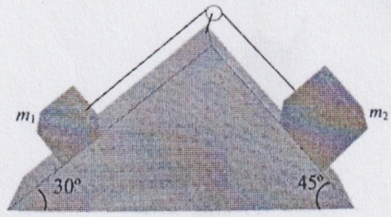
NOMBRE Y APELLIDOS ____

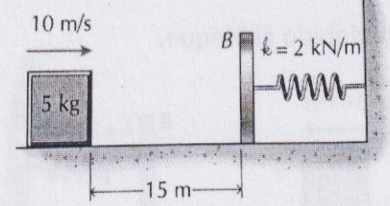
Ejercicio 1. Un bloque de masa m_2 = 25 kg desciende por un plano inclinado 45° y tira, mediante una cuerda inextensible que pasa por la polea, de otro bloque de masa m_1 = 10 kg, y lo hace subir por un plano inclinado 30°. El coeficiente de rozamiento entre los bloques y los planos es μ = 0,3. Se pide:

a) Aceleración del conjunto.
b) Tensión de la cuerda.



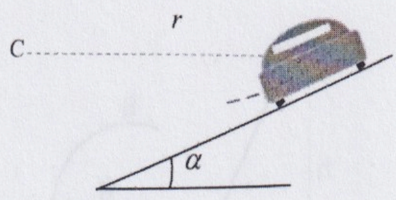
Ejercicio 2. El bloque de masa 5 kg de la figura desliza por el suelo horizontal y choca contra el extremo B de un muelle de constante elástica 2 kN/m. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el suelo es μ = 0,25. La celeridad del bloque es de 10 m/s cuando se encuentra a 15 m del extremo B. Se pide:

a) Velocidad del bloque al llegar a B.
b) Deformación máxima del muelle debido al bloque.



Ejercicio 3. El coche de 800 kg de la figura está dando una curva de radio r = 100 m gracias a un coeficiente de rozamiento entre las ruedas y la carretera μ = 0,3 y a un peralte de ángulo α = 5°. Se pide:

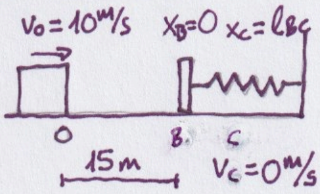
a) Velocidad máxima con la que el automóvil puede tomar la curva sin salirse de la misma.
b) Rozamiento si tomara la curva a 36 km/h.



Ejercicio 4. Una sonda de 200 t sigue una órbita elíptica alrededor de la Tierra. El perigeo y el apogeo de la órbita están situados, respectivamente, a 6500 km y 6800 km del centro de la Tierra. Sabiendo que la masa de la Tierra es $M_T = 5{,}97\cdot10^{24}$ kg y que el radio de la Tierra es R_T = 6371 km, se pide:

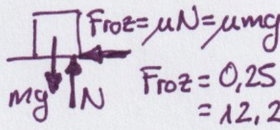
a) Velocidad de la sonda en el perigeo.
b) Trabajo necesario para poner en órbita la sonda si inicialmente estaba en reposo en la superficie terrestre.

EJERCICIO 2



Datos: $m=5kg$; $\mu=0,25$; $K=2000\,N/m$; $l_{OB}=15m$

a) ¿v_B? El rozamiento se calcula:



$F_{roz}=0,25\cdot5\cdot9,8=$
$=12,25N$

$$(W_{no\text{-}g})_{OB}: -F_{roz}\cdot l_{OB} = \cancel{mg(h_B-h_0)} + \frac{1}{2}m(v_B^2-v_0^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{-F_{roz}\cdot l_{OB}\cdot 2}{m} + v_0^2} = \sqrt{\frac{-12,25\cdot15\cdot2}{5} + 10^2} \Rightarrow \boxed{v_B = 5,15\,m/s}$$

b) ¿l_{BC}? $l_{BC}\equiv x_C$

$$(W_{no\text{-}g\text{-}ni\text{-}el})_{BC}: -F_{roz}\cdot l_{BC} = \frac{1}{2}K(x_C^2-\cancel{x_B^2}) + \cancel{mg(h_C-h_B)} + \frac{1}{2}m(\cancel{v_C^2}-v_B^2)$$

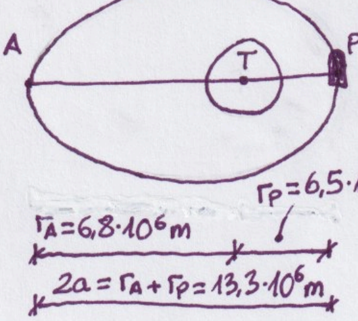
$$-F_{roz}\cdot x_C = \frac{1}{2}Kx_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2}Kx_C^2 + F_{roz}\cdot x_C - \frac{1}{2}mv_B^2 = 0 \Rightarrow$$

$$0,5\cdot2000\,x_C^2 + 12,25x_C - 0,5\cdot5\cdot5,15^2 = 0 \Rightarrow 1000x_C^2 + 12,25x_C - 66,31 = 0$$

$$x_C = \frac{-12,25\pm515,16}{2000} = \begin{cases}0,251\\ neg\end{cases} = 0,251m \Rightarrow \boxed{l_{BC}=0,251m}$$

EJERCICIO 4

Datos: $m=2\cdot10^5kg$; $r_P=6,5\cdot10^6m$; $r_A=6,8\cdot10^6m$
$M_T=5,97\cdot10^{24}kg$; $R_T=6,371\cdot10^6m$



a) ¿v_P?
En una órbita elíptica la energía mecánica de la sonda en todos los puntos de la órbita es la misma (en el perigeo, en el apogeo y en todos los demás puntos). Esto es así porque en órbita la única fuerza que realiza trabajo es la gravedad.

$$E_m = \frac{-GM_Tm}{2a} = \frac{-6,67\cdot10^{-11}\cdot5,97\cdot10^{24}\cdot2\cdot10^5}{13,3\cdot10^6} = -5,988\cdot10^{12}J$$

$$E_{mP} = \frac{-GM_Tm}{r_P} + \frac{1}{2}mv_P^2 \Rightarrow v_P = \sqrt{\frac{\left(E_{mP}+\frac{GM_Tm}{r_P}\right)2}{m}} = \sqrt{\frac{\left(-5,988\cdot10^{12}+\frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot5,97\cdot10^{24}\cdot2\cdot10^5}{6,5\cdot10^6}\right)\cdot2}{2\cdot10^5}}$$

$$\boxed{v_P=7914,7\,m/s}$$

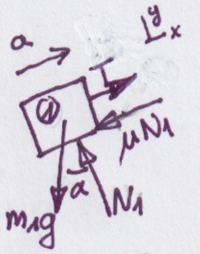
b) ¿$W_{no\text{-}g\,OP}$? Llamo instante 0 a aquel en el que la sonda está en la superficie terrestre en reposo. Así, $r_0=R_T=6,371\cdot10^6m$ y $v_0=0\,m/s$. El trabajo necesario para poner la sonda en órbita es el trabajo no gravitatorio que recibe la sonda desde 0 hasta que se pone en órbita (como todos los puntos de la órbita tienen la misma energía mecánica puedo elegir cualquiera, por ejemplo P).

$$W_{no\text{-}g\,OP} = E_{mP}-E_{m0} = E_{mP} - \left(\frac{-GM_Tm}{r_0} + \cancel{\frac{1}{2}mv_0^2}\right) = -5,988\cdot10^{12} + \frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot5,97\cdot10^{24}\cdot2\cdot10^5}{6,371\cdot10^6}$$

$$\boxed{W_{no\text{-}g\,OP} = 6,512\cdot10^{12}J}$$

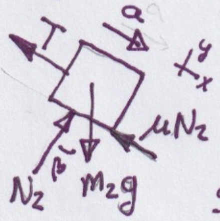
EJERCICIO 1 DE FUERZAS

Datos: $m_1 = 10\,kg$; $\alpha = 30^\circ$; $m_2 = 25\,kg$; $\beta = 45^\circ$; $\mu = 0{,}3$



a) ¿a? Al haber deslizamiento y conocer su sentido podemos dibujar los rozamientos con su sentido real y sabemos que su módulo es máximo

$$(2LN)^{①}_x: -m_1 g\,sen\alpha - \mu N_1 + T = m_1 a \quad (1)$$
$$(2LN)^{①}_y: -m_1 g\cos\alpha + N_1 = 0 \quad (2)$$
$\Rightarrow N_1 = m_1 g\cos\alpha$



$$(2LN)^{②}_x: -T + m_2 g\,sen\beta - \mu N_2 = m_2 a \quad (3)$$
$$(2LN)^{②}_y: -m_2 g\cos\beta + N_2 = 0 \quad (4)$$
$\Rightarrow N_2 = m_2 g\cos\beta$

Sumamos (1) + (3): $-m_1 g\,sen\alpha - \mu m_1 g\cos\alpha + T - T + m_2 g\,sen\beta - \mu m_2 g\cos\beta = m_1 a + m_2 a$

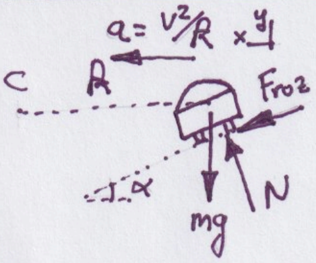
$$a = \frac{-m_1 g\,sen\alpha - \mu m_1 g\cos\alpha + m_2 g\,sen\beta - \mu m_2 g\cos\beta}{m_1 + m_2} =$$

$$a = \frac{-10\cdot 9{,}8\,sen 30^\circ - 0{,}3\cdot 10\cdot 9{,}8\cos 30^\circ + 25\cdot 9{,}8\,sen 45^\circ - 0{,}3\cdot 25\cdot 9{,}8\cos 45^\circ}{10+25} \Rightarrow \boxed{a = 1{,}34\,m/s^2}$$

b) ¿T? (1): $T = m_1 a + m_1 g\,sen\alpha + \mu m_1 g\cos\alpha = 10\cdot 1{,}34 + 10\cdot 9{,}8\cdot sen 30^\circ + 0{,}3\cdot 10\cdot 9{,}8\cos 30^\circ$

$$\boxed{T = 87{,}86\,N}$$

EJERCICIO 2 DE FUERZAS



Datos: $m = 800\,kg$; $R = 100\,m$; $\mu = 0{,}3$; $\alpha = 5^\circ$

a) ¿$v_{máx}$ para no salirse?

El rozamiento tiene que tener el sentido dibujado cuando la velocidad es máxima. Esto es así porque a velocidad máxima también será máxima la aceleración normal y el rozamiento ayuda a que el coche pueda dar la curva a esa velocidad máxima; además en ese caso el rozamiento será máximo.

$$\begin{cases} (2LN)_x: F_{roz}\cdot\cos\alpha + N\,sen\alpha = mv^2/R & (1)\\ (2LN)_y: -mg + N\cos\alpha - F_{roz}\,sen\alpha = 0 & (2)\\ (Roz): -\mu N \le F_{roz} \le \mu N & (3)\end{cases}$$

En el apdo a) se tiene que $F_{roz} = \mu N$.

De (1): $\mu N\cos\alpha + N\,sen\alpha = \dfrac{mv^2}{R}$

De (2): $N\cdot\cos\alpha - \mu N\,sen\alpha = mg$

$\div \Rightarrow$

$$\frac{N(\mu\cos\alpha + sen\alpha)}{N(\cos\alpha - \mu\,sen\alpha)} = \frac{m\frac{v^2}{R}}{mg} \Rightarrow \frac{\mu\cos\alpha + sen\alpha}{\cos\alpha - \mu\,sen\alpha} = \frac{v^2}{Rg} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Rg(\mu\cos\alpha + sen\alpha)}{\cos\alpha - \mu\,sen\alpha}} = \boxed{19{,}75\,m/s}$$

b) ¿F_{roz} si $v = 36\,km/h = 10\,m/s$? En este caso $F_{roz} < \mu N$ ya que $10\,m/s < 19{,}75\,m/s$.

De (1): $N\,sen\alpha = mv^2/R - F_{roz}\cdot\cos\alpha$

De (2): $N\cos\alpha = mg + F_{roz}\cdot sen\alpha$

$\div \Rightarrow tg\,\alpha = \dfrac{mv^2/R - F_{roz}\cdot\cos\alpha}{mg + F_{roz}\cdot sen\alpha} \Rightarrow$

$$mg\,tg\alpha + F_{roz}\,sen\alpha\cdot tg\alpha = \frac{mv^2}{R} - F_{roz}\cdot\cos\alpha \Rightarrow F_{roz} = \frac{mv^2/R - mg\,tg\alpha}{sen\alpha\cdot tg\alpha + \cos\alpha} = \frac{800\cdot 10^2/100 - 800\cdot 9{,}8\,tg 5^\circ}{sen 5^\circ\cdot tg 5^\circ + \cos 5^\circ}$$

$$\boxed{F_{roz} = 113{,}65\,N}$$