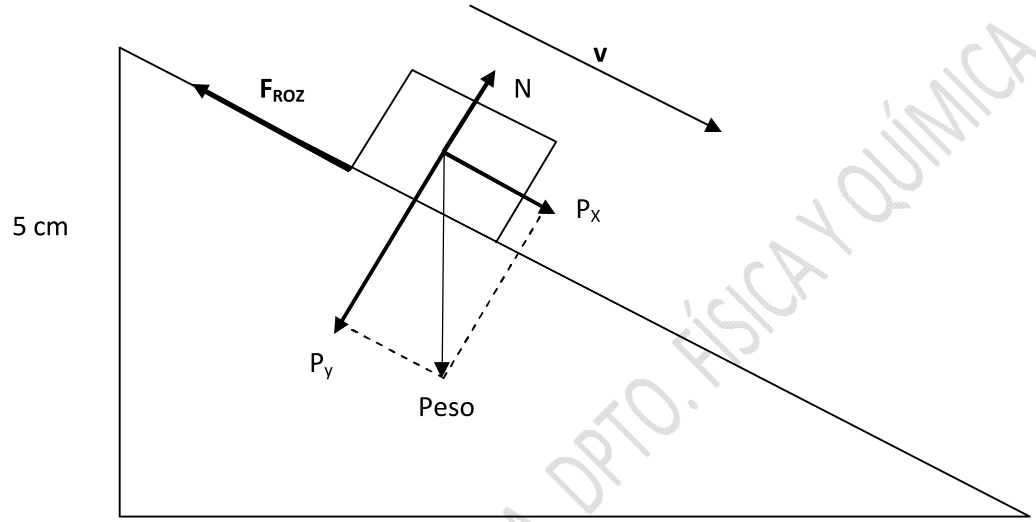
1º. **Un cuerpo de 3 kg se desliza por un plano inclinado 45º con respecto a la horizontal desde una altura de 5m. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 0'32. Determina:**

a) **El trabajo realizado sobre el cuerpo por cada una de las fuerzas que actúan, hasta que llega al final del plano.**
b) **El trabajo total realizado sobre el cuerpo en todo el trayecto.**




espacio recorrido = 5/sen $45^0$ → espacio recorrido = 7'07 metros.

$P_X$ = m·g·cos $45^0$ → $P_X$ = 20'79 N

$P_Y$ = m·g·sen $45^0$ → $P_Y$ = 20'79 N

$R_Y$ = 0 → N – P = 0 → N = 20'79 N

$F_{ROZ}$ = μ·N → $F_{ROZ}$ = 0'32·20'79 → $F_{ROZ}$ = 6'65 N

$W_{PX}$ = $P_X$·r·cos$0^0$ → $W_{PX}$ = 20'79·7'07·1 → **$W_{PX}$ = 146'99 J**

$W_{PY}$ = $P_Y$·r·cos$90^0$ → $W_{PY}$ = 20'79·7'07·0 → **$W_{PY}$ = $W_N$ = 0 J**

$W_{FROZ}$ = $F_{ROZ}$·r·cos $180^0$ → $W_{FROZ}$ = 6'65·7'07·(-1) → **$W_{FROZ}$ = - 47'04 J**

$W_{TOTAL}$ = $W_{PX}$ + $W_{FROZ}$ = $W_{TOTAL}$ = 146'99 – 47'04 → **$W_{PX}$ = 99'95 J**

2º. **La fuerza de fricción entre las ruedas de un coche de 1300 kg y el suelo es de 220 N. Si el coche se mueve por una pista horizontal a una velocidad de 110 km/h y se deja en "punto muerto", ¿qué distancia recorrerá hasta que se detenga por completo?.**

En primer lugar se pasan las unidades a sistema internacional:

$v = 110\ \frac{km}{h} \cdot \frac{1\ h}{3600\ s} \cdot \frac{1000\ m}{1\ km} \rightarrow v = 30'56 m \cdot s^{-1}$

$W = \Delta E_C \rightarrow \Delta E_C = E_{CF} - E_{C0} \rightarrow \Delta E_C = 0 - 0'5 \cdot 1300 \cdot 30'56^2 \rightarrow$ $\boxed{\Delta E_C = -\ 607044\ J}$

$W = -\ 220 \cdot d$, entonces $-\ 607044 = -\ 220 \cdot d \rightarrow$ $\boxed{d = 2759'3\ \text{metros}}$

3º. **Sobre un cuerpo de 750 g que se mueve con una velocidad de 2'5 m/s actúa una fuerza de 15 N en la misma dirección y sentido de la velocidad durante 10 s. Calcula:**

**a) El trabajo realizado por la fuerza.**
**b) La energía cinética final del cuerpo**
**c) La velocidad final que alcanza**

a) $W = F \cdot r \cdot \cos 0^0$. Se debe hallar el desplazamiento mediante las ecuaciones del mrua

$r = v_0 \cdot t + 0'5 \cdot a \cdot t^2$. Se debe hallar el valor de la aceleración aplicando la 2ª ley de **Newton.**

$F = m \cdot a \rightarrow a = F/m \rightarrow a = 15/0'75 \rightarrow a = 20\ m \cdot s^{-2}$. Ahora se halla el desplazamiento:

$r = 2'5 \cdot 10 + 0'5 \cdot 20 \cdot 10^2 \rightarrow r = 1025$ metros.

$W = 15 \cdot 1025 \cdot 1 \rightarrow$ $\boxed{W = 15375\ J}$

b) $W = \Delta E_C \rightarrow W = E_{CF} - E_{0C} \rightarrow 15375 = E_{CF} - 0'5 \cdot m \cdot v^2 \rightarrow 15375 = E_{CF} - 3'125$

$\boxed{E_{CF} = 15378'125\ J}$

c) $0'5 \cdot m \cdot v^2 = 15378'125 \rightarrow$ $\boxed{v = 202'51\ m \cdot s^{-1}}$

4º. **Se deja caer un objeto de 2 kg desde 100 m de altura. Calcula:**

**a) Su energía potencial inicial**
**b) Su energía potencial cuando se encuentre a 50 m del suelo.**
**c) Su velocidad y su energía cinética a 50 m de altura.**

**La suma de ambas energías a esa altura.**

$E_{P0} = m \cdot g \cdot h_0 \rightarrow E_{P0} = 2 \cdot 100 \cdot 9'8 \rightarrow$ $\boxed{E_{P0} = 1960\ J}$

a) $E_P = m \cdot g \cdot h \rightarrow E_p = 2 \cdot 50 \cdot 9'8 \rightarrow$ $\boxed{E_P = 980\ J}$

b) Primer paso, hallar v

$y = y_0 + v_0 \cdot t + ½\ a \cdot t^2 \rightarrow 50 = 100 + 0 - 4'9 \cdot t^2 \rightarrow t = 3'19$ s. Sustituimos en la expresión de la velocidad:

$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow v = 0 - 9'8 \cdot 3'19 \rightarrow$ $\boxed{v = -\ 31'3\ m \cdot s^{-1}}$ Se sustituye en la expresión de la energía cinética.

$E_C = ½ \cdot m \cdot v^2 \rightarrow E_C = ½ \cdot 2 \cdot (-\ 31'3)^2 \rightarrow$ $\boxed{E_C = 980\ J}$

c) $E_P + E_C = 960 + 960 \rightarrow$ $\boxed{\mathbf{E_P + E_C = 1960\ J}}$

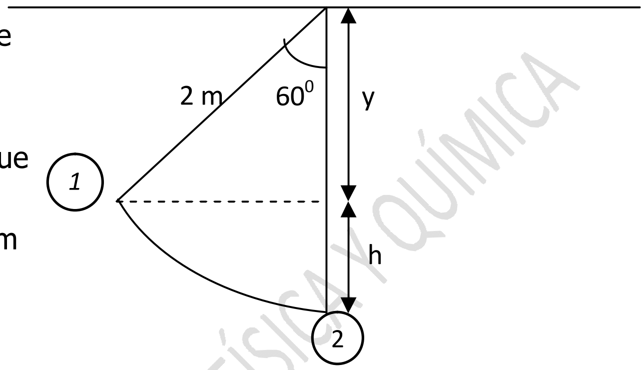
Por lo tanto se comprueba que se conserva la energía mecánica.

5º. **Un péndulo cuyo hilo mide 2 m, que sujeta una bola de masa *m*, es desplazado 60º con respecto a la vertical. Si en esa posición se suelta:**

**a) ¿Cuál será su velocidad al pasar por el punto más bajo?**

**b) ¿Qué energía cinética tendrá cuando el hilo forme 15º con la vertical?**

No hay fuerzas no conservativas, por lo que se conserva la energía mecánica.
Por lo tanto $E_{M1} = E_{M2}$
En el punto 1 la velocidad es nula, por lo que la energía mecánica es igual a la potencial.
$\cos 60^0 = y/2 \rightarrow y = 2\cdot\cos 60º \rightarrow y = 1$ m




Como h + y = 2 metros, h = 1 metro.

$E_{P1} = 9'8\cdot m$ Julios, por lo tanto $E_{M1} = 9'8\cdot m$ Julios. Por lo tanto $E_{M2} = 9'8\cdot m$ Julios.

2 es el punto más bajo, por lo que la energía potencial en ese punto será nula.

$9'8\cdot m = ½\cdot m\cdot v^2 \rightarrow v^2 = 19'6 \rightarrow$ $\boxed{\mathbf{v = 4'43\ m\cdot s^{-1}}}$

b) h + y = 2. Ahora el ángulo es de $15^0$ por lo que para hallar el valor de y debemos utilizar el coseno de $15^0$: $\cos 15^0 = y/2 \rightarrow y = 1'93$ metros, por lo que h = 0'07 metros.

$E_{M3} = 9'8\cdot m$. En el punto 3 hay velocidad y está a una altura sobre la posición más baja, por lo que hay energía cinética y energía potencial.

$E_{M3} = E_{p3} + E_{C3} \rightarrow E_{M3} = 0'07\cdot 9'8\cdot m + ½\cdot m\cdot v^2$.

$9'8\cdot\cancel{m} = \cancel{m}\cdot(0'686 + 0'5\cdot v^2) \rightarrow 9'8 = 0'686 + 0'5\cdot v^2 \rightarrow v^2 = 9'114\cdot 2 \rightarrow$ $\boxed{\mathbf{v = 4'27\ m\cdot s^{-1}}}$

$\boxed{\mathbf{E_C = 9'114\cdot m\ \ Julios}}$

6º. **Una fuerza constante de 15 N actúa durante 12 s sobre un cuerpo de 2'5 kg de masa. Este tiene una velocidad inicial de 1'5 m/s en la misma dirección y sentido de la fuerza. Calcula:**

**a) La energía cinética final.**

**b) La potencia desarrollada.**

Principio de las fuerzas vivas: $\Delta E_C = W$ y $\Delta E_C = E_{CF} - E_{C0}$, siendo $W = F\cdot r\cdot\cos 0^0$

Habrá que hallar en primer lugar r, y con los datos que se tienen se debe utilizar las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y la 2ª ley de Newton para poder hallar la aceleración del cuerpo.

$F = m·a \rightarrow a = F/m \rightarrow a = 15/2'5 \rightarrow a = 6 m·s^{-2}$

$r = v_0·t + 0'5·a·t^2 \rightarrow r = 1'5·12 + 0'5·6·12^2 \rightarrow r = 450$ m. Entonces

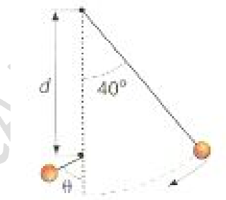
$W = F·r·\cos 0^0 \rightarrow W = 15·450·1 \rightarrow W = 6750$ J

Aplicando el principio de las fuerzas vivas para hallar $E_{CF}$: $E_{CF} = W + E_{C0}$

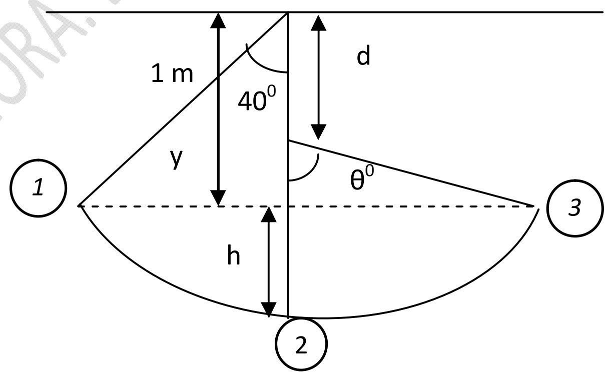
$E_{C0} = \frac{1}{2}·m·v_0^2 \rightarrow E_{C0} = 0'5·2'5·1'5^2 \rightarrow E_{C0} = 2'8125$ J $\rightarrow$ $\boxed{E_{CF} = 6752'8125 \text{ J}}$

b) Potencia = W/t $\rightarrow$ Pot = 6750/12 $\rightarrow$ $\boxed{\text{Pot} = 562'5 \text{ W}}$

7º. **Un péndulo de 1 m de longitud se desplaza 40º respecto a la vertical y desde ese punto se suelta. Si en un punto de la vertical se interpone un clavo a cierta distancia *d* bajo el punto de sujeción, determina el ángulo de separación θ del hilo respecto de la vertical cuando llega al otro extremo si: a) d = 20 cm; b) d = 50 cm; c) d = 76'6 cm**




No hay fuerzas no conservativas, por lo que se conserva la energía mecánica. En el punto 1 la velocidad es nula, por lo que solo tiene energía potencial; en el punto 2 estamos en el punto más bajo del movimiento, por lo que se le da el valor de energía potencial 0, y sólo tendrá energía cinética.



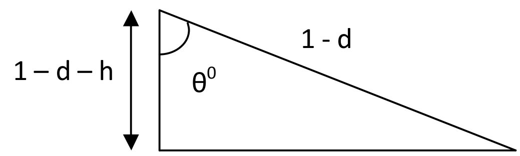

Primer paso, hallar la energía mecánica en el punto 1. Para ello es necesario hallar la altura que tiene ese punto con respecto al punto más bajo, es decir el valor de h:

$h + y = 1 \rightarrow \cos 40^0 = y/1 \rightarrow y = 0'766$ metros, por lo que $h = 0'234$ metros.

$E_{M1} = m·g·h \rightarrow E_{M1} = 0'234·9'8·m \rightarrow E_{M1} = 2'29·m$ J, por lo que $E_{M1} = E_{M2} = E_{M3} = 2'29·m$ J

a) A partir del clavo hay un nuevo péndulo de longitud 0'8 metros. En el punto 3 la velocidad es 0, por lo que sólo hay energía potencial y al ser iguales en 1 y en 3, la altura de 1 y de 3 son las mismas.

$\cos θ = 0'566/0'8 \rightarrow$ $\boxed{θ = 44'97^0}$

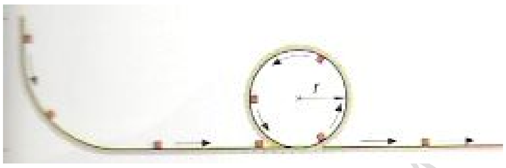


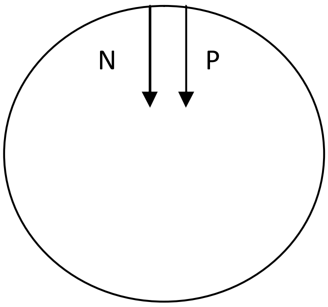

b) Ahora d vale 0'5 metros, por lo que la longitud del nuevo péndulo será 0'5 metros

$\cos\theta = 0'266/0'5 \rightarrow$ $\boxed{\theta = 57'86^0}$

c) Ahora d vale 0’766 metros, por lo que la longitud del nuevo péndulo será 0’234 metros, por lo que al llegar al punto más alto formará un ángulo de $90^0$ con respecto a la vertical.

**8º. ¿Desde qué altura mínima , comparada con el radio, r, debemos dejar resbalar un cuerpo en la pista de la figura para que complete el rizo, si suponemos que no hay fricción.**




La situación límite es que en el punto más alto de la trayectoria el valor de N sea nulo. Como el movimiento es circular, existe una aceleración centrípeta:

$P + N = m\cdot v^2/R$; como $N = 0$

$m\cdot g = m\cdot v^2/R \rightarrow v = \sqrt{g\cdot R}$

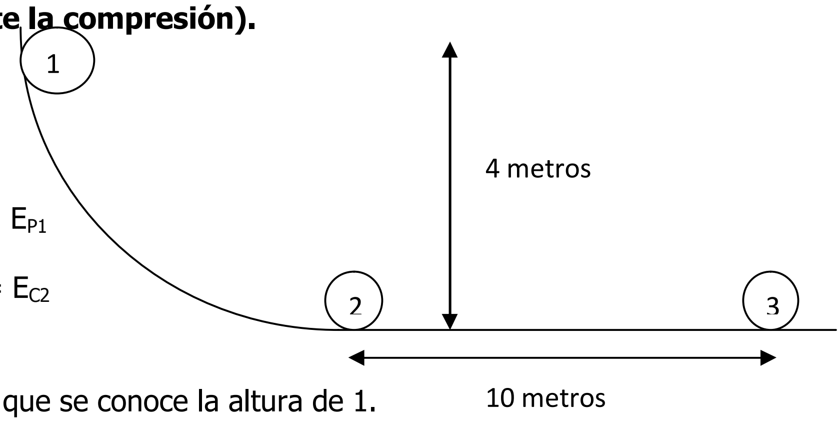
$E_M = cte \rightarrow \cancel{m}\cdot g\cdot h = 0'5\cdot\cancel{m}\cdot v^2 + \cancel{m}\cdot g\cdot 2\cdot R \rightarrow g\cdot h = \frac{1}{2}\cdot\left(\sqrt{g\cdot R}\right)^2 + 2\cdot g\cdot R \rightarrow$

$$\cancel{g}\cdot h = ½\cdot\cancel{g}\cdot R + 2\cdot\cancel{g}\cdot R$$

$$\boxed{\mathbf{h = 2'5\cdot R\ metros}}$$

**9º. Un bloque de 3 kg situado a 4 m de altura se deja resbalar por una rampa curva y lisa sin rozamiento. Cuando llega al suelo, recorre 10 m sobre una superficie horizontal rugosa hasta que se para. Calcula:**

**a) La velocidad con que llega el bloque a la superficie horizontal.**
**b) El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento.**
**c) El coeficiente de rozamiento con la superficie horizontal.**
**d) ¿Cuánto se comprimirá un muelle de constante de fuerza k = 500 N/m si lo situamos a 4 m del final de la rampa? ( el rozamiento también actúa durante la compresión).**




Descenso: No hay rozamiento.

$\Delta E_M = 0 \rightarrow E_{M1} = E_{M2}$

$E_{M1} = E_{P1} + E_{C1} \rightarrow v_1 = 0 \;\; E_{M1} = E_{P1}$

$E_{M2} = E_{P2} + E_{C2} \rightarrow h_2 = 0 \;\; E_{M2} = E_{C2}$

$E_{P1} = E_{C2}$. Hay que hallar $E_{P1}$ ya que se conoce la altura de 1.

$E_{P1} = m\cdot g\cdot h_1$ → $E_{P1}$ = 3·9’8·4 → $E_{P1}$ = 117’6 J

$E_{C2}$ = 117’6 → 0’5·3·$v^2$ = 117’6 → **v = 8’85 m·s$^{-1}$**

b) $W = \Delta E_C$ → El cuerpo se detiene por la fuerza de rozamiento, por lo que $E_{CF} = 0$

$W_{ROZ}$ = 0 – 117’6 → **W = - 117’6 J**

c) $W_{ROZ} = F_{ROZ}\cdot r\cdot\cos 180^0$ → - 117’6 = -10·$F_{ROZ}$ → **$F_{ROZ}$ = 11’76 N**

$F_{ROZ} = \mu\cdot N$ → N = Peso → N = 3·9’8 → N = 29’4 N

11’76 = 29’4·μ → μ = 11’76/29’4 → **μ = 0’4**

d) Velocidad 4 metros después del final de la rampa:

$Ec_0 + W_{roz} = E_{C4m}$ → 117’6 – 11’76·4 = $E_{C\,4m}$ → $E_{C\,4m}$ = 70’56 J

$W_{ROZ} + W_{ELAS} = \Delta E_C$ →- 11’76·Δx – 0’5·500·$\Delta x^2$=- 70’56 → **Δx = 0’51 m**

10º. **Con una honda de 0’75 m de longitud se hace girar una piedra de 250 g a razón de 60 rpm, en un plano horizontal, a 2 m del suelo. Calcula:**

a) **La tensión de la cuerda, supuesta despreciable su masa.**
b) **La energía cinética de la piedra girando.**
c) **La velocidad con que sale despedida al soltar uno de los cabos de la honda.**
d) **El tiempo que tardará en llegar al suelo supuesto horizontal.**
e) **La distancia a la que caerá la piedra.**

$\omega = 60\frac{rev}{min}\cdot\frac{2\pi\ rad}{1\ rev}\cdot\frac{1\ min}{60\ s}$ → 2π radianes; como v = ω · R → v = 2π·0’75 → v = 4’71 m/s

El movimiento es circular, por lo que debe existir una fuerza que se dirija hacia el centro de la circunferencia que llamaremos fuerza centrípeta y que en este caso es igual a la tensión de la cuerda.

$T = m\cdot a_{CPTA} \rightarrow T = \frac{m\cdot v^2}{R} \rightarrow T = \frac{0'25\cdot 4'71^2}{0'75} \rightarrow \boxed{T = 7'39N}$

b) $E_C = ½\cdot m\cdot v^2$ → $E_C$ = 0’5·0’25·4’71$^2$ → **$E_C$ = 2’77 J**

c) Ya se ha hallado v = 4’71 m·s$^{-1}$

d) Tiro horizontal. Condición suelo y = 0

0 = 2 + 0·t – 4’9·$t^2$ → **t = 0’64 s**

e) En el eje X el movimiento es uniforme: $x = v_X\cdot t$ → x = 4’71·0’64 → **x = 3 metros**

11º. **Un cañón de 30 cm de diámetro y 15 m de longitud lanza un proyectil de 350 kg comunicándole una velocidad inicial de 150 m/s y llega al blanco con una velocidad de 100 m/s. Se supone que el movimiento del proyectil**

**dentro del tubo del cañón es uniformemente acelerado, debido a la fuerza constante de los gases de combustión de la pólvora. Se desea saber:**

a) **Aceleración del proyectil dentro del tubo del cañón.**
b) **Tiempo invertido en recorrer la longitud del tubo del cañón.**
c) **Fuerza ejercida por los gases de la pólvora sobre el proyectil.**
d) **Presión de estos gases sobre la base del proyectil.**
e) **Energía cinética del proyectil a la salida del cañón y a su llegada al blanco.**
f) **¿A qué altura se encuentra el blanco?.**

Dentro del tubo el proyectil se mueve con un movimiento uniformemente acelerado.

$v_0 = 0$ m/s y $v_F = 150$ m/s, distancia recorrida= 15 metros

$v_F = v_0 + a\cdot t \rightarrow 150 = 0 + a\cdot t$. Se sustituye el término at = 150 en la ecuación de abajo

$x = x_0 + v_0\cdot t + 0'5\cdot a\cdot t^2 \rightarrow \quad 15 = 0 + 0\cdot t + 0'5\cdot a\cdot t^2 \rightarrow 15 = 0'5\cdot a\cdot t^2$

$15 = 0'5\cdot 150\cdot t \rightarrow t = 15/75 \rightarrow$ $\boxed{\mathbf{t = 0'2\ s}}$ Como $a\cdot t = 150$

$0'2\cdot a = 150 \rightarrow$ $\boxed{\mathbf{a = 750\ m\cdot s^{-}}}$

c) Se aplica el teorema de las fuerzas vivas, ya que la fuerza ejercida por los gases han producido un trabajo sobre el proyectil que ha hecho que aumentara su energía cinética

$\Delta E_C = W \rightarrow \Delta E_C = E_{CF} - E_{C0} \rightarrow E_{C0} = 0; \quad E_{CF} = 0'5\cdot 350\cdot 150^2; \rightarrow E_{CF} = 3937500$ J
Por lo tanto

W = 3937500. Como $W = F\cdot r\cdot \cos\theta$ y $\theta = 0^0 \rightarrow F\cdot r = 3937500$, siendo r = 15 metros

$15\cdot F = 3937500 \rightarrow$ $\boxed{\mathbf{F = 262500\ N}}$

d) P = F/S. Se conoce F, se debe hallar S. El proyectil es cilíndrico por lo que su superficie será circular: $S = \pi\cdot R^2 \rightarrow S = \pi\cdot 0'15^2 \rightarrow S = 0'07\ m^2$

$P = 262500/0'07 \rightarrow$ $\boxed{\mathbf{P = 3'71\cdot 10^6\ Pa}}$

e) A la salida del cañón la velocidad del proyectil es de 150 m/s y a la llegada al blanco es de 100 m/s. $E_{CSALIDA} = 3937500$ J $\rightarrow E_{CBLANCO} = 0'2\cdot 350\cdot 100^2 \rightarrow$ $\boxed{\mathbf{E_{CBLANCO} = 1'75\cdot 10^6\ J}}$

f)No hay fuerzas no conservativas, por lo que se conserva la energía mecánica. A la salida del cañón se está en el punto más bajo, por lo que la energía potencial es nula y por tanto la energía mecánica a la salida del cañón será igual únicamente a la energía cinética.

$E_M = 3937500$. En el blanco: $3937500 = 1750000 + E_{POT} \rightarrow E_{POT} = 2187500$ J

$2187500 = m\cdot g\cdot h \rightarrow 2187500 = 350\cdot 9'8\cdot h \rightarrow$ $\boxed{\mathbf{h = 637'8\ m}}$

12º. **Un motor eléctrico cuyo rendimiento es del 85 % tiene qu8e accionar un montacargas que pesa vacío 437 kg y que puede cargarse con 1537 kg más. El montacargas tiene que elevarse hasta 24'6 m de altura, tardando en**

**ello 35 s. ¿Cuál ha de ser la potencia media del motor?. Si el arranque, tiempo que tarda en adquirir la velocidad de ascensión, dura 2’1 s, ¿qué potencia precisa tener el motro durante este período?. ¿Y cuál es la potencia que necesita tener en el descenso del montacargas vacío y a la misma velocidad?.**

Primer paso: Hallar el trabajo realizado por el motor eléctrico:

W = Peso·altura → W = (1537 + 437)·9’8·24’6 → $\boxed{\mathbf{W = 475892\ J}}$

Potencia = W/t → Pot = 475892/35 → $Pot_{ÚTIL}$ = 13597 W

η =100· $Pot_{ÚTIL}/Pot_{TOTAL}$ →85 = 13597·100/$Pot_{TOTAL}$ → $\boxed{\mathbf{Pot_{TOTAL} = 15996\ W}}$

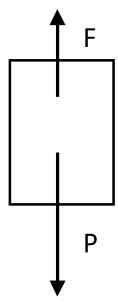
b) Habrá que hallar el espacio recorrido durante el arranque:

24’6 = $y_{ARRANQUE} + y_{MRU}$ → Durante el arranque el movimiento es mrua:

$y_{ARRANQUE} = y_0 + v_0·t + 0’5·a·t^2$ → $y_{ARRANQUE} = 0 + 0 + 0’5·a·2’1^2$ →
$y_{ARRANQUE}$ = 2’205·a

A partir del momento en que el ascensor coge la velocidad de subida en movimiento es uniforme. La velocidad de subida será: v= 0 +2’1·a, por lo que la distancia en ese movimiento: $y_{MRU}$ = 2’1a·32’9 → $y_{MRU}$ = 71’295·a. Por lo tanto sustituyendo en la ecuación de espacio:

24’6 = 71’295·a + 2’205·a →a = 0’345 $m·s^{-2}$, y la velocidad de subida v = 0’725 $m·s^{-1}$, y el espacio recorrido durante el arranque: $y_{ARRANQUE}$ = 0’76 m




El diagrama de fuerzas durante el proceso de arranque es el del esquema adjunto. Por lo tanto F – P = m·a → F – 19345’2 = 1974·0’345

Por lo que F = 20026’25 N, por lo que se podrá hallar el trabajo que hace el motor durante el arranque y posteriormente la potencia:

W = F·r·cos $0^0$ → W = 20026’25·0’76·1 → W = 15220 J

$Pot_{UTIL}$ = W/t → $Pot_{ÚTIL}$ = 15220/2’1 → $Pot_{ÚTIL}$ = 7247’6 W

$Pot_{TOTAL}$ = 7247’6/0’85 → $\boxed{\mathbf{Pot_{TOTAL} =8526’6\ W}}$

c) Pot = F·v → F = m·g → F = 4282’6 N → $Pot_{ÚTIL}$ = 4282’6·0’725 → $Pot_{ÚTIL}$ = 3104’9 W

$Pot_{TOTAL}$ = 3104’9/0’85 → $\boxed{\mathbf{Pot_{TOTAL} = 3652’8\ W}}$

13º. **Una masa de 5 kg se mueve en una superficie horizontal sin rozamiento, con una velocidad de 4 m/s, y choca frontalmente con un muelle elástico de masa despreciable y de constante recuperadora de 1 kp/cm. Determinar:**

a) **La energía cinética del sistema en el momento en que la masa alcanza el muelle.**

b) **La compresión máxima del muelle.**
c) **Velocidad de la masa cuando el muelle se ha comprimido 10 cm.**
d) **Compresión máxima del muelle si el coeficiente de rozamiento entre la masa y el suelo es de 0’25.**

En primer lugar se ponen las magnitudes en unidades del sistema internacional:

$$K = 1\frac{kp}{cm}\cdot\frac{9'8N}{1\ kp}\cdot\frac{100\ cm}{1\ m} \rightarrow K = 980\ N/m$$

a) $E_C = ½ \cdot m\cdot v^2 \rightarrow E_C = 0'5\cdot 5\cdot 4^2 \rightarrow$ $\boxed{E_C = 40\ J}$

b) No hay rozamiento, por lo que $E_M$ = cte

Se halla la $E_M$ antes de chocar, y como en ese instante $E_{POT\ EL} = 0$, $E_M = 40$ J.

Cuando se comprime al máximo el muelle v = 0, por lo que $E_C = 0$ y $E_M = E_{POT\ EL}$

$$40 = 0'5\cdot K\cdot \Delta x^2 \rightarrow \boxed{\Delta x = 0'286\ m}$$

c) Si $\Delta x = 0'1$ metros

$40 = E_C + 0'5\cdot 980\cdot 0'1^2 \rightarrow 40 = E_C + 4'9 \rightarrow E_C = 35'1$ J

$35'1 = 0'5\cdot m\cdot v^2 \rightarrow 0'5\cdot 5\cdot v^2 = 35'1 \rightarrow$ $\boxed{v = 3'75\ m/s}$

d) Hay rozamiento, por lo tanto: $E_{M0} + W = E_{MF} \rightarrow 40 + F_{ROZ}\cdot\Delta x\cdot\cos 180^0 = 0'5\cdot K\cdot\Delta x^2$

Como $F_{ROZ} = \mu\cdot N \rightarrow F_{ROZ} = 0'25\cdot 5\cdot 9'8 \rightarrow F_{ROZ} = 12'25$ N

$40 - 12'25\cdot\Delta x = 0'5\cdot 980\cdot\Delta x^2$ Se resuelve la ecuación de 2º grado : $\boxed{\Delta x = 0'273\ metros}$

14º. **Un cuerpo de masa 100 g se impulsa a lo largo de un plano inclinado 30º con velocidad instantánea de 5 m/s, ascendiendo por el plano hasta pararse. El coeficiente de rozamiento del cuerpo con el plano es de 0’2. Determinar:**

a) **La longitud del plano que recorre el cuerpo hasta que se detiene.**
b) **Trabajo de la fuerza de rozamiento.**

**Aumento de la energía potencial del cuerpo en el momento en que se para.**

Se aplica la 2ª ley de Newton a la resultante de fuerzas en los ejes X e Y para hallar la aceleración del sistema:

$R_Y = 0 \rightarrow R_Y = N - P_Y \rightarrow N - m\cdot g\cdot\cos 30^0 = 0 \rightarrow N = m\cdot g\cdot\cos 30^0 \rightarrow N = 0'849$ N

$R_X = m\cdot a \rightarrow R_X = -P_X - F_{ROZ} \rightarrow -0'1\cdot 9'8\cdot\text{sen}30^0 - 0'2\cdot 0'849 = 0'1\cdot a \rightarrow a = -0'66\ m\cdot s^{-2}$

a) En el eje X hay un mrua:

$v = v_0 + a\cdot t \rightarrow 0 = 5 - 6'6\cdot t \rightarrow t = 5/6'6 \rightarrow t = 0'76$ s

$x = x_0 + v_0\cdot t + 0'5\cdot a\cdot t^2 \rightarrow x = 0 + 5\cdot 0'76 - 0'5\cdot 6'6\cdot 0'76^2 \rightarrow$ $\boxed{x = 1'89\ metros}$

b) $W_{ROZ} = F_{ROZ}\cdot x\cdot\cos 180^0 \rightarrow W_{ROZ} = 0'17\cdot 1'89\cdot(-1) \rightarrow$ $\boxed{W_{ROZ} = -0'32\ J}$

c) $E_{POT} = m\cdot g\cdot h$. Habrá que hallar la altura: $sen30º = h/x$ → $h = 1'89\cdot sen30^0$ →

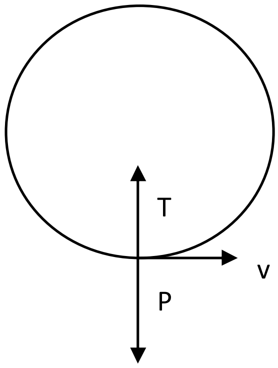
→ $h = 0'945$ m $E_{POT} = 0'1\cdot 9'8\cdot 0'945$ → $\boxed{E_{POT} = 0'93\ J}$

Confirmamos que $E_{M0} + W = E_{MF}$ → $1'25 – 0'32 = 0'93$

## 15º. **Con ayuda de una cuerda se hace girar un cuerpo de 1 kg en una circunferencia de 1 m de radio, situada en un plano vertical, cuyo centro está situado a 10'8 m por encima de un suelo horizontal. La cuerda se rompe cuando la tensión es de 110 N, lo cual ocurre cuando el cuerpo está en el punto más bajo de su trayectoria. Se pide:**

a) **¿Qué velocidad tiene el cuerpo cuando se rompe la cuerda?**
b) **¿Cuánto tardará en caer al suelo?**
c) **¿Cuál será su velocidad en el instante de chocar contra el suelo?.**

Diagrama de fuerzas en el punto más bajo de la trayectoria, cuando se rompe la cuerda




$T – P = m\cdot v^2/R$ → $110 – 9'8 = 1\cdot v^2/1$ → $\boxed{v = 10\ m/s}$

b) Describe un tiro horizontal siendo $a_Y = - 9'8$ $m\cdot s^{-2}$

$y = y_0 + v_0\cdot t + 0'5\cdot a\cdot t^2$ → $0 = 9'8 + 0\cdot t – 4'9\cdot t^2$

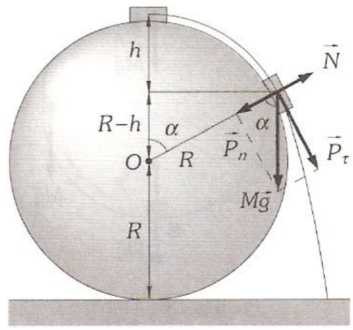
$9'8 = 4'9\cdot t^2$ → $\boxed{t = 1'41\ s}$

c) $v_Y = 0 – 9'8\cdot 1'41$ → $v_Y = - 13'82\ m\cdot s^{-1}$

**v** = 10 **i** - 13'82 **j** m/s

## 16º. Desde **el punto más alto de una esfera de radio R se desliza libremente sin rozamiento ni velocidad inicial un cuerpo de masa M.**

a) **Determinar el punto en que abandona la superficie esférica.**
b) **Calcular la energía cinética con que llegará al suelo.**




Para abandonar la esfera N debe ser igual a 0. Como la trayectoria del cuerpo encima de la esfera es circular, debe existir una aceleración centrípeta producida por las fuerzas radiales

$P_X – N = M\cdot a_{CPTA}$ → N = 0 por lo que → $\cancel{M}\cdot g\cdot cos\alpha = \cancel{M}\cdot v^2/R$ → $v^2 = R\cdot g\cdot cos\alpha$.

Al no haber rozamiento durante el movimiento se conserva la energía mecánica. Se toma como altura 0 el suelo

$E_{M0} = M\cdot g\cdot 2\cdot R$; $E_{M1} = M\cdot g\cdot(R + R\text{-}h) + ½\cdot M\cdot v^2$ siendo $E_{M0} = E_{M1}$

$\cancel{M}\cdot g\cdot 2\cdot R = \cancel{M}\cdot g\cdot(R + R – h) + ½\cdot\cancel{M}\cdot v^2 \rightarrow 2\cdot R\cdot g – g\cdot(2\cdot R – h) = 0'5\cdot R\cdot g\cdot \cos\alpha$

$$\rightarrow \cancel{g}\cdot h = 0'5\cdot R\cdot\cancel{g}\cdot\cos\alpha$$

$h = 0'5\cdot R\cdot\cos\alpha$. De la figura se comprueba que $\cos\alpha = (R – h)/R$, por lo que se sustituye

$h = 0'5\cdot R\cdot(R\text{-}h)/R \rightarrow h = 0'5\cdot(R – h) \rightarrow$ $\boxed{\mathbf{h = 1/3\ R}}$

b) No hay rozamiento por lo que se conserva la energía mecánica. En el suelo la energía potencial es nula, por lo que: $\boxed{\mathbf{M\cdot g\cdot 2\cdot R\ Julios = E_{CSUELO}}}$

**17º Ver el ejercicio número 8**

18º. **Sobre un trozo de madera cuya masa es 20 kg hacemos un disparo de fusil. Teniendo en cuenta que en el momento del impacto el proyectil ( masa = 40 g ) lleva una velocidad de 300 m/s y suponiendo que el proyectil quede incrustado en la madera, calcular la velocidad que adquiere el conjunto madera-proyectil.**

Conservación del momento lineal: $\mathbf{p_0} = \mathbf{p_F}$ entonces:

$40\cdot 10^{-3}\cdot 300 = 20'04\cdot v \rightarrow$ $\boxed{\mathbf{v = 0'6\ m/s}}$

19º. **Una bala de masa 20 g se lanza horizontalmente dirigida al centro de gravedad de un bloque de masa 2 kg, suspendido de un hilo inextensible, quedando empotrada en él. Después del impacto el bloque oscila, experimentando un desplazamiento vertical de 10 cm. Calcular la velocidad que lleva la bala en el momento del impacto.**

Se van a distinguir 3 momentos en el sistema: ANTES DEL IMPACTO, donde la bala se mueve a una velocidad $v_B$ y el bloque de madera está quieto en el punto más bajo de la trayectoria, el siguiente momento será el IMPACTO, donde se forma un sistema por la unión de la bala y el bloque de madera y que se moverá a una velocidad $v_S$ estando el sistema en el punto más bajo de la trayectoria. Entre esos dos momentos se conservará el momento lineal. El tercer momento será cuando el sistema llegue hasta el punto máximo de oscilación. Entonces la velocidad del sistema será nula. Desde el momento del impacto no existen fuerzas no conservativas, por lo que se conserva la energía mecánica.

CONSERVACIÓN MOMENTO LINEAL ENTRE LOS MOMENTOS ANTES DEL IMPACTO E IMPACTO:

$$20\cdot 10^{-3}\cdot v_B = 2'02\cdot v_S \rightarrow v_S = 9'9\cdot 10^{-3} v_B$$

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA ENTRE EL MOMENTO DEL IMPACTO Y EL DE OSCILACIÓN MÁXIMA:

$E_{MIMP}$ = ½ ·m·$v_0$ ya que en el punto más bajo $E_P$ es nula. $E_{MIP} = 0'5\cdot(9'9\cdot10^{-3}v_S)^2$

$E_{MF}$ = m·g·h ya que el punto más alto la velocidad es nula → $E_{MF} = 2'02\cdot9'8\cdot0'1$

$E_{MF}$ = 1'98 J. Por lo tanto como $E_{MIM} = E_{MF}$ → $1'98 = 1'01\cdot(9'9\cdot10^{-3}\cdot v_S)^2$

$$\boxed{\mathbf{v = 141'4\ m/s}}$$

## 20º. **Sobre un saquito de arena de 4 kg de masa pendiente de un hilo se dispara un fusil cuya bala tiene una masa de 40 g. La bala atraviesa el saquito y recorre una distancia de 20 m antes de pegar en el suelo que se encuentra a 1'5 m por debajo del impacto en el saquito. El saquito oscila experimentando un desplazamiento vertical de 30 cm. Calcular la velocidad de la bala en el momento del impacto.**

Debemos aplicar el principio de conservación del momento lineal. El momento antes del impacto se debe a la bala y después del impacto a la bala y al saquito de arena.

$$p_0 = p_F \rightarrow m_{BALA}\cdot v_{0BALA} = m_{BALA}\cdot v_{FBALA} + m_{SAQUITO}\cdot v_{SAQUITO}$$

Para hallar $v_{BF}$, se toma el dato que cae a los 20 metros del punto de impacto y la altura inicial era de 1'5 metros. Condición del alcance y = 0 metros

$0 = 1'5 + 0\cdot t - 4'9\cdot t^2$ → t = 0'553 s. Sustituyo en la ecuación del desplazamiento en el eje X

$20 = v_{BF}\cdot t$ → $v_{BF} = 20/0'553$ → $v_{BF} = 36'15$ m/s

Para hallar la velocidad del saquito, aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica: Justo después del impacto el saquito tiene únicamente energía cinética, y cuando sube hasta el punto más alto, sólo energía potencial:

$$4\cdot9'8\cdot0'3 = ½\cdot4\cdot v_{SAQUITO}^2 \rightarrow v_{SAQUITO} = 2'42\ m/s$$

Aplicamos el principio de conservación del momento lineal:

$$0'04\cdot v_{bala\ inicial} = 0'04\cdot36'15 + 4\cdot2'42 \rightarrow \mathbf{v_{bala\ inicial} = 278'64\ m/s}$$

## 21º. **Una bala de masa m se introduce en un bloque de madera de masa M que está unido a un resorte espiral de constante de recuperación K; por el impacto se comprime el resorte una longitud x. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el suelo es μ, calcular en función de estos datos la velocidad de la bala antes del choque.**

Existe fuerza de rozamiento, por lo que:

$E_{M0}+W_{ROZ} = E_{MF}$ → $E_{M0} = E_{CBALA}$;$E_{MF} = E_{POT\ EL}$ → $0'5\cdot m\cdot v^2 - (m + M)\cdot g\cdot \mu\cdot x = 0'5\cdot K\cdot x^2$

$$0'5\cdot m\cdot v^2 = 0'5\cdot K\cdot x^2 + (M+m)\cdot g\cdot \mu\cdot x$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2\cdot(0'5\cdot K\cdot x^2 + (M+m)\cdot g\cdot \mu\cdot x)}{m}}\ m/s}$$