1) **Estudiar la continuidad de la función f(x)=**$\begin{cases} \boldsymbol{2^x \; si \; x < 2} \\ \boldsymbol{4 \;\; si \; x \geq 2} \end{cases}$

D(f)=x$\epsilon\mathbb{R}$ → La función f(x) está definida por una exponencial y función polinómica por lo tanto podemos decir que la función va a ser continua en todo $\mathbb{R}$ excepto en el punto de ruptura que estudiaremos.

x=2

$\left.\begin{array}{r} \lim\limits_{x \to 2^-} 2^x = 4 \\ \lim\limits_{x \to 2^+} 4 = 4 \\ f(2) = 4 \end{array}\right\}$ Como los límites laterales son iguales y su valor coincide con el valor de la función en ese punto, la función será continua. $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$= $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$= f(2)

2) **Estudiar la continuidad de la función f(x)=** $\begin{cases} \boldsymbol{\frac{1}{x} \quad si \; x < 1} \\ \boldsymbol{2x - 1 \; x \geq 1} \end{cases}$

La función está definida por una polinómica y una racional la cual no estaría definida para x=0 ya que ese valor anula el denominador. D(f)= x$\epsilon\mathbb{R}$-{0}
También debemos estudiar el punto de ruptura, es decir x=1

x=0

$\left.\begin{array}{l} \lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = \frac{+}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = \frac{+}{0^+} = +\infty \end{array}\right\}$ Como $\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty \; y \lim_{x \to 0^+} f(x) = \infty$ Presenta una discontinuidad Inevitable de salto infinito

x=1

$\left.\begin{array}{r} \lim_{x \to 1^-} \frac{1}{x} = 1 \\ \lim\limits_{x \to 1^+} 2x - 1 = 1 \\ f(1) = 1 \end{array}\right\}$ Como $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x)$=f(1)=1 → La función será continua en el punto de ruptura x=1

3) Estudiar la continuidad de la función f(x)=$\begin{cases} \boldsymbol{x^2 - 2^x \; si \; x < 0} \\ \boldsymbol{x^2 - x - 1 \; si \; 0 \leq x < 1} \\ \boldsymbol{1 + lnx \;\; si \; x \geq 1} \end{cases}$

La primera función está definida para todo ℝ, la segunda función es una polinómica por lo tanto también está definida para todo ℝ y por último tenemos una función logarítmica que no estaría definida para x≤ 0 pero no nos importa ya que esa función estaría definida para x≥ 1.

También debemos estudiar los puntos de ruptura, es decir para x=0 y x=1

x=0

$\left.\begin{array}{c} \lim_{x\to 0^-} 3x^2 - 2^x = -1 \\ \lim_{x\to 0^+} x^2 - x - 1 = -1 \\ f(0) = -1 \end{array}\right\}$ Como $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0) = -1$ La función es continua en x=0

x=1

$\left.\begin{array}{c} \lim_{x\to 1^-} x^2 - x - 1 = -1 \\ \lim_{x\to 1^+} 1 + lnx = 1 \\ f(1) = 1 \end{array}\right\}$ Como $\lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \pm\infty$ La función tendrá en x=1 una discontinuidad Inevitable de salto Finito 2.

4) Estudiar la continuidad de la función f(x)=$\boldsymbol{\frac{x^3-2x^2-3x}{x^2-x-6}}$

Se trata de una función racional. Por lo tanto los puntos que no pertenecen al dominio son aquellos que anulan el denominador.

$x^2 - x - 6 = 0$ → x≠-2 y x≠3→Por lo tanto D(f)= xϵℝ-$\{-2{,}3\}$

x=-2

$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to -2^-} f(x) = \lim_{x\to -2^-} \frac{x(x-3)(x+1)}{(x-3)(x+2)} = \frac{+}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x\to -2^+} f(x) = \lim_{x\to -2^+} \frac{x(x-3)(x+1)}{(x-3)(x+2)} = \frac{+}{0^+} = +\infty \end{array}\right\}$ $Como \lim\limits_{x\to -2^-}$ f(x)= $-\infty \; y \; \lim\limits_{x\to -2^+}$f(x)=+∞

En x=-2 presenta una discontinuidad Inevitable de salto infinito.

x=3

$\left.\begin{array}{c} \lim_{x\to 3} \frac{x(x-3)(x+1)}{(x-3)(x+2)} = \frac{12}{5} \\ \nexists f(3) \end{array}\right\}$ Como $\lim\limits_{x\to 3^-}$f(x)= $\lim\limits_{x\to 3^+}$f(x) y ∄ f(3) → En x=3 tendremos una discontinuidad Evitable. Se evita definiendo f(3)=$\lim_{x\to 3} f(x)$=$\frac{12}{5}$

5) Estudiar la continuidad de la función f(x)= $\begin{cases} \boldsymbol{-x^2+5x \quad si\ \ 0 \le x \le 5} \\ \boldsymbol{x-5 \quad si\ \ 5 < x \le 10} \end{cases}$

Aquí tenemos dos funciones polinómicas, por lo que la función será continua en el intervalo en el que está definida. D(f)= xϵ[0,10]

También vamos a estudiar el punto de ruptura, es decir para x=5

<u>x=5</u>

$$\left.\begin{matrix} \lim_{x\to 5^-} -x^2+5x=0 \\ \lim_{x\to 5^+} x-5=0 \\ f(5)=0 \end{matrix}\right\}$$ Como $\lim_{x\to 5^-} f(x) = \lim_{x\to 5^+} f(x) = f(5)$ → En x=5 la función es continua.

Por lo tanto el dominio de la función será: D(f)= xϵ[0,10]

6) Estudiar la continuidad de la función f(x)= $\begin{cases} \boldsymbol{{}^{x} \quad si\, x<0} \\ \boldsymbol{-x^2+x+1 \quad si\, 0 \le x < 1} \\ \boldsymbol{x+2 \quad si\, x>1} \end{cases}$

Tenemos una función exponencial y dos funciones polinómicas por lo que la función será continua en el intervalo en el que está definida.

También vamos a estudiar los puntos de ruptura, es decir para x=0 y x=1

<u>x=0</u>

$$\left.\begin{matrix} \lim_{x\to 0^-} 3^x=1 \\ \lim_{x\to 0^+} -x^2+x+1=1 \\ f(0)=1 \end{matrix}\right\}$$ Como $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$ La función será continua en x=0

<u>x=1</u>

$$\left.\begin{matrix} \lim_{x\to 1^-} -x^2+x+1=1 \\ \lim_{x\to 1^+} x+2=2 \\ f(1)=1 \end{matrix}\right\}$$ Como $\lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^+} f(x) \neq \pm\infty$ Presenta una discontinuidad Inevitable de salto Finito 1.

8) Estudiar la continuidad de la función f(x)= $\begin{cases} 2x \quad 3 \;\; si\, x < \quad 1 \\ x^2 \quad 2 \;\; si \quad 1 \le x < 2 \\ 3x+1 \;\; si\, x \ge 2 \end{cases}$

Todas las funciones son funciones polinómicas, por lo tanto podemos decir que la función va a ser continua en todo $\mathbb{R}$ excepto en el punto de ruptura que estudiaremos.

<u>x=-1</u>

$\begin{cases} \lim_{x\to -1^-} -2x \quad 3 = -1 \\ \lim_{x\to -1^+} x^2 \quad 2 = \quad 1 \\ f(-1) = \quad 1 \end{cases}$ → Tenemos que $\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^+} f(x) = f(-1)$ por lo que podemos afirmar que en x=-1 la función es continua.

<u>x=2</u>

$\begin{cases} \lim_{x\to 2^-} x^2 \quad 2 = 2 \\ \lim_{x\to 2^+} 3x+1 = 7 \\ f(2) = 7 \end{cases}$ → Como $\lim_{x\to 2^-} f(x) \ne \lim_{x\to 2^+} f(x)$ Como los límites laterales son distintos no existirá el límite en x=2 ($\nexists \lim_{x\to 2} f(x)$

En x=2 tendremos una Discontinuidad Inevitable de salto Finito 5.

9) **Estudiar la continuidad de la función** $\left.\begin{matrix} 1 \;\; si\, x < 0 \\ x+1 \;\; si\, 0 < x < 1 \\ x^2 \quad 2x \;\; si\, x \ge 1 \end{matrix}\right\}$ **=f(x)**

Todas las funciones son funciones polinómicas, por lo tanto podemos decir que la función va a ser continua en el intervalo en los que está definida. D(f)= x϶$\mathbb{R}$-$\{x=0\}$ porque la función no está definida en x=0

Analizamos los puntos de ruptura, x=0 y x=1

<u>x=0</u>

$\begin{cases} \lim_{x\to 0^-} 1 = 1 \\ \lim_{x\to 0^+} x+1 = 1 \\ \nexists f(0) \end{cases}$ →Como $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)\; y \nexists f(0)$ La función tendrá una discontinuidad Evitable en x=0. Se evita definiendo f(0)=$\lim_{x\to 0} f(x)$=1

<u>x=1</u>

$\left.\begin{matrix} \lim_{x\to 1^-} x+1 = 2 \\ \lim_{x\to 1^+} x^2 \quad 2x = -1 \\ f(1) = \quad 1 \end{matrix}\right\}$ → Como $\lim_{x\to 1^-} f(x) \ne \lim_{x\to 1^+} f(x) \ne \pm\infty$ La función presenta una discontinuidad Inevitable de salto Finito 3.