

$$\cancel{h_B} - h_C = d_{BC}\cdot sen\alpha \Rightarrow h_C = -d_{BC}\, sen\alpha \equiv -x_C\, sen\alpha$$

$$-F_r\cdot x_C = 0{,}5kx_C^2 + mg(-x_C\, sen\alpha) - 0{,}5mv_B^2$$

$$0{,}5kx_C^2 + (F_r - mg\, sen\alpha)x_C - 0{,}5mv_B^2 = 0$$

$$1000x_C^2 - 3{,}63x_C - 54{,}46 = 0 \Rightarrow x_C = \frac{3{,}63 \pm 466{,}75}{2000}$$

$$x_C = \begin{cases}0{,}235\\ neg\end{cases} \Rightarrow \boxed{x_C = 0{,}235\,m}$$

c) ¿d_{BD} con $v_D = 0\,m/s$?

$h_D = d_{BD}\, sen60°$

$h_B = 0m$

$h_C = -x_C\, sen\alpha = -0{,}235\, sen60° = -0{,}20\,m$

El W_{nge} desde C hasta D se debe al rozamiento.
La fuerza elástica actuará desde C hasta B

$$(W_{nge})_{C\to D}: -F_r d_{CD} = \frac{1}{2}k(\cancel{x_B^2} - x_C^2) + mg(h_D - h_C) + \cancel{\frac{1}{2}m(v_D^2 - v_C^2)}$$

$$-F_r\cdot(x_C + d_{BD}) = -0{,}5kx_C^2 + mg\, d_{BD}\, sen60° - mgh_C$$

$$-F_r x_C - F_r d_{BD} = -0{,}5kx_C^2 + mg\, sen60°\, d_{BD} - mgh_C$$

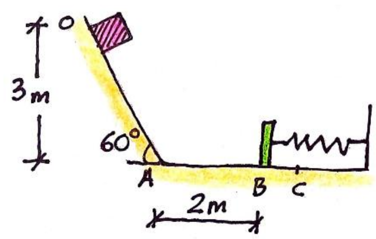
$$d_{BD} = \frac{-F_r x_C + 0{,}5kx_C^2 + mgh_C}{mg\, sen60° + F_r}$$

$$d_{BD} = \frac{-0{,}613\cdot0{,}235 + 0{,}5\cdot2000\cdot0{,}235^2 + 0{,}5\cdot9{,}8\cdot(-0{,}2)}{0{,}5\cdot9{,}8\, sen60° + 0{,}613}$$

$$\boxed{d_{BD} = 11{,}14\,m}$$

Ejemplo 5*. El bloque de 4 kg parte del punto O inicialmente en reposo rampa abajo hasta el extremo libre del muelle, situado en el punto B. En el momento de mayor compresión del muelle dicho extremo llega al punto C. La deformación máxima del muelle es de 28 cm y que el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el suelo, tanto en el tramo inclinado como en el horizontal, es de 0,15. Se pide:

a) Velocidad del bloque en el punto B.
b) Constante elástica del muelle.

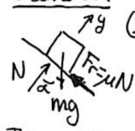


Solución

Datos: $m = 4kg$; $v_O = 0\,m/s$; $d_{BC} = 0{,}28m$; $\mu = 0{,}15$
$h_A = h_B = h_C = 0m$; $h_O = 6m$; $x_B = 0m$; $x_C = 0{,}28m$
$d_{AB} = 2m$; $\alpha = 60°$; $v_C = 0\,m/s$.

a) ¿v_B? El W_{nge} desde O hasta B se debe al rozamiento, que será distinto en la rampa que en la horizontal, ya que la normal es distinta.

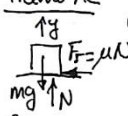
Tramo OA



$(2LN)_y: N - mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha \Rightarrow$

$F_r = \mu mg\cos\alpha = 0{,}15\cdot4\cdot9{,}8\cos60° = 2{,}94N$

Tramo AC



$(2LN)_y: -mg + N = 0 \Rightarrow N = mg \Rightarrow F_r = \mu mg$

$F_r = 0{,}15\cdot4\cdot9{,}8 = 5{,}88N$

$$sen\alpha = \frac{h_O}{d_{OA}} \Rightarrow d_{OA} = \frac{h_O}{sen\alpha} = \frac{3}{sen60°} = 3{,}46m$$

$$(W_{nge})_{O\to B}: -F_{r_{OA}} d_{OA} - F_{r_{AB}} d_{AB} = mg(\cancel{h_B} - h_O) + \frac{1}{2}m(v_B^2 - \cancel{v_O^2})$$

$$v_B = \sqrt{\frac{(-F_{r_{OA}}d_{OA} - F_{r_{AB}}d_{AB} + mgh_O)\cdot2}{m}}$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{\frac{(-2{,}94\cdot3{,}46 - 5{,}88\cdot2 + 4\cdot9{,}8\cdot3)\cdot2}{4}} = 6{,}92\,m/s}$$

b) ¿K? Se puede resolver este apartado aplicando W_{nge} entre O y C o también W_{nge} entre B y C. Lo haremos de ambas formas. En ambos casos la fuerza elástica actúa desde B hasta C.

$$(W_{nge})_{O\to C}: -F_{r_{OA}}\cdot d_{OA} - F_{r_{AC}}\cdot d_{AC} =$$
$$= \frac{1}{2}k(x_C^2 - \cancel{x_B^2}) + mg(\cancel{h_C} - h_O) + \cancel{\frac{1}{2}m(v_C^2 - v_O^2)}$$

$$-F_{r_{OA}}d_{OA} - F_{r_{AC}}d_{AC} = 0{,}5kx_C^2 - mgh_O \Rightarrow$$

$$k = \frac{-F_{r_{OA}}d_{OA} - F_{r_{AC}}d_{AC} + mgh_O}{0{,}5x_C^2} =$$

$$\boxed{k = \frac{-2{,}94\cdot3{,}46 - 5{,}88\cdot(2+0{,}28) + 4\cdot9{,}8\cdot3}{0{,}5\cdot0{,}28^2} = 2399\,N/m}$$

$$(W_{nge})_{B\to C}: -F_{r_{BC}}\cdot d_{BC} = \frac{1}{2}k(x_C^2 - \cancel{x_B^2}) + \cancel{mg(h_C - h_B)} + \frac{1}{2}m(\cancel{v_C^2} - v_B^2)$$

$$-F_{r_{BC}}d_{BC} = 0{,}5kx_C^2 - 0{,}5mv_B^2 \Rightarrow k = \frac{-F_{r_{BC}}d_{BC} + 0{,}5mv_B^2}{0{,}5\cdot x_C^2}$$

$$\boxed{k = \frac{-5{,}88\cdot0{,}28 + 0{,}5\cdot4\cdot6{,}92^2}{0{,}5\cdot0{,}28^2} = 2401\,N/m}$$

Ejemplo 6*. Tenemos un oscilador armónico de amplitud 6 cm formado por una masa puntual de 180 g y un muelle de constante elástica *k* = 7 kN/m. Se pide:

a) Energía potencial elástica como oscilador, energía cinética y energía mecánica como oscilador cuando la velocidad del oscilador es la mitad de su velocidad máxima.
b) Energía potencial elástica como oscilador, energía cinética y energía mecánica como oscilador cuando el módulo de su aceleración es 500 m/s^2.

Solución

Datos: oscilador armónico; $A = 0{,}06\,m$; $m = 0{,}18\,kg$

$K = 7000\,N/m$

a) ¿$E_{e1}^{osc}, E_{c1}, E_{m1}^{osc}$ donde $v_1 = 0{,}5 v_{máx}$?

La energía mecánica como oscilador se mantiene cte e igual a $E_m^{osc} = \frac{1}{2}KA^2 = 0{,}5\cdot 7000\cdot 0{,}06^2 = 12{,}6\,J$.

Por tanto $\boxed{E_{m1}^{osc} = 12{,}6\,J}$

Recordamos que $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ y $E_e^{osc} = \frac{1}{2}Kx^2$, verificándose que $E_m^{osc} = E_e^{osc} + E_c$.

Calculemos $v_{máx}$. La velocidad será máxima, cuando la energía cinética sea máxima; y eso sucederá cuando la energía elástica sea mínima; es decir, $x=0$.

$v_{máx} \Rightarrow E_{c\,máx} \Rightarrow E_{e\,mín}^{osc} \Rightarrow x = 0\,m$. Por tanto, la velocidad es máxima cuando toda la energía mecánica del oscilador es energía cinética.

$E_m^{osc} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 \Rightarrow v_{máx} = \sqrt{\frac{2E_m^{osc}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 12{,}6}{0{,}18}} =$

$v_{máx} = 11{,}83\,m/s$. Luego $v_1 = 0{,}5\cdot 11{,}83 = 5{,}92\,m/s$.

$\boxed{E_{c1} = \frac{1}{2}mv_1^2 = 0{,}5\cdot 0{,}18\cdot 5{,}92^2 = 3{,}15\,J}$

$\boxed{E_{p1}^{osc} = E_{m1}^{osc} - E_{c1} = 12{,}6 - 3{,}15 = 9{,}45\,J}$

b) ¿$E_{e2}^{osc}, E_{c2}, E_{m2}^{osc}$ si $a_2 = 500\,m/s^2$?

$\boxed{E_{m2}^{osc} = E_{m1}^{osc} = 12{,}6\,J}$

En un oscilador masa-muelle $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{7000}{0{,}18}}$

$\omega = 197{,}2\,rad/s$. Del MAS sabemos $a_x = \omega^2 x$; luego $a = \omega^2|x| \Rightarrow a_2 = \omega^2|x_2| \Rightarrow |x_2| = \frac{a_2}{\omega^2}$

$|x_2| = \frac{500}{197{,}2^2} = 0{,}013\,m$.

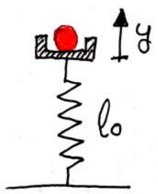
$E_{p2}^{osc} = \frac{1}{2}Kx_2^2 = \frac{1}{2}K|x_2|^2 = 0{,}5\cdot 7000\cdot 0{,}013^2 = \boxed{0{,}58\,J}$

$E_{c2} = E_{m2}^{osc} - E_{p2}^{osc} = 12{,}6 - 0{,}58 = \boxed{12{,}02\,J}$

EJERCICIOS PROPUESTOS

7.1. En el sistema de la figura tenemos un muelle vertical de constante elástica 1200 N/m sobre el que colocamos una pequeña bolita de 30 g. Despreciamos la deformación que sufre el muelle debido al peso de la bolita, por lo que el sistema representado está en equilibrio. A partir de esta posición de equilibrio comprimimos el muelle 8 cm hacia abajo y dejamos libre el conjunto. Suponiendo que la bola está en contacto con el muelle hasta que este recupere su longitud natural y tomando como altura cero la del extremo el muelle en su posición natural, se pide:

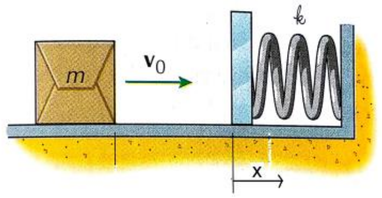
a) Velocidad de la bolita al abandonar el muelle.
b) Altura máxima que alcanza la bola.



Sol. a) 15,95 m/s; b) 12,98 m.

7.2. Lanzamos un bloque de 3 kg por un plano horizontal a una velocidad de 10 m/s, llegando un instante en el que se encuentra con un muelle de constante elástica 1875 N/m, lo que provoca su compresión. Se pide:

a) Compresión máxima del muelle debida al bloque.
b) Velocidad del bloque cuando se encuentre a la mitad de la compresión máxima.



Sol. a) 0,4 m; b) 8,66 m/s.

7.3. En un oscilador armónico:

a) Cuando la elongación es la mitad de la amplitud, ¿qué relación hay entre su energía potencial elástica como oscilador y su energía mecánica como oscilador?
b) ¿Cuál debe ser la razón entre su elongación y su amplitud para que su energía potencial elástica como oscilador iguale su energía cinética?

Sol. a) Llamando t_1 a dicho instante: $\frac{E_{p,1}^{osc}}{E_{m,1}^{osc}} = \frac{1}{4}$;

b) Llamando t_2 a dicho instante: : $\frac{x_2}{A} = \sqrt{\frac{1}{2}}$.

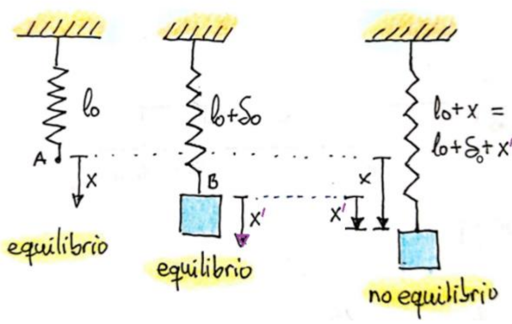
7.4*. De un oscilador armónico masa-muelle de masa 2 kg sabemos que su elongación máxima es de 8 cm y que su energía cinética máxima es de 120 J. Se pide:

a) Frecuencia del oscilador.

b) Representar aproximadamente la energía potencial elástica, la energía cinética y la energía mecánica del oscilador en función de la elongación.

Sol. a) 21,79 Hz.

7.5**. A veces, cuando hay una fuerza elástica, se define energía potencial de una partícula como la suma de su energía potencial elástica más su energía potencial gravitatoria; esto es, $E_p = E_e + E_g$. Como sabemos, el sistema de la figura se puede estudiar como partícula o como oscilador armónico. ¿A qué punto le tendríamos que asignar altura nula para que siempre se cumpliera $E_p = E_p^{osc}$?



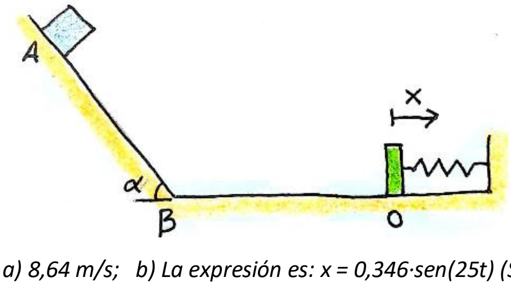
Sol. Al punto medio entre A y B.

NOTA IMPORTANTE. Los siguientes problemas mezclan conceptos de esta sección con otros de secciones anteriores, por lo que son muy completos.

7.6*. El bloque de 800 g de la figura se encuentra inicialmente en reposo en el punto A, de altura 5 m, en la rampa de inclinación de α = 40°. El suelo es rugoso en la parte inclinada (de A a B μ = 0,2) y liso en su parte horizontal (de B hacia la derecha μ = 0). En el punto O se encuentra el extremo de un muelle de constante k = 500 N/m. Cuando el bloque impacta en el muelle, queda adherido a él permanentemente, describiendo el bloque un MAS a partir de ese instante. Se pide:

a) Celeridad del bloque en el punto O.

b) Representación gráfica de la posición instantánea del bloque x = x(t) empezando a contar tiempos cuando el bloque llega a O.

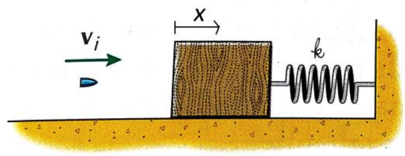


Sol. a) 8,64 m/s; b) La expresión es: x = 0,346·sen(25t) (SI).

7.7*. El bloque de madera de la figura de 300 g está unido a un resorte de k = 7500 N/m. El bloque está en reposo sobre una superficie horizontal rugosa (μ = 0,4) y recibe el impacto de una bala de 30 g que lleva una velocidad inicial v_i =150 m/s. En el choque, la bala queda incrustada en la madera. Determinar:

a) Celeridad del conjunto bala-bloque inmediatamente después del choque.

b) Compresión máxima que experimenta el muelle debido al conjunto bala-bloque.

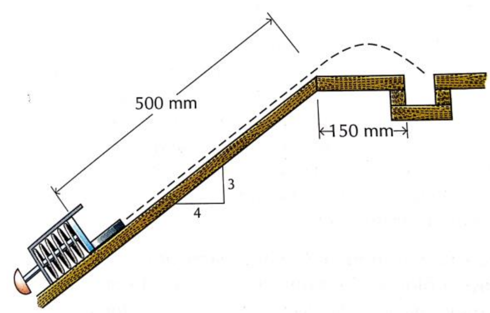


Sol. a) 13,64 m/s; b) 0,09 m.

7.8*. En un juego de habilidad debemos lanzar la moneda hacia arriba por un plano inclinado mediante un resorte para que caiga en el canal de la figura. La moneda tiene una masa de 5 g, la constante elástica del muelle es de 75 N/m y el coeficiente de rozamiento entre el piso de madera y la moneda es de 0,2. Despreciando la deformación inicial del muelle debido al peso de la moneda y suponiendo que la moneda abandona al muelle cuando éste alcanza su longitud natural se pide:

a) Velocidad inicial con que la moneda debe iniciar su movimiento parabólico.

b) Longitud que debemos desplazar el tirador del muelle hacia atrás.



Sol. a) 1,24 m/s; b) 0,025 m.

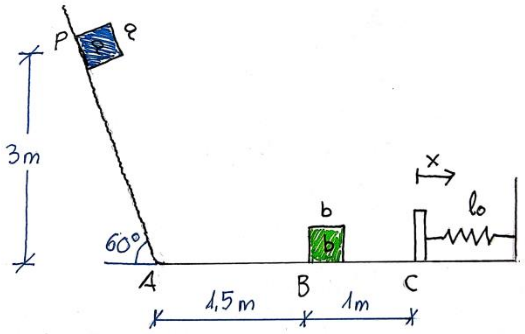
7.9**. Atendiendo a la figura, soltamos el bloque *a* de 4 kg en P con velocidad inicial nula a través de la rampa de inclinación 60°; asimismo, el bloque *b* de 1 kg está en reposo. En el punto B el bloque *a* impactará con el bloque *b* de forma totalmente inelástica, avanzando ambos hacia el muelle de constante k = 3125 N/m. Una vez que el conjunto *a-b* impacte con el muelle quedará unido él permanentemente. Desde P hasta A la rampa es rugosa (μ = 0,15); mientras que el tramo horizontal a partir de A es liso. Se pide:

a) Celeridad del bloque *a* en B justo antes de chocar y celeridad del conjunto *a-b* inmediatamente después del choque.

b) Representación gráfica de la elongación instantánea x = x(t) del MAS resultante del conjunto a-b tomando como origen de tiempos el instante en que el conjunto queda pegado al muelle.

c) Instante de tiempo en que se produce el tercer máximo de elongación del MAS.

d) Aceleración máxima del MAS e instante en que se produce por primera vez.



Sol. a) 7,33 m/s, 5,86 m/s;
b) La expresión es: x = 0,235·sen(25t) (SI);
c) 0,565 s; d) 146,88 m/s², 0,188 s.

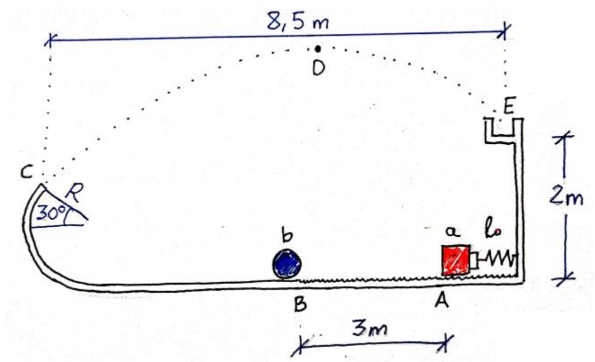
7.10**. Pretendemos comprimir el muelle de constante k = 1,1 kN/m junto el bloque *a* de masa m_a = 150 g una cantidad δ desconocida para impulsar *a* por el suelo rugoso (μ = 0,1) hasta chocar elásticamente en B con la bola *b* de masa m_b = 300 g. Ello provocará el movimiento de la bola *b* a través del piso liso y de la guía circular lisa de radio R = 0,8 m; la bola abandonará la guía en el punto C, alcanzará la altura máxima en D y encestará en el punto E. Se pide:

a) Velocidad de la bola en C y altura de D.

b) Normal que ejerce la guía circular sobre la bola justo antes de C y módulo de la aceleración de la bola justo antes de C.

c) Celeridad de *b* justo después del choque en B y celeridad de *a* justo antes del choque en B.

d) Cantidad δ que debemos comprimir el muelle.



Sol. a) 10,08 m/s, 5,088 m; b) 36,36 N, 127,29 m/s²;
c) 11,19 m/s, 16,79 m/s; d) 0,198 m.