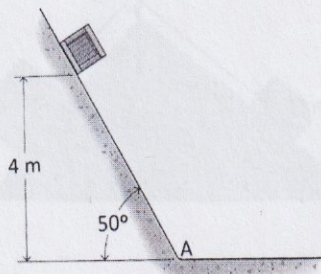


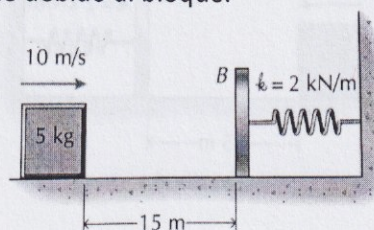
Ejercicio 1. Una caja de 8 kg desliza hacia abajo por una rampa según se indica en la figura. Si se suelta la caja partiendo del reposo a 4 m de altura por encima de la base de la rampa y el coeficiente de rozamiento entre la caja y la rampa-suelo es $\mu = 0,2$. Se pide:

- Velocidad que alcanza la caja en el punto A.
- Distancia de A al punto en el que la caja para definitivamente.



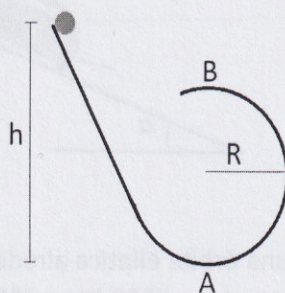
Ejercicio 2. El bloque de masa 5 kg de la figura desliza por el suelo horizontal y choca contra el extremo B de un muelle de constante elástica 2 kN/m. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el suelo es $\mu = 0,25$. La celeridad del bloque es de 10 m/s cuando se encuentra a 15 m del extremo B. Se pide:

- Velocidad del bloque al llegar a B.
- Deformación máxima del muelle debido al bloque.



Ejercicio 3. Una partícula de 400 g parte hacia abajo por la rampa desde una altura $h = 3R$ inicialmente en reposo. El radio de la rampa es $R = 80 \text{ cm}$. Se pide:

- Energía cinética de la partícula en el punto B.
- Normal que realiza la rampa sobre la partícula en el punto B.

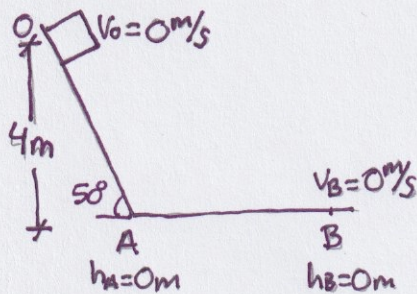


Ejercicio 4. Una sonda de 200 t sigue una órbita elíptica alrededor de la Tierra. El perigeo y el apogeo de la órbita están situados, respectivamente, a 6500 km y 6800 km del centro de la Tierra. Sabiendo que la masa de la Tierra es $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ y el radio de la Tierra es $R_T = 6371 \text{ km}$, se pide:

- Velocidad de la sonda en el perigeo.
- Trabajo necesario para poner en órbita la sonda si inicialmente estaba en reposo en la superficie terrestre.

SOLUCIÓN EXAMEN FyQ - ENERGÍAS - 2018-2019

EJERCICIO 1



Dato: $m = 8 \text{ kg}$; $\mu = 0,2$; $\alpha = 50^\circ$

a) ¿ v_A ? El rozamiento en el tramo OA se calcula:

Diagram of forces on the incline: Normal force N , weight mg , and friction $\mu N = F_{roz}$.

$$(2LN)_y: N - mg \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = mg \cos \alpha$$

$$F_{roz} = \mu N = \mu mg \cos \alpha = 0,2 \cdot 8 \cdot 9,8 \cos 50^\circ = 10,08 \text{ N}$$

Diagram of the incline triangle: $\sin 50^\circ = \frac{4}{l_{OA}} \Rightarrow l_{OA} = \frac{4}{\sin 50^\circ} = 5,22 \text{ m}$

$$(W_{roz})_{O \rightarrow A}: -F_{roz} \cdot l_{OA} = mg(h_A - h_O) + \frac{1}{2} m(v_A^2 - v_O^2) \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{(-F_{roz} \cdot l_{OA} + mgh_O) \cdot 2}{m}}$$

$$v_A = \sqrt{\frac{(-10,08 \cdot 5,22 + 8 \cdot 9,8 \cdot 4) \cdot 2}{8}} \Rightarrow \boxed{v_A = 8,08 \text{ m/s}}$$

b) ¿ l_{AB} ? El rozamiento en el tramo AB se calcula:

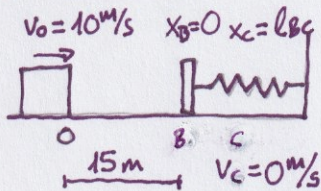
Diagram of forces on the horizontal surface: Normal force N , weight mg , and friction $F_{roz} = \mu N = \mu mg \Rightarrow F_{roz} = 0,2 \cdot 8 \cdot 9,8 = 15,68 \text{ N}$

(Nota: esta normal N no es igual que la normal anterior N)

$$(W_{roz})_{A \rightarrow B}: -F_{roz} \cdot l_{AB} = mg(h_B - h_A) + \frac{1}{2} m(v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_{AB} = \frac{-0,5 m v_A^2}{-F_{roz}} = \frac{-0,5 \cdot 8 \cdot 8,08^2}{-15,68} \Rightarrow \boxed{l_{AB} = 16,65 \text{ m}}$$

EJERCICIO 2



Datos: $m = 5 \text{ kg}$; $\mu = 0,25$; $K = 2000 \text{ N/m}$; $l_{OB} = 15 \text{ m}$

a) ¿ v_B ? El rozamiento se calcula:

Diagram of forces on the horizontal surface: Normal force N , weight mg , and friction $F_{roz} = \mu N = \mu mg \Rightarrow F_{roz} = 0,25 \cdot 5 \cdot 9,8 = 12,25 \text{ N}$

$$(W_{roz})_{OB}: -F_{roz} \cdot l_{OB} = mg(h_B - h_O) + \frac{1}{2} m(v_B^2 - v_O^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{-F_{roz} \cdot l_{OB} \cdot 2}{m} + v_O^2} = \sqrt{\frac{-12,25 \cdot 15 \cdot 2}{5} + 10^2} \Rightarrow \boxed{v_B = 5,15 \text{ m/s}}$$

b) ¿ l_{BC} ? $l_{BC} \equiv x_C$

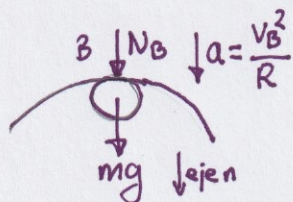
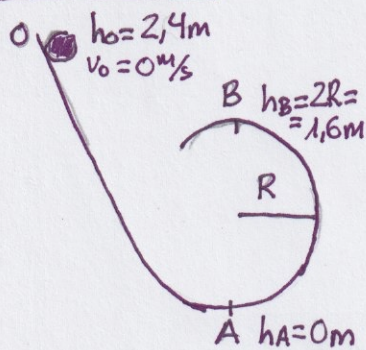
$$(W_{roz \text{ y el}})_{BC}: -F_{roz} \cdot l_{BC} = \frac{1}{2} K(x_C^2 - x_B^2) + mg(h_C - h_B) + \frac{1}{2} m(v_C^2 - v_B^2)$$

$$-F_{roz} \cdot x_C = \frac{1}{2} K x_C^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2} K x_C^2 + F_{roz} \cdot x_C - \frac{1}{2} m v_B^2 = 0 \Rightarrow$$

$$0,5 \cdot 2000 x_C^2 + 12,25 x_C - 0,5 \cdot 5 \cdot 5,15^2 = 0 \Rightarrow 1000 x_C^2 + 12,25 x_C - 66,31 = 0$$

$$x_C = \frac{-12,25 \pm \sqrt{151,16}}{2000} = \begin{cases} 0,251 \\ \text{neg} \end{cases} = 0,251 \text{ m} \Rightarrow \boxed{l_{BC} = 0,251 \text{ m}}$$

EJERCICIO 3



Datos: $m = 0,4 \text{ kg}$; $R = 0,8 \text{ m}$; $h = 2,4 \text{ m}$; no hay rozamiento

a) ¿ $E_{c,B}$? En este caso $W_{no-g}_{OB} = 0$, luego

$$(W_{no-g})_{OB}: mgh_O + \frac{1}{2}mv_O^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow E_{c,B}$$

$$E_{c,B} = mgh_O - mgh_B = mgh_O - h_B = 0,4 \cdot 9,8 \cdot (2,4 - 1,6)$$

$$E_{c,B} = 3,136 \text{ J}$$

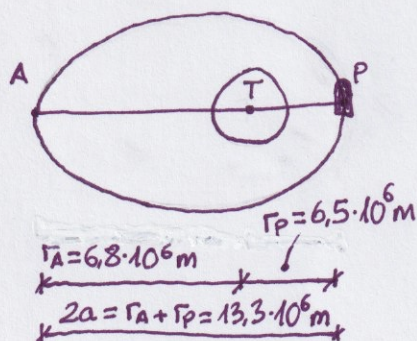
b) ¿ N_B ?

$$E_{c,B} = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2E_{c,B}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,136}{0,4}} = 3,96 \text{ m/s}$$

$$(2L_N)_n: N_B + mg = m \frac{v_B^2}{R} \Rightarrow N_B = \frac{mv_B^2}{R} - mg = \frac{0,4 \cdot 3,96^2}{0,8} - 0,4 \cdot 9,8$$

$$N_B = 3,92 \text{ N}$$

EJERCICIO 4



Datos: $m = 2 \cdot 10^5 \text{ kg}$; $r_P = 6,5 \cdot 10^6 \text{ m}$; $r_A = 6,8 \cdot 10^6 \text{ m}$
 $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$

a) ¿ v_P ?

En una órbita elíptica la energía mecánica de la sonda en todos los puntos de la órbita es la misma (en el perigeo, en el apogeo y en todos los demás puntos). Esto es así porque en órbita la única fuerza que realiza trabajo es la gravedad.

$$E_m = \frac{-GM_T m}{2a} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 2 \cdot 10^5}{13,3 \cdot 10^6} = -5,988 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

$$E_{mp} = \frac{-GM_T m}{r_P} + \frac{1}{2}mv_P^2 \Rightarrow v_P = \sqrt{\frac{(E_{mp} + \frac{GM_T m}{r_P}) \cdot 2}{m}} = \sqrt{\frac{(-5,988 \cdot 10^{12} + \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 2 \cdot 10^5}{6,5 \cdot 10^6}) \cdot 2}{2 \cdot 10^5}}$$

$$v_P = 7914,7 \text{ m/s}$$

b) ¿ W_{no-g}_{op} ? Llamo instante O a aquel en el que la sonda está en la superficie terrestre en reposo. Así, $r_O = R_T = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$ y $v_O = 0 \text{ m/s}$. El trabajo necesario para poner la sonda en órbita es el trabajo no gravitatorio que recibe la sonda desde O hasta que se pone en órbita (como todos los puntos de la órbita tienen la misma energía mecánica puedo elegir cualquiera; por ejemplo P).

$$W_{no-g}_{op} = E_{mp} - E_{mo} = E_{mp} - \left(\frac{-GM_T m}{r_O} + \frac{1}{2}mv_O^2 \right) = -5,988 \cdot 10^{12} + \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 2 \cdot 10^5}{6,371 \cdot 10^6}$$

$$W_{no-g}_{op} = 6,512 \cdot 10^{12} \text{ J}$$