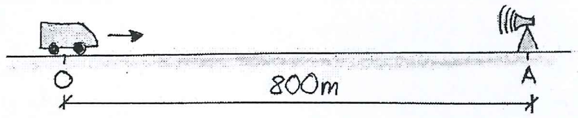
Nombre y apellidos ____

Ejercicio 1 (2 ptos). Un vehículo acelera uniformemente partiendo del punto O con una velocidad inicial de 18 km/h y se dirige hacia el punto A, situado a una distancia de 800 m. Cuando el vehículo ha recorrido la mitad de la distancia su velocidad es de 126 km/h. En el punto A se encuentra una gran bocina que comienza a sonar cuando el vehículo alcanza el punto A. Tomando el eje x positivo hacia la derecha, se pide:

a) Aceleración (con signo) del vehículo.

b) Tiempo desde que el vehículo parte del punto O hasta que alguien que permanece en el punto O escucha la bocina.

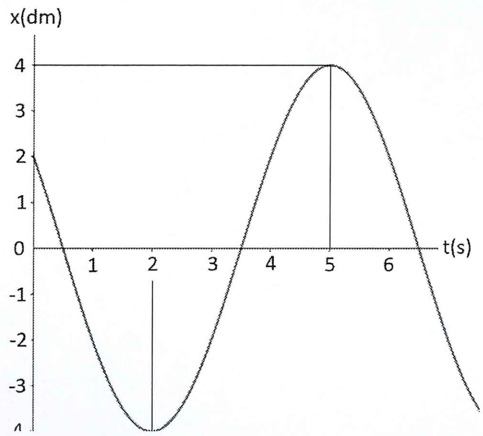
Dato: v_{sonido} = 340 m/s.



Ejercicio 2 (2 ptos). La figura muestra el primer ciclo del MAS que sigue una partícula. Se pide:

a) Aceleración (con signo) de la partícula en el instante 9 s.

b) Posición de la partícula cuando la velocidad es de –0,3 m/s creciendo.



Ejercicio 3 (2 ptos). La posición instantánea de una partícula es $\vec{r}(t) = (4t^2 - 1)\vec{\imath} + 3\cos(8t^2)\vec{\jmath}$ (SI). Se pide:

a) Ecuación de la trayectoria.

b) Módulo de la aceleración media desde 1 s hasta 3 s.

Ejercicio 4 (2 ptos). Desde un punto de altura desconocida lanzamos una piedra con una inclinación de 60° sobre la horizontal. La velocidad de la piedra en su punto más alto es de 15 m/s. El alcance horizontal de la piedra cuando ésta cae al suelo es de 84 m. Se pide:

a) Velocidad inicial con que se lanzó la piedra.

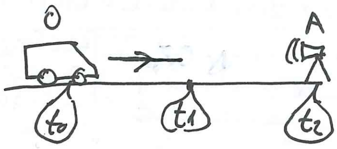
b) Altura máxima que alcanza la piedra.

Ejercicio 5 (2 ptos). Una partícula con movimiento circular de diámetro 800 mm gira inicialmente a una velocidad angular desconocida comprendida entre 100 rpm y 200 rpm. Esta partícula frena uniformemente, de manera que después de 15 vueltas ha parado por completo. Se sabe, además, que 2 s después de iniciado el frenado posee una velocidad de 18 km/h. Se pide:

a) Distancia recorrida por la partícula desde que se inicia el frenado hasta que para por completo.

b) Aceleración normal inicial.

Ejercicio 1 MRUA; $v_{x0} = 18\,\frac{km}{h} = 5\,m/s$; $x_0 \equiv 0\,m$; $x_2 = 800\,m$; $x_1 = 400\,m$; $v_{x1} = 126\,\frac{km}{h} = 35\,m/s$



a) ¿a_x? En un MRUA: $v_{x1}^2 - v_{x0}^2 = 2a_x(x_1 - x_0)$

$$\boxed{a_x = \frac{v_{x1}^2 - v_{x0}^2}{2(x_1 - x_0)} = \frac{35^2 - 5^2}{2\cdot(400-0)} = 1{,}5\,m/s^2}$$

b) ¿t_3?

Hallemos t_2. MRUA: $x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

$x = 0 + 5t + 0{,}5\cdot 1{,}5t^2 \Rightarrow x = 5t + 0{,}75t^2$

$x_2 = 800\,m \Rightarrow 5t_2 + 0{,}75t_2^2 = 800 \Rightarrow 0{,}75t_2^2 + 5t_2 - 800 = 0$

$$t_2 = \frac{-5 \pm 49{,}24}{1{,}5} = \begin{cases} 29{,}5\,s \\ neg \end{cases} \Rightarrow t_2 = 29{,}5\,s.$$

El vehículo llega a A a los 29,5 s. Solo falta hallar el tiempo que tarda el sonido en viajar de A a O. Como el sonido tiene MRU: $v_{son} = \frac{800\,m}{\Delta t_{23}} \Rightarrow \Delta t_{23} = \frac{800}{340} = 2{,}35\,s$.

El sonido se escucha desde O a los $\boxed{t_3 = t_2 + \Delta t_{23} = 29{,}5 + 2{,}35 = 31{,}85\,s}$

Ejercicio 2 Observando la figura: $\boxed{A = 0{,}4\,m}$; $\boxed{T = 2\cdot(5-2) = 6\,s}$; $t_1 = 5\,s$ siendo el primer máximo.

Cálculo de ω: $\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}\,rad/s = 1{,}047\,rad/s.}$

Cálculo de ϕ_0: $\omega t_1 + \phi_0 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{2} - \omega t_1 + 2k\pi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\cdot 5 + 2k\pi = \frac{-7\pi}{6} + 2k\pi$

$$\boxed{\phi_0 = \begin{cases} \frac{-7\pi}{6}\,rad \in (-\pi, \pi]\,rad \\ \frac{5\pi}{6}\,rad \in [0, 2\pi)\,rad \end{cases}}$$

a) ¿$a_x(9s)$?

$$a_x = -A\omega^2 sen(\omega t + \phi_0) \Rightarrow \boxed{a_x(9s) = -0{,}4\left(\frac{\pi}{3}\right)^2 sen\left(\frac{\pi}{3}\cdot 9 + \frac{5\pi}{6}\right) = 0{,}22\,m/s^2}$$

b) ¿x si $v_x = -0{,}3\,m/s \uparrow$?

$$x^2 + \left(\frac{v_x}{\omega}\right)^2 = A^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{A^2 - \left(\frac{v_x}{\omega}\right)^2} = \pm\sqrt{0{,}4^2 - \left(\frac{-0{,}3}{\pi/3}\right)^2} = \pm 0{,}28\,m$$

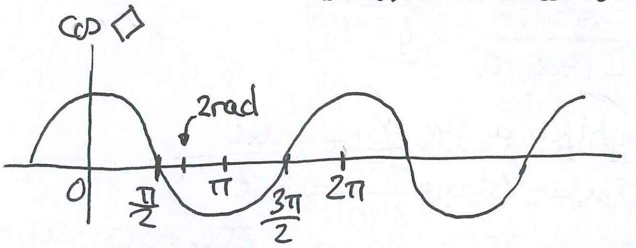
$$v_x \uparrow \Rightarrow a_x > 0 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow \boxed{x = -0{,}28\,m}$$

$\boxed{\text{Ejercicio 3}}$ $\vec{r} = (4t^2-1,\ 3\cos(8t^2))$ (SI)

a) ¿Ec. trayectoria?

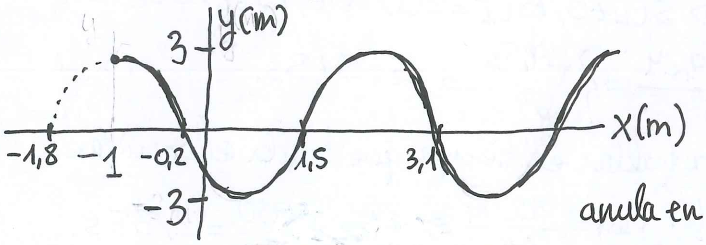
$\left.\begin{array}{l} x = 4t^2-1 \text{ (SI)} \\ y = 3\cos(8t^2) \text{ (SI)} \end{array}\right\} \Rightarrow t^2 = \frac{x+1}{4} \to y = 3\cos\left(8\cdot\left(\frac{x+1}{4}\right)\right) \Rightarrow y = 3\cos(2x+2)$

$x_0 = 4\cdot 0^2-1 = -1m$. Observando $x = 4t^2-1$ vemos que x crece indefinidamente al crecer t. Luego $\boxed{y = 3\cos(2x+2) \text{ con } x \geq -1m}$ ← AQUÍ TERMINA EL APARTADO. LA GRÁFICA NO LA PIDE



veamos dónde poner el eje vertical en nuestra gráfica.

$x = 0 \Rightarrow 2x+2 = 2 \text{ rad} \simeq 115° \to$



$x_0 = 4\cdot 0^2-1 = -1m$

$y_0 = 3\cos(8\cdot 0^2) = 3m$

El coseno se anula en $\frac{\pi}{2}+k\pi$, luego y se anula en $2x+2 = \frac{\pi}{2}+k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi/2 - 2 + k\pi}{2}$

$x = -0,215 + 1,57K$

b) ¿$|\vec{a}_{med}(1s, 3s)|$?

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (8t,\ 3\cdot(-\text{sen}(8t^2))\cdot 16t) = (8t,\ -48t\,\text{sen}(8t^2))$ (SI)

$\vec{v}(1s) = (8\cdot 1, -48\cdot 1\,\text{sen}(8\cdot 1^2)) = (8, -47.49)$ m/s

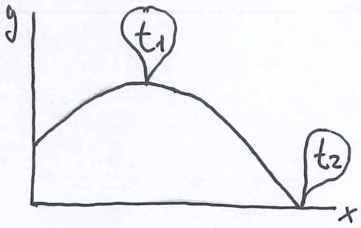
$\vec{v}(3s) = (8\cdot 3, -48\cdot 3\,\text{sen}(8\cdot 3^2)) = (24, -36.55)$ m/s

$\vec{a}_{med}(1s, 3s) = \frac{\vec{v}(3s)-\vec{v}(1s)}{3s-1s} = \frac{(24,-36,55)-(8,-47.49)}{2} = (8,\ 5.47)$ m/s²

$\boxed{|\vec{a}_{med}(1s,3s)| = \sqrt{8^2+5.47^2} = 9,69 \text{ m/s}^2}$

Ejercicio 4

$y_0 = ?$; $\alpha = 60^\circ$; $\begin{cases} v_1 = 15\,m/s \\ v_{y1} = 0\,m/s \end{cases}$; $\begin{cases} x_2 = 84\,m \\ y_2 = 0\,m \end{cases}$



$$\begin{bmatrix} x = v_0 \cos\alpha \cdot t \\ y = y_0 + v_0 \operatorname{sen}\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = v_0 \operatorname{sen}\alpha - g \cdot t \end{bmatrix}$$

a) ¿v_0?

$\left.\begin{array}{l} v_1 = 15\,m/s \\ v_{y1} = 0\,m/s \end{array}\right\}$ $v_1 = \sqrt{v_{x1}^2 + v_{y1}^2} \Rightarrow 15 = \sqrt{(v_0 \cos 60^\circ)^2 + 0^2} \Rightarrow 15 = v_0 \cos 60^\circ \Rightarrow \boxed{v_0 = \frac{15}{\cos 60^\circ} = 30\,m/s}$

b) ¿y_1? Debemos hallar primero y_0.

- $x_2 = 84\,m \Rightarrow x_2 = v_0 \cos\alpha \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{x_2}{v_0 \cos\alpha} = \frac{84}{30 \cos 60^\circ} \Rightarrow t_2 = 5,6\,s$
- $y_2 = 0 \Rightarrow y_0 + v_0 \operatorname{sen}\alpha \cdot t_2 - 4,9 t_2^2 = 0 \Rightarrow y_0 = -v_0 \operatorname{sen}\alpha \cdot t_2 + 4,9 t_2^2 = -30 \operatorname{sen} 60^\circ \cdot 5,6 + 4,9 \cdot 5,6^2 \Rightarrow \boxed{y_0 = 8,17\,m}$
- $v_{y1} = 0 \Rightarrow v_0 \operatorname{sen}\alpha - g t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0 \operatorname{sen}\alpha}{g} = \frac{30 \operatorname{sen} 60^\circ}{9,8} = 2,65\,s$
- $y_1 = y_0 + v_0 \operatorname{sen}\alpha \cdot t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = 8,17 + 30 \operatorname{sen} 60^\circ \cdot 2,65 - 4,9 \cdot 2,65^2 \Rightarrow \boxed{y_1 = 42,61\,m}$

Ejercicio 5

MCUA; $d = 0,8\,m \Rightarrow R = 0,4\,m$; $\omega_0 \in [100\,rpm, 200\,rpm]$

$\begin{cases} t_2 \equiv \text{instante en que para} \\ \theta_2 = 15\,\text{vueltas} \cdot \frac{2\pi\,rad}{1\,\text{vuelta}} = 94,25\,rad \\ \omega_2 = 0\,rad/s \end{cases}$ $\begin{cases} t_1 \equiv 2\,s \\ v_1 = 18\,\frac{km}{h} \cdot \frac{1000\,m}{1\,km} \cdot \frac{1\,h}{3600\,s} = 5\,m/s \end{cases}$

$$\begin{bmatrix} \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 & s = R\theta \\ \omega = \omega_0 + \alpha t & v = R\omega \\ \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} & a_t = R\alpha \\ & a_n = R\omega^2 \\ & a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \end{bmatrix}$$

a) ¿s_2?

$\boxed{s_2 = R \cdot \theta_2 = 0,4 \cdot 94,25 = 37,7\,m}$

b) ¿a_{n0}? Debemos hallar primero ω_0.

- $\omega_1 = \frac{v_1}{R} = \frac{5}{0,4} = 12,5\,rad/s$
- $\omega_1 = \omega_0 + \alpha t_1 \Rightarrow \omega_0 = \alpha \cdot 2 = 12,5 \Rightarrow \omega_0 + 2\alpha = 12,5$ (1)
- $\omega_2^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta_2 \Rightarrow 0^2 - \omega_0^2 = 2\alpha \cdot 94,25 \Rightarrow \omega_0^2 + 188,5\alpha = 0$ (2)
- (1): $\alpha = \frac{12,5 - \omega_0}{2} \Rightarrow \alpha = 6,25 - 0,5\omega_0$
- (2): $\omega_0^2 + 188,5 \cdot (6,25 - 0,5\omega_0) = 0 \Rightarrow \omega_0^2 - 94,25\omega_0 + 1178,13 = 0$
- $\omega_0 = \frac{94,25 \pm 64,58}{2} = \begin{cases} 79,41\,\frac{rad}{s} \cdot \frac{1\,rev}{2\pi\,rad} \cdot \frac{60\,s}{1\,min} = 758,4\,rpm \notin [100\,rpm, 200\,rpm] \\ 14,84\,\frac{rad}{s} \cdot \frac{1\,rev}{2\pi\,rad} \cdot \frac{60\,s}{1\,min} = 141,7\,rpm \in [100\,rpm, 200\,rpm] \end{cases}$

$\boxed{\omega_0 = 14,84\,rad/s}$

- $\boxed{a_{n0} = R\omega_0^2 = 0,4 \cdot 14,84^2 = 88,09\,m/s^2}$