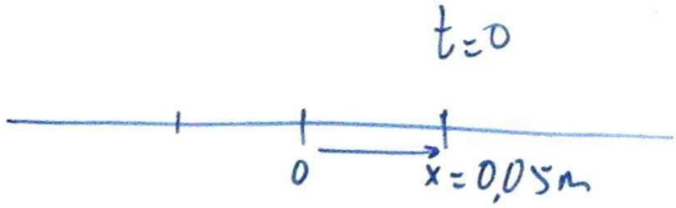
Una partícula describe un movimiento armónico simple con una frecuencia de 10 Hz y una amplitud de 5 cm. Calcula:

a. Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para t=0 está en la posición x= +5 cm
b. La aceleración para t= 2 s

hipótesis y modelos

- partícula puntual
- sin rozamiento ni fuerzas externas
- modelo de m.a.s.

Esquema



funciones y parámetros

$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$

$A = 0{,}05\,m$

$f = 10\,Hz$

$x_0 = 0{,}05\,m$

1) Cálculo de ω y φ_0

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi \cdot 10 = 20\pi\ rad/s$$

$$0{,}05 = 0{,}05 \operatorname{sen}(\overset{0}{\cancel{20\pi \cdot 0}} + \varphi_0)$$

$1 = \operatorname{sen}\varphi_0$; $\varphi_0 = \operatorname{arc\,sen} 1 = \pi/2$ rad

$x = 0{,}05 \operatorname{sen}(20\pi t + \pi/2)$ función de elongación

$v = 0{,}05\ 20\pi \cdot \cos(20\pi t + \pi/2)$ función de velocidad

2) Cálculo de a para t = 2 s

$a = -0{,}05(20\pi)^2 \operatorname{sen}(20\pi t + \pi/2)$. función de aceleración

$$a_2 = -0{,}05(20\pi)^2 \cdot \operatorname{sen}(\overset{1}{\cancel{40\pi + \pi/2}}) = -0{,}05\,(20\pi)^2 = -197{,}4\,m/s^2$$

2) Un niño se columpia con una amplitud de 0,5 m. Si en 10 segundos va y vuelve 5 veces. Supuesto un m.a.s., calcula:

a) La frecuencia del movimiento. Resultado: f = 0,5 Hz

b) La función de la velocidad y la velocidad máxima que alcanza si la fase inicial es nula. Resultado: v = 0,5 π cos (π t), v_{max}= ± 1,57 m/s

Suponemos un m.a.s

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)$$
$$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$$
$$a = -A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)$$

$A = 0,5 \text{ m}$

$\theta_0 = 0$

Cálculo del periodo (T)

$$T = \frac{10 \text{ s}}{5 \text{ oscilaciones}} = 2 \text{ s}$$

a) $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ Hz}$

b) Cálculo de la función de v y v_{max}

$v = A \cdot \omega \cos(\omega t + \theta_0)$ luego $v_{máxima}$ cuando $\cos(\omega t + \theta_0) = \pm 1$

$$v_{max} = A\omega$$

Calculamos ω:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

$$v = 0,5 \cdot \pi \cos(\pi t + 0) = 0,5\pi \cos \pi t$$

$$v_{max} = 0,5\pi (\pm 1) = \pm 1,57 \text{ m/s}$$

Una partícula describe un movimiento armónico simple con una frecuencia de 10 Hz y una amplitud de 5 cm. Calcula:

a) Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para t=0 está en la posición x= +5 cm

b) La aceleración para t= 2 s

$f = 10\,Hz$ Por tanto $\omega = 2\pi f = 20\pi\ rad/s = 62{,}83\ rad/s$

$A = 0{,}05\,m$

a) la función de la elongación será:

$x = 0{,}05\ sen(20\pi t + \varphi_0)$

Puesto que para $t = 0$ $x = +0{,}05\ cm$

$0{,}05 = 0{,}05\ sen\ \varphi$. $\varphi = arc\ sen\ 1 = \frac{\pi}{2}\ rad$

Las funciones serán.

$x = 0{,}05\ sen\left(20\pi t + \pi/2\right)$

$v = 20\pi \cdot 0{,}05\ cos\left(20\pi t + \pi/2\right) = \pi\ cos\left(20\pi t + \pi/2\right)$

b) derivando:

$a = \frac{dv}{dt} = -20\pi^2\ sen\left(20\pi t + \pi/2\right)$

si $t = 2\,s$: $a_2 = -20\pi^2\ sen\left(20\pi \cdot 2 + \pi/2\right) =$

$sen\left(40\pi + \pi/2\right) = 1 \Rightarrow a_2 = -20\pi^2 = -197{,}4\ m/s^2$

Una partícula describe un movimiento armónico simple con un periodo de 2 s y una amplitud de 25 cm. Calcula:

a) Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para t=0 está en la posición x= +25 cm
b) La aceleración para t= 3 s

a) Al ser un m.a.s., la elongación vendrá dada por la función

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

Como $T = 2\,s$ y $A = 0{,}25\,m$, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad/s$

Para $t = 0$, $x = 0{,}25\,m$, luego

$$0{,}25 = 0{,}25 \operatorname{sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$\frac{0{,}25}{0{,}25} = 1 = \operatorname{sen}\theta_0 \qquad \theta_0 = \operatorname{arc\,sen} 1 = \pi/2\ rad$$

Las funciones de la elongación y la velocidad serán:

$$x = 0{,}25 \operatorname{sen}(\pi t + \pi/2)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 0{,}25\pi \cos(\pi t + \pi/2)$$

b) La aceleración será:

$$a = \frac{dv}{dt} = -0{,}25\pi^2 \operatorname{sen}(\pi t + \pi/2)$$

Para $t = 3\,s$

$$a_3 = -0{,}25\pi^2 \operatorname{sen}(\pi \cdot 3 + \pi/2) = -0{,}25\pi^2 \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi}{2}\right) =$$

$$= -0{,}25\pi^2(-1) = +2{,}47\ m/s^2$$

5) Estiramos un resorte 5 cm y lo dejamos oscilar libremente resultando que completa una oscilación cada 0,2 s. Calcula:

a) La función que nos permite calcular su posición en función del tiempo.

Resultado: $x = 0{,}05 \text{ sen } (10\pi\ t + 3\pi/2)$

b) La velocidad y la aceleración a la que estará sometido el extremo libre a los 15 s de iniciado el movimiento.

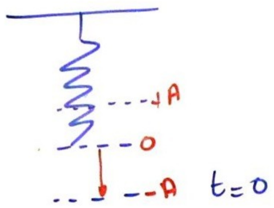
Resultado: $v_{15} = 0$ m/s $a_{15} = 49{,}35$ m/s^2

Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato pg 245, prob 84. Ed Santillana (2015)

Hipótesis y modelo

- Suponemos un m.a.s
- Objeto puntual y sin rozamiento

Funciones y parámetros



$x = A \text{ sen}(\omega t + \theta_0)$

$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$

$a = -A\omega^2 \text{ sen}(\omega t + \theta_0)$

$A = 5\text{cm} = 0{,}05 \text{ m}$

$T = 0{,}2 \text{ s}$

a) Para tener la función de la posición debemos calcular ω y θ_0

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}2} = 10\pi \text{ rad/s}$$

Cálculo de θ_0

para $t=0$, $x = -A$ (muelle estirado)

Sustituyendo en x:

$$-A = A \text{ sen}(\underbrace{\cancel{10\pi \cdot 0}}_{0} + \theta_0)$$

$-A = A \text{ sen}\,\theta_0$; $-\frac{A}{A} = \text{sen}\,\theta_0$; $\text{sen}\,\theta_0 = -1$ $\theta_0 = \text{arc sen}(-1) = 3\pi/2$ rad $(270°)$

La función de la posición es $x = 0{,}05 \text{ sen}\left(10\pi \cdot t + 3\pi/2\right)$

b) Para calcular v y a cuando $t = 15$ s definimos las funciones de v y a:

$$v = 0{,}05 \cdot 10\pi \cos(10\pi t + 3\pi/2)$$
$$a = -0{,}05 \cdot (10\pi)^2 \operatorname{sen}(10\pi t + 3\pi/2)$$

Para $t = 15$ s:

$$v = 0{,}05 \cdot 10\pi \cos(10\pi \cdot 15 + 3\pi/2) = 1{,}57 \cos(150\pi + 3\pi/2)$$
$$= 1{,}57 \cos(3\pi/2) = 1{,}57 \cdot 0 = 0 \text{ m/s}$$

$$a = -0{,}05 \cdot (10\pi)^2 \operatorname{sen}(10\pi \cdot 15 + 3\pi/2) =$$
$$= -49{,}35 \operatorname{sen}(3\pi/2) = -49{,}35 \cdot (-1) = +49{,}35 \text{ m/s}^2$$

Una partícula de 5,0 g se mueve con m.a.s. Si su frecuencia es de 25 Hz y su amplitud 8 cm, calcula:

a. Su periodo.
b. La frecuencia angular.
c. Su velocidad máxima.
d. La constante recuperadora.

Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 9.

Hipótesis y modelo

- masa puntual
- no hay rozamiento
- modelo de m.a.s.

Funciones y parámetros

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)$$
$$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$
$$k = \omega^2 m$$

$m = 5{,}0$ g $= 0{,}005$ kg

$f = 25$ Hz $\quad A = 8{,}0$ cm $= 0{,}080$ m

Cuestiones

a) Como $T = \frac{1}{f}$ $\quad T = \frac{1}{25}$ s

b) La frecuencia angular $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1/25} = 50\pi$ rad/s

c) La velocidad máxima es $v_{max} = A\omega$

$$v_{max} = 0{,}080 \cdot 50\pi = 4\pi \text{ m/s} = 12{,}566 \text{ m/s}$$

d) La constante recuperadora es $k = \omega^2 m$

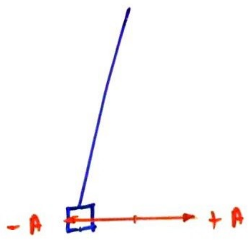
$$k = (50\pi)^2 \cdot 0{,}005 = 123{,}37 \text{ N/m}$$

7) Al descargar una carga de un barco mediante una grúa, oscila haciendo un vaivén cada 4 segundos con una amplitud de 2 m. Si se mueve con un m.a.s., calcule:

a) La aceleración máxima que alcanza.

b) Si para t=0 está en el extremo positivo la oscilación, su posición para t=9 s

Resultado: $a = 4{,}93\ m/s^2$ $x_9 = 0$ m



movimiento armónico simple

$x = A\,sen(\omega t + \varphi_0)$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

Parámetros

$T = 4\,s$

$A = 2\,m$

para $t=0$, $x=+A$

$\omega = \frac{2\pi}{4(s)} = \frac{\pi}{2}\,rad/s$

a) Aceleración máxima.

Como $a = -A\omega^2 sen(\omega t + \varphi_0)$

$a_{max} = \pm A\omega^2$ (cuando $sen(\omega t + \varphi_0) = \pm 1$)

$a_{max} = 2(m)\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = 4{,}93\ m/s^2$

b) Posición para $t = 9\,s$

Conocemos $A = 2\,m$ y $\omega = \pi/2\,(rad/s)$.

Debemos calcular φ_0

para $t=0$, $x=+A$

$A = A\,sen(\omega \cdot 0 + \varphi_0)$; $\frac{A}{A} = sen\,\varphi_0$; $\varphi_0 = arc\,sen\,1 = \pi/2\,rad$

Sustituyendo:

$x = 2\,sen\left(\frac{\pi}{2}\cdot 9 + \frac{\pi}{2}\right) = 2\,sen\,\frac{10\pi}{2} = 2\,sen\,5\pi = 0$

Una partícula describe un movimiento armónico simple con una frecuencia de 10 Hz y una amplitud de 5 cm. Calcula:

a) Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para t=0 está en la posición x= +5 cm
b) La aceleración para t= 2 s

Hipótesis y modelo

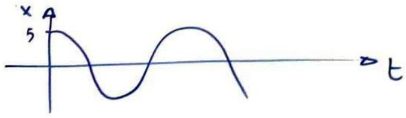
- modelo de movimiento armónico.
- partícula puntual

Funciones y parámetros

$x = A \operatorname{sen}(wt + \theta_0)$

$f = 10\,Hz \quad A = 0{,}05\,m$

Esquema



Cuestiones

- función de posición

$w = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 10 = 20\pi\ rad/s$

Con la posición inicial $(x = 5cm, t = 0)$

$0{,}05 = 0{,}05 \operatorname{sen}(20\pi \cdot 0 + \theta_0)$

$\frac{0{,}05}{0{,}05} = \operatorname{sen}\theta_0 \ ; \theta_0 = \operatorname{arc\,sen} 1 = \pi/2\ rad$

La función de posición es

$x = 0{,}05 \operatorname{sen}(20\pi t + \pi/2)$

Cálculo de la velocidad de la partícula

$v = \frac{dx}{dt} = 0{,}05 \cdot 20\pi \cos(20\pi t + \pi/2)$

$v = \pi \cos(20\pi t + \pi/2)$

b) Cálculo de la aceleración para $t = 2\,s$

$a = -w^2 x = -20^2\pi^2 \cdot 0{,}05 \operatorname{sen}(20\pi t + \pi/2)$

Para $t = 2s$

$20\pi \cdot 2 + \pi/2 = 40\pi + \pi/2$

$\operatorname{sen}(40\pi + \pi/2) = \operatorname{sen}\pi/2 = 1$

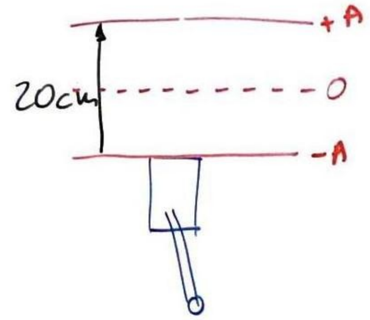
$a = -20^2 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}05 \cdot \operatorname{sen}\pi/2 = -197{,}39\ m/s^2$

El pistón del cilindro de un coche tiene una carrera (distancia desde abajo hasta arriba del movimiento) de 20 cm y el motor gira a 800 rpm. Calcular la velocidad máxima que alcanza. Resultado: $V_{max}= \pm 8.37$ m/s

Hipótesis y modelo.

- Suponemos un movimiento vibratorio
- Modelo de M.a.S.

Esquema



Funciones y parámetros

$$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$A = 0{,}1 \text{ m}$$

$$\omega = 800 \text{ rpm} = 800 \frac{\text{vueltas}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ Vuelta}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{80}{3}\pi \ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\theta_0 = 0$$

Cuestiones

a) La velocidad máxima tiene lugar cuando $\omega t + \theta_0 = 0$ o vale $2n\pi$

por tanto para $\cos(\omega t + \theta_0) = \pm 1$

Por ello $V_{max} = \pm A\omega$

$$V_{max} = \pm \frac{80}{3}\pi \cdot 0{,}1 = \pm 8{,}38 \text{ m/s}$$

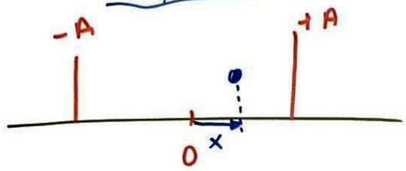
Una partícula vibra de tal modo que tarda 0,50 s en ir desde un extremo a la posición de equilibrio, distantes entre sí 0,80 cm. Si para t=0 la elongación de la partícula es 4,0 cm, halla la ecuación que define este movimiento. Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 3

Resultado: x= 8,0 10-2 sen (π t + π/6) (m)

Hipótesis y modelo.

- Suponemos movimiento vibratorio
- Modelo de m.a.s
- suponemos A constante

Esquema



Funciones y parámetros

$$x = A\,\text{sen}(wt + \theta_0)$$

- tarda 0,5 s en ir de +A a x=0 $\quad T = 4 \cdot 0{,}5 s = 2 s$
- distancia 0 → +A = 8,0 cm $\quad A = 0{,}08\ m$
- para t=0 x = 4,0 cm

$$W = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad/s$$

Cuestiones.

Sabemos que $A = 0{,}08\,m$ y $\omega = \pi\, rad/s$

Falta calcular θ_0

Sabemos que $x = 0{,}04\,m$ para $t = 0$

sustituyendo en la función de la elongación

$$x = A\,sen(\omega t + \theta_0)$$

$$0{,}04 = 0{,}08\,sen(\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$\frac{0{,}04}{0{,}08} = sen\,\theta_0$$

$$\theta_0 = arc\,sen\,\frac{1}{2} = \pi/6\ rad$$

Con todo ello

$$x = 0{,}08\ sen\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\ SI$$

11) Un móvil realiza un movimiento armónico simple en el extremo de un muelle que hace dos oscilaciones por segundo, siendo la amplitud del movimiento 20 cm. Calcula:

a) La velocidad máxima que llega a alcanzar la masa que oscila.

Resultado: v_{max} = 2,51 m/s

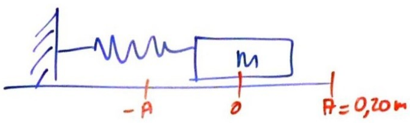
b) La aceleración de la masa al pasar por el extremo del movimiento vibratorio armónico. Resultado: a_{max} = -31,58 m/s^2

Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato pg 245, prob 85. Ed Santillana (2015)

Hipótesis y modelo

- Suponemos un m.a.s
- Objeto puntual y sin rozamiento

Funciones y parámetros



$x = A\,\text{sen}(\omega t + \theta_0)$

$v = A\omega\cos(\omega t + \theta_0)$

$a = -A\omega^2\,\text{sen}(\omega t + \theta_0) = -\omega^2 x$

$A = 20\text{ cm} = 0{,}20\text{ m}$

hace 2 oscilaciones/s $\longrightarrow f = 2\text{ Hz}$

a) Cálculo de la velocidad máxima.

Para tener la función v debemos calcular A, ω y θ_0

$A = 0{,}20\text{ m}$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi\cdot 2 = 4\pi\text{ rad/s}$

Como no hay detalles de la posición inicial, suponemos que para $t=0$, $x=0$, luego $\theta_0 = 0$

$v = 0{,}20\cdot 4\pi\cos(4\pi\cdot t + 0) = 0{,}80\pi\cos(4\pi t)$

La v máxima corresponde a que $\cos(4\pi t) = 1$

$v_{max} = 0{,}80\pi = 2{,}51\text{ m/s}$

b) la aceleración en el extremo del movimiento es la aceleración máxima.

Por tanto:

$a_{max} = -A\omega^2 = -0{,}20(4\pi)^2 = -31{,}58\text{ m/s}^2$

Una masa puntual de 10 g está sujeta a un muelle y oscila sobre el eje OX con una frecuencia de 4 Hz y una amplitud de 6 mm. Si en el instante inicial la elongación de la partícula es cero, determina:

a) Las ecuaciones de la elongación y la velocidad de la masa en cualquier instante de tiempo.

b) El período de oscilación de la masa, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma.

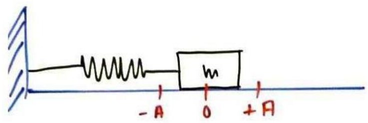
c) La constante elástica del muelle, así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total de la partícula cuando pasa por el punto de equilibrio.

(PAU ULL septiembre 2009)

Hipótesis y modelo

- muelle elástico y de masa despreciable.
- Suponemos un m.a.s. sin rozamiento (ni amortiguación)

Esquema



Funciones y parámetros

$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)$

$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$

$k = \omega^2 m \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

$E_c = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2)$; $U_e = \frac{1}{2} k x^2$

$m = 0{,}010\ kg \qquad A = 0{,}006\ m$

$f = 4\ Hz \qquad$ para $t = 0$, $x = 0$

Cuestiones

a) Calculamos ω y θ_0

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 4 = 8\pi\ rad/s$

Para $t=0$, $x=0$ luego $0 = 0{,}006 \operatorname{sen}(8\pi \cdot 0 + \theta_0)$

$0 = \operatorname{sen}\theta_0$; $\theta_0 = \operatorname{arcsen} 0 = 0$

Las funciones son:

$x = 0{,}006 \operatorname{sen}(8\pi t)$

$v = 0{,}006 \cdot 8\pi \cos(8\pi t)$

b) periodo: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4}\ s$

$a_{max} = A\omega^2 = 0{,}006 \cdot (8\pi)^2 = 3{,}80\ m/s^2$

Como $F = m \cdot a \Rightarrow F_{max} = 0{,}010 \cdot 3{,}80 = 0{,}038\ N$

c) **Cálculo de k**

Método 1

$k = \omega^2 m = (8\pi)^2 \cdot 0{,}010 = 6{,}31\ N/m$

Método 2

$F_{max} = k \cdot x_{max}$; $0{,}038 = k \cdot 0{,}006$; $k = \frac{0{,}038}{0{,}006} = 6{,}3\ N/m$

Cálculo de la energía

U_e en $x=0$ es nula

E_c en $x=0$ es $E_c = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} 6{,}3 (0{,}006)^2 = 1{,}13 \cdot 10^{-4}\ J$

Un cuerpo de 200 g está unido a un resorte horizontal, sin rozamiento, sobre una mesa y a lo largo del eje OX, con una frecuencia angular ω = 8,00 rad/s. En el instante t = 0 el alargamiento del resorte es de 4,0 cm respecto a la posición de equilibrio y el cuerpo lleva una velocidad de -20 cm/s. Determina:

a. La amplitud y la fase inicial del m.a.s. Realizado por el cuerpo.
b. La constante elástica del resorte y la energía mecánica del sistema.

Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 15

Resultado: A = 0,047 m; θ_0 = -1.01 rad; k = 12,8 N/m; E_{mec} = 0,014 J

Hipótesis y modelo

- Suponemos mas y resorte ideal.

Funciones y parámetros

$x = A \, sen(\omega t + \theta_0)$

$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$

$k = m\omega^2$

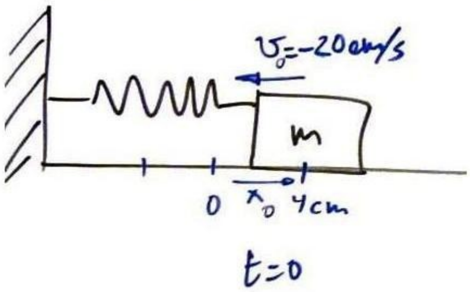
$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$

$m = 0{,}200$ kg

$\omega = 8{,}00$ rad/s

Para t=0 $\begin{cases} x = 0{,}040 \text{ m} \\ v = -0{,}20 \text{ m/s} \end{cases}$

Esquema



Cuestiones

a) Cálculo de A y θ_0

Para $t=0$

$$\left.\begin{aligned} 0{,}040 &= A \operatorname{sen}(\cancel{8{,}00}^{0}\cdot 0 + \theta_0) \\ -0{,}20 &= A\cdot 8{,}00 \cos(\cancel{8{,}00}^{0}\cdot 0 + \theta_0) \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{0{,}040}{-0{,}20} = \frac{\cancel{A} \operatorname{sen}\theta_0}{\cancel{A}\cdot 8{,}00\cdot\cos\theta_0} = \frac{\operatorname{tg}\theta}{8{,}00}$$

$$\frac{0{,}040}{-0{,}20}\cdot 8{,}00 = \operatorname{tg}\theta_0 = -1{,}6\ ;\quad \theta_0 = \operatorname{arctg}(-1{,}6) = -57{,}99^{\circ} \simeq -58^{\circ}$$

$$\theta_0 = -1{,}01 \text{ rad}$$

Aplicándolo a la posición inicial:

$$0{,}040 = A \operatorname{sen}(-1{,}01) \qquad A = 0{,}047 \text{ m}$$

b) Cálculo de k: $k = m\omega^2 = 0{,}200\cdot(8{,}00)^2 = 12{,}8 \text{ N/m}$

Energía mecánica:

Sol 1: para $t=0$ $E_m = \frac{1}{2}\, 0{,}200\,(-0{,}20)^2 + \frac{1}{2}\cdot 12{,}8\,(0{,}040)^2 = 4\cdot 10^{-3} + 1{,}024\cdot 10^{-2} = 0{,}014 \text{ J}$

Sol 2: en el extremo

$$E_m = \frac{1}{2}\,\cancel{0{,}200}^{0}\cdot 0^2 + \frac{1}{2}\, 12{,}8\,(0{,}047)^2 = 0{,}014 \text{ J}$$

Tenemos colgado verticalmente un muelle con una constante k= 400 N/m y queremos colgarle una masa para que oscile con un período de 1 s. Calcula:

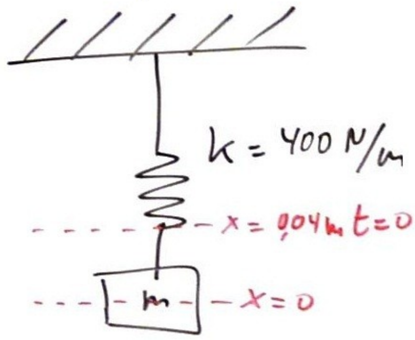
a. La masa que debemos colgarle para conseguir ese período.
b. Su posición para t = 1,5 s si, para que empiece a vibrar, levantamos la masa 4 cm por encima de su posición de equilibrio y contamos el tiempo desde que la soltamos.

Resultado: m = 10,13 kg $x_{1,5}$ = - 0.04 m = - A

Hipótesis y modelo.

- Muelle elástico ideal y sin masa
- Modelo de m.a.s.

Esquema



Funciones y parámetros

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$x = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \theta_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Para $t = 0$ $x = +0{,}04\ m$

$k = 400\ N/m$

Cuestiones:

a) Para que $T = 1\ s$ $\quad 1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{400}}$

$$1^2 = 4\pi^2\frac{m}{400} \; ; \quad m = \frac{400}{4\pi^2} = 10{,}13\ kg$$

b) Debemos conocer A, ω, θ_0

$A = 0{,}04\ m$; $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\ rad/s$

Sabemos que $x = 0{,}04\ m$ cuando $t = 0$

$$x = A\ sen(\omega t + \theta_0)$$

$$0{,}04 = 0{,}04\ sen(2\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$\frac{0{,}04}{0{,}04} = sen\,\theta_0$; $\theta_0 = arc\ sen\ 1$; $\theta_0 = \pi/2\ rad$

Para $t = 1{,}5\ s$

$$x = 0{,}04\ sen\left(2\pi \cdot 1{,}5 + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}04\,sen\left(\frac{7\pi}{2}\right) =$$

$$= 0{,}04(-1) = -0{,}04\ m \ ; \ x = -0{,}04\ m$$

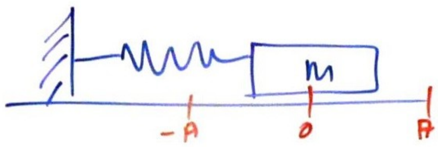
15) Una partícula recorre 8 cm de extremo a extremo en un movimiento armónico simple y su aceleración máxima es de 48 m/s^2. Calcula:
a) La frecuencia y el periodo del movimiento
b) La velocidad máxima de la partícula. Resultado: v_{max} = 1,38 m/s

Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato
pg 245, prob 86. Ed Santillana (2015)

Hipótesis y modelo

- Suponemos un m.a.s
- Objeto puntual y sin rozamiento

Funciones y parámetros



$x = A \, sen(\omega t + \theta_0)$

$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$

$a = -A\omega^2 sen(\omega t + \theta_0) = -\omega^2 x$

de extremo a extremo hay 8cm $\longrightarrow$ $A = 4cm = 0{,}04m$

$a_{Max} = 48 \, m/s^2$

a) Para calcular v debemos saber A y ω.

Como $a_{max} = -A\omega^2 sen(\omega t + \theta_0)$ cuando $sen(\omega t + \theta_0) = 1$

$a_{max} = -A\omega^2$ $\begin{cases} \text{si } a = -48 \, m/s^2, \text{ estamos en } x = +A \\ \text{si } a = +48 \, m/s^2, \text{ estamos en } x = -A \end{cases}$

$-48 = -0{,}04 \, \omega^2$

$\frac{48}{0{,}04} = \omega^2$; $\omega = \sqrt{1200} = 34{,}64 \, rad/s$

Como $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$ $\begin{cases} f = \frac{34{,}64}{2\pi} = 5{,}51 \, Hz \\ T = \frac{2\pi}{34{,}64} = \frac{1}{f} = \frac{1}{5{,}51} = 0{,}18 \, s \end{cases}$

b) La velocidad máxima es

$v_{max} = A\omega = 0{,}04 \cdot 34{,}64 = 1{,}38 \, m/s$

16) Calcula la aceleración y la velocidad en el instante inicial para un muelle cuyo movimiento viene descrito por la función:

$$x\ (f) = 0{,}3 \cos (2 \cdot t + \pi/6)\ (\text{cm})$$

Resultado: $a_0 = -5{,}92\ m/s^2$; $v_0 = 1{,}63\ m/s$

Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato pg 246, prob 87. Ed Santillana (2015)

De la función sabemos que:

$$x = \underset{\uparrow \atop A}{0{,}3} \cos\left(\underset{\uparrow \atop \omega}{2\pi} t + \underset{\uparrow \atop \theta_0}{\pi/6}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} A = 0{,}3\ m \\ \omega = 2\pi\ rad/s \\ \theta_0 = \pi/6\ rad \end{array}\right\}$$

Sustituyendo en v y a para $t=0$

$$v = 0{,}3 \cdot 2\pi \cos\left(2\pi \cdot 0 + \pi/6\right) = 1{,}63\ m/s$$

$$a = -0{,}3 (2\pi)^2 \underbrace{\operatorname{sen}\left(2\pi \cdot 0 + \pi/6\right)}_{0{,}5} = -5{,}92\ m/s^2$$

17) Un objeto está unido a un muelle horizontal sin rozamiento que oscila con una amplitud de 5 cm y una frecuencia de 3,3 Hz. Determine:

a) El periodo del movimiento. Resultado: T = 0,30 s

b) La velocidad máxima y la aceleración máxima.

Resultado: v_{max} = ±1,03 m/s; a_{max} = ±21,48 m/s;

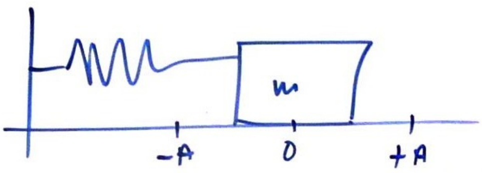
Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato pg 246, prob 89. Ed Santillana (2015)

Suponemos un m.a.s

$x = A\,sen(\omega t + \theta_0)$

$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$

$a = -A\omega^2 sen(\omega t + \theta_0)$



$A = 5\,cm = 0{,}05\,m$

$f = 3{,}3\,Hz$

a) Cálculo del periodo (T)

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{3{,}3} = 0{,}30\,s$$

b) Cálculo de v_{max}

$v = A \cdot \omega \cos(\omega t + \theta_0)$ luego $v_{máxima}$ cuando $\cos(\omega t + \theta_0) = 1$

$$v_{max} = A\omega$$

Calculamos ω : $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 3{,}3 = 20{,}73$ rad/s

$v_{max} = A\omega = \pm 0{,}05 \cdot 20{,}73 = \pm 1{,}03\,m/s$

Como $a = -A\omega^2 sen(\omega t + \theta_0)$, la a_{max} se da para $sen(\omega t + \theta_0) = \pm 1$

$a_{max} = \pm A\omega^2 = \pm 0{,}05 \cdot (20{,}73)^2 = \pm 21{,}48\,m/s^2$

18) Una masa puntual está sujeta a un resorte elástico y oscila sobre el eje OX con una frecuencia de 0,5 Hz y una amplitud de 30 cm. Si en el instante inicial su elongación es de + 30 cm. determine:

a) Las funciones de la elongación, la velocidad y la aceleración.

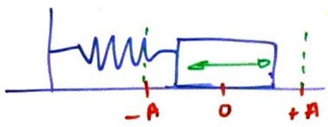
Resultado: $x = 0{,}30 \text{ sen } (\pi t + \pi/2)$; $v = 0{,}30\pi \cos (\pi t + \pi/2)$; $a = -0{,}30 \pi^2 \text{ sen } (\pi t + \pi/2)$

b) Su posición y velocidad cuando t = 2,5 s Resultado: $x = 0$; $v = -0{,}94$ m/s

c) Su aceleración cuando t = 3 s Resultado: $a = + 2{,}96$ m/s^2

Suponemos que es un mas:

Funciones y parámetros



$x = A \text{ sen}(\omega t + \theta_0)$

$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$

$a = -A\omega^2 \text{ sen}(\omega t + \theta_0)$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

$f = 0{,}5 \text{ Hz}$

$A = 0{,}30 \text{ m}$

para $t = 0$, $x = +0{,}30 \text{ m}$

Cálculo de los parámetros A, ω y θ_0

$A = 0{,}30 \text{ m}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 0{,}5 = \pi \text{ rad/s}$

Como $x = +0{,}30 \text{ m}$ para $t = 0$, sustituimos en la función de x

$x = A \text{ sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$

$+0{,}30 = 0{,}30 \text{ sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$

$\frac{0{,}30}{0{,}30} = \text{sen } \theta_0$

$\theta_0 = \text{arc sen } 1 = \pi/2 \text{ rad}$

a) Las funciones son:

$x = 0{,}30 \text{ sen}(\pi \cdot t + \pi/2)$

$v = 0{,}30 \cdot \pi \cos(\pi \cdot t + \pi/2)$

$a = -0{,}30 \cdot \pi^2 \text{ sen}(\pi \cdot t + \pi/2)$

b) Cuando $t = 2{,}5\ s$

$v = 0{,}30 \cdot \pi \cos\left(\pi \cdot 2{,}5 + \frac{\pi}{2}\right)$ $\qquad x = 0{,}30 \operatorname{sen}\left(\pi \cdot 2{,}5 + \pi/2\right)$

$\pi \cdot 2{,}5 + \frac{\pi}{2} = 3\pi$

$2{,}5\pi + 0{,}5\pi = 3\pi$

$v = 0{,}30\pi \cos 3\pi$ $\qquad x = 0{,}30 \operatorname{sen} 3\pi$

$v = 0{,}30\pi(-1) = -0{,}94\ m/s$ $\qquad x = 0{,}30 \cdot 0 = 0\ m$

c) Cuando $t = 3\ s$

$$\left.\begin{array}{l} a = -0{,}30 \cdot \pi^2 \operatorname{sen}\left(\pi \cdot 3 + \pi/2\right) \\ 3\pi + \frac{\pi}{2} = 3{,}5\pi \end{array}\right\} a = -0{,}30\pi^2 \operatorname{sen}(3{,}5\pi) = -0{,}30\pi^2 \cdot (-1) = 2{,}96\ m/s^2$$

PAU septiembre 2011

7) Una masa puntual de 10 g está sujeta a un muelle y oscila sobre el eje OX con una frecuencia de 4 Hz y una amplitud de 6 mm.
Si en el instante inicial la elongación de la partícula es igual a la máxima elongación, determina:

a) Las ecuaciones de la elongación y la velocidad de la masa en cualquier instante de tiempo.

b) El período de oscilación de la masa, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma.

c) La constante elástica del muelle, así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total de la partícula cuando pasa por el punto de equilibrio

Hipótesis

- oscilación no amortiguada (A es constante) $F_{Ext} = 0$
- suponemos m.a.s.

Funciones

$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$

$\dot{x} = v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$

$\ddot{x} = a = -A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

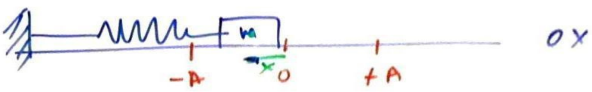
Parámetros

$m = 10\,g = 0{,}010\,kg$

$f = 4\,Hz = 4\,s^{-1}$

$A = 6\,mm = 0{,}006\,m$

para $t = 0$ $x = A$



a) ecuación de la elongación

$$x = 0{,}006 \operatorname{sen}(2\pi \cdot 4 \cdot t + \varphi_0)$$

Cálculo de φ_0:

$$0{,}006 = 0{,}006 \operatorname{sen}(\cancel{2\pi \cdot 4 \cdot 0}^{\,0} + \varphi_0)$$

$$\frac{0{,}006}{0{,}006} = 1 = \operatorname{sen}\varphi_0$$

$$\varphi_0 = \operatorname{arc\,sen} 1 = \frac{\pi}{2}\ rad$$

$$\boxed{x = 0{,}006 \operatorname{sen}\left(8\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

a) función de la velocidad

por sustitución : $v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$

$$v = 0{,}006 \cdot 8\pi \cos\left(8\pi t + \pi/2\right)$$

por derivación

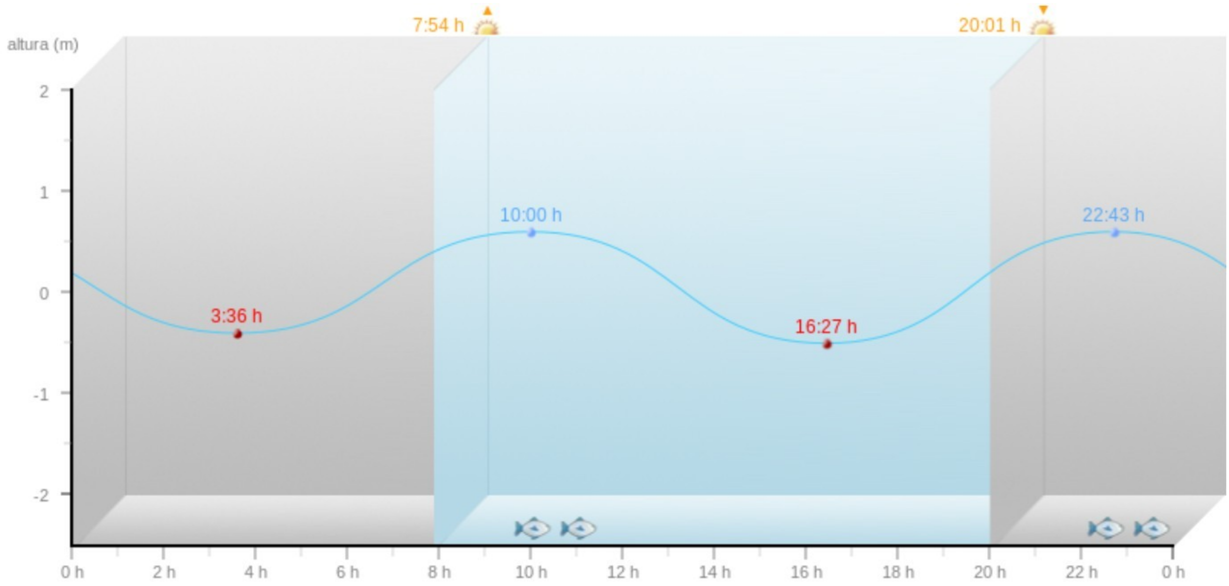
$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d\left[0{,}006 \operatorname{sen}\left(8\pi t + \pi/2\right)\right]}{dt} = 0{,}006 \cos\left(8\pi t + \pi/2\right) \cdot 8\pi$$

Por terminar.

La tabla de mareas de hoy en Santa Cruz de Tenerife nos da estos datos :
la primera bajamar será a las 3:36 h y la siguiente bajamar a las 16:27 h. La primera pleamar será a las 10:00 h y la siguiente pleamar a las 22:43 h.
Las **alturas de las mareas** serán -0,4 m, 0,6 m, -0,5 m y 0,6 m.

Suponiendo en el movimiento de la mares sobre una pared vertical sea un m.a.s, calcular:

a) La altura de la marea a las 14 h con respecto al nivel medio.
b) La velocidad máxima que alcanza la marea cuando asciende.
c) La aceleración máxima a que está sometida el agua cuando asciende.
d) La velocidad máxima a la que se desplazará el agua por una playa inclinada 4º



El coeficiente de mareas será 56 (medio). Las **alturas de las mareas** serán -0,4 m, 0,6 m, -0,5 m y 0,6 m. Podemos comparar estos niveles con la pleamar máxima registrada en las tablas de mareas de Santa Cruz de Tenerife que es de 1,5 m y la altura mínima -1,4 m.

Fuente de los datos: http://www.tablademareas.com/es/islas-canarias/santa-cruz-de-tenerife (septiembre 2015)

Hipótesis

Suponemos un m.a.s. de $A = 0,6$ m

parámetros

$A = 0,6$ m

$T = 12$ h 43 min $= 45780$ s

$t = 0 \quad x = A = 0,6$ m

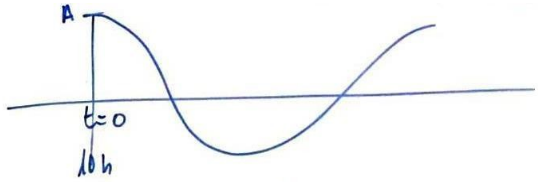
Funciones

$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$

$\dot{x} = v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$

$\ddot{x} = a = -A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$



a) Usamos la función de la elongación

$$x = 0{,}6\ \text{sen}\left(\frac{2\pi}{45780}\cdot t + \varphi_0\right)$$

para $t=0$, $0{,}6 = 0{,}6\ \text{sen}(\omega\cdot 0 + \varphi_0)$; $1 = \text{sen}\,\varphi_0$; $\varphi_0 = \pi/2$ rad

a las 14h, $t = 3600\left(\frac{s}{h}\right)\cdot 4(h) = 14400\ s$

A las 14 h

$$x = 0{,}6\ \text{sen}\left(\frac{2\pi}{45780}\cdot 14400 + \frac{\pi}{2}\right) = -0{,}023\ m$$

b) v máxima de la marea ascendente.

$$v = A\omega\ \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$v_{máxima}$ para $\cos(\omega t + \varphi_0) = 1$

luego $v_{Max} = A\omega = 0{,}6(m)\cdot\frac{2\pi}{45780\,s} = 8{,}23\cdot 10^{-5}\ m/s$

$v_{max} = 0{,}0049\ m/min$

c) aceleración máxima

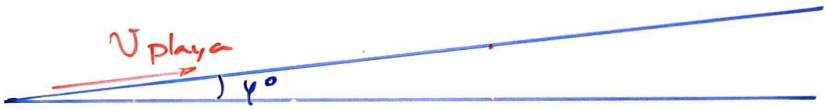
$$a = -A\omega^2\ \text{sen}(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$$

a es máxima cuando $\text{sen}(\omega t + \varphi_0) = 1$

o bien cuando x es máxima

$$a_{max} = -A\omega^2$$

$$a_{max} = -0{,}6\left(\frac{2\pi}{45780}\right)^2 = -1{,}13\cdot 10^{-8}\ m/s^2$$



v en la playa es la componente paralela a la superficie de la playa

$$\text{sen } 4° = \frac{v_{y\,max}}{v_{playa}}$$

$$v_{playa} = \frac{v_{y\,max}}{\text{sen } 4°} = 1{,}17 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$v_{playa} = 0{,}070 \text{ m/min}$$

37) Considere una partícula de 100 g de masa, cuya posición respecto del origen de coordenadas, viene dada por la función x(t)=A sen(ωt+3π/5), donde x se mide en metros y t en segundos (MAS a lo largo del eje X en torno del origen de coordenadas). La partícula completa 3 oscilaciones o ciclos cada 6 s. En el instante inicial (t=0 s), la partícula se encuentra a +3 cm del origen de coordenadas.

a) ¿Cuánto valen la frecuencia angular y la amplitud de las oscilaciones? Exprese la posición de la partícula en un instante de tiempo cualquiera, esto es, la función x(t).

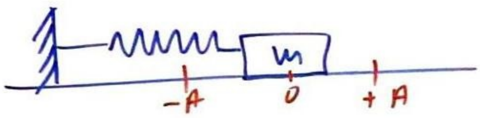
b) Calcule la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula en el instante de tiempo t=0.4 s.

c) ¿Cuánto vale la constante elástica asociada al muelle que origina este movimiento armónico? Calcule la energía total, la energía potencial y la energía cinética de la partícula en el instante de tiempo t=0.4 s.

(PAU ULL junio 2014)

Hipótesis y modelo

Suponemos un mas sin amortiguación (no hay rozamiento)



Funciones y parámetros

$x(t) = A \text{ sen}\left(\omega t + \frac{3\pi}{5}\right)$

$f = \frac{3 \text{ oscilaciones}}{6 s} = 0,5 \ s^{-1} = 0,5 \ Hz$

para $t = 0$ $x = +3 cm = +0,03 \ m$

$m = 100 g = 0,1 kg$

a) Frecuencia angular ω $\quad \omega = 2\pi f = 2\pi (rad) \cdot 0,5 (s^{-1}) = \pi \ rad/s$

Para calcular A, sustituimos en la función de posición y despejamos:

$$\left.\begin{array}{l} x(t) = A \text{ sen}\left(\pi t + \frac{3\pi}{5}\right) \\ \text{para } t = 0 \quad x = +0,03 \ m \end{array}\right\} +0,03 = A \text{ sen}\left(\pi \cdot 0 + \frac{3\pi}{5}\right)$$

$$A = \frac{0,03}{\text{sen}\left(\frac{3\pi}{5} \text{ rad}\right)} = \frac{0,03}{0,951} = +0,031 \ m$$

función de la posición respecto al tiempo $\quad x(t) = 0,031 \text{ sen}\left(\pi t + \frac{3\pi}{5}\right)$

b) posición para $t = 0{,}4\ s$ $\quad \left(0{,}4\ s = \frac{2}{5} s\right)$

$$x(t) = 0{,}031\ \text{sen}\left(\pi \cdot t + \frac{3\pi}{5}\right) = 0{,}031\ \text{sen}\left(\pi \cdot 0{,}4 + \frac{3\pi}{5}\right) =$$

$$= 0{,}031\ \text{sen}\left(\pi \cdot \frac{2}{5} + \frac{3\pi}{5}\right) = 0{,}031\ \cancel{\text{sen}\left(\frac{5}{5}\pi\right)}^{\to 0} = 0$$

Velocidad para $t = 0{,}4 s$

$$v(t) = 0{,}031 \cdot \pi \cos\left(\pi t + \frac{3\pi}{5}\right) = 0{,}031\pi \cos\left(\pi \cdot 0{,}4 + \frac{3\pi}{5}\right) = 0{,}031\pi\ \cancel{\cos \pi}^{-1} =$$

$$= -0{,}031\ \pi\ (m/s) = -0{,}097\ m/s$$

aceleración para $t = 0{,}4 s$

$$a(t) = -\omega^2 x = -\pi^2 \cdot 0 = 0\ m/s^2$$

c) Cálculo de la constante elástica

$$k = \omega^2 m = \pi^2 \left(\frac{rad}{s}\right)^2 \cdot 0{,}1 (kg) = 0{,}986\ N/m$$

c) Cálculo de E_{P_x}, E_c y E_T

$E_{P_x} = \frac{1}{2} k x^2$; Sabemos que $k = 0{,}986\ N/m$ y que para $t = 0{,}4\ s$, $x = 0$

$$E_{P_x} = \frac{1}{2}\ 0{,}986 (N/m) \cdot 0 = 0\ J$$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2$; Sabemos que para $t = 0{,}4 s$, $v = -0{,}097\ m/s$

$$E_c = \frac{1}{2}\ 0{,}1 (kg) \cdot (-0{,}097)^2 (m/s^2) = 4{,}70 \cdot 10^{-4}\ J$$

$$E_T = E_c + E_{P_x} = 4{,}70 \cdot 10^{-4}\ J$$

También podemos calcular las energías a partir de sus funciones generales:

$$E_T = E_c + E_{p_x} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

Aplicando funciones de un mas

$$E_T = \frac{1}{2} m \left[- A w \cos(wt + \varphi) \right]^2 + \frac{1}{2} k \left[A \operatorname{sen}(wt + \varphi) \right]^2 = \frac{1}{2} m A^2 w^2 \cos^2(wt + \varphi_0) + \frac{1}{2} k A^2 \operatorname{sen}^2(wt + \varphi)$$

Como estamos en $x = 0$ para $t = 0{,}4\ s$ $\operatorname{sen}^2(wt + \varphi_0) = 0$ y $\cos^2(wt + \varphi_0) = +1$

$$E_T = \frac{1}{2} m A^2 w^2 = \frac{1}{2}\, 0{,}1\,(kg) \cdot \left(0{,}031\,(m)\right)^2 \cdot \left(\pi\,(rad/s)\right)^2 = 4{,}74 \cdot 10^{-4}\ J$$

38) Un objeto de masa 30 g se encuentra apoyado sobre una superficie horizontal y sujeto a un muelle. Se observa que oscila sobre la superficie, en la dirección del eje OX, siguiendo un MAS de frecuencia 5 s con una amplitud de 10 cm. Si en el instante inicial, la elongación de la partícula es igual a la mitad de la máxima elongación o amplitud, determine:

a) Las ecuaciones de la elongación y la velocidad de la masa en cualquier instante de tiempo.

b) El período de oscilación de la masa, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma.

c) La constante elástica del muelle, así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total del objeto cuando pasa por uno de sus puntos de máxima elongación.

(PAU ULL junio 2012)

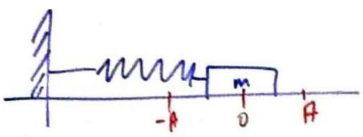
Hipótesis y modelo.

- Suponemos un mas sin rozamiento

Funciones y parámetros

$x = A\,\text{sen}(\omega t + \varphi)$

$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$

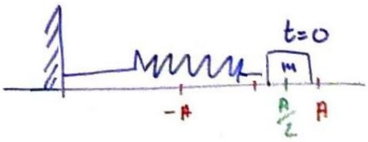


$m = 30\text{ g} = 0{,}030\text{ kg}$

$A = 10\text{ cm} = 0{,}1\text{ m}$

$f = 5\text{ s}^{-1}$

Para $t = 0$, $x = \frac{A}{2}$



a) Ecuaciones de x y de v

Calculamos ω: $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 5(\text{s}^{-1}) = 10\pi\text{ rad/s}$

Calculamos φ:

Para $t = 0$, $x = A/2$, sustituimos en x:

$\frac{A}{2} = A\,\text{sen}(10\pi \cdot 0 + \varphi)$; $\frac{1}{2} = \text{sen}\,\varphi$

$\varphi = \text{arc sen}\,\frac{1}{2}$ $\quad \varphi = \frac{\pi}{6}\text{ rad}$

Funciones de x y de v:

$x = 0{,}1\ \text{sen}(10\pi t + \pi/6)$

$v = 0{,}1 \cdot 10\pi \cos\left(10\pi t + \pi/6\right) = \pi \cos\left(10\pi t + \pi/6\right)$

b) Periodo de oscilación:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ s}$$

$$a_{max} = \left| -A\omega^2 \right| = 0,1 \cdot (10\pi)^2 = 98,69 \text{ m/s}^2$$

$$F_{max} = \left| -k\, a_{max} \right|$$

Calculamos k: $k = \omega^2 m = (10\pi)^2 \cdot 0,030$

$$k = 29,6 \text{ N/m}$$

$$F_{max} = \left| -29,6 \cdot 98,69 \right| = 2921 \text{ N}$$

c) Constante elástica del muelle

$$k = \omega^2 m = (10\pi)^2 \cdot 0,030 = 29,6 \text{ N/m}$$

Cálculo de E_c, E_p y E_T $\quad x = \pm A$

$$E_c = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \cos^2 \cancel{(\omega t + \varphi_0)}^{0} = 0$$

Si $x = \pm A$, $v = 0$

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k (\pm A)^2 = \frac{1}{2}\, 29,6 \cdot 0,1^2 = 0,148 \text{ J}$$

$$E_T = E_p + E_c = 0,148 \text{ J}$$

39) Una partícula de 100 g de masa sujeta a un muelle, se desplaza hacia la derecha de su posición de equilibrio 2 cm. A continuación se suelta y comienza a oscilar armónicamente a lo largo del eje OX con una frecuencia de 4 s^{-1} . Determine:

a) Las ecuaciones de la posición y de la velocidad de la partícula, en cualquier instante de tiempo.

Resultado: x = 0,02 sen (8π t + π/2); v = 0,02π cos (8π t + π/2)

b) El período de oscilación de la partícula, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma. Resultado: T = 0,25 s; a_{max} = ± 12,63 m/s^2 ; F = ± 1,26 N

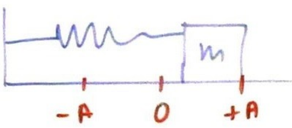
c) La constante elástica del muelle así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total de la partícula cuando pasa por la posición de equilibrio.

PAU ULL junio 2016

Suponemos un mas

$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)$

$v = A \omega \cos(\omega t + \theta_0)$



$m = 100\ g = 0,10\ kg$

$A = 2\ cm = 0,02\ m$

$f = 4\ s^{-1} = 4\ Hz$

$x = 2\ cm$ si $t = 0$

Cálculo de los parámetros A, ω y θ_0

$A = 0,02\ m$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 4 = 8\pi\ rad/s$

Como $x = +0,02\ m$ para $t = 0$, sustituimos en la función de x

$x = A \operatorname{sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$

$+0,02 = 0,02 \operatorname{sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$

$\frac{0,02}{0,02} = \operatorname{sen} \theta_0$

$\theta_0 = \operatorname{arc\,sen} 1 = \pi/2\ rad$

a) Las funciones son:

$x = 0,02 \operatorname{sen}\left(8\pi t + \pi/2\right)$

$v = 0,02 \cdot \pi \cos\left(8\pi \cdot t + \pi/2\right)$

b) Como $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4} = 0,25\ s$

Como $a = -0,02\pi^2 \operatorname{sen}\left(8\pi t + \pi/2\right)$

$a_{máxima}$ cuando $\operatorname{sen}\left(8\pi t + \pi/2\right) = \pm 1$

$$a_{max} = -0,02\,(8\pi)^2 \cdot (\pm 1) = \pm 12,63\ m/s^2$$

Por la 2ª ley de Newton, $F = m \cdot a$

$$F_{max} = m \cdot a_{max} = 0,10\,(kg) \cdot (\pm 12,63) = \pm 1,26\ N$$

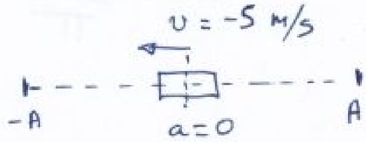
40) Un cuerpo que se mueve describiendo un movimiento armónico simple a lo largo del eje X presenta, en un instante inicial, una aceleración nula y una velocidad de -5$\vec{i}$ ms^{-1}, la frecuencia del movimiento es 0,25 Hz. Determine la expresión matemática que describe la elongación del muelle en función del tiempo. Justifique su respuesta.

Resultado: x = 10/π sen (0,5π t)

Hipótesis y modelo

Suponemos un movimiento armónico simple

momento inicial



Funciones y parámetros

$$x = A \text{ sen}(\omega t + \varphi_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi \cdot 0{,}25 = 0{,}5\pi \text{ rad/s}$$

$$v = -A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$a = -A\omega^2 \text{ sen}(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$$

Como en el momento $t=0$ tiene aceleración nula, $a = -\omega^2 x$

$0 = -(0{,}5\pi)^2 \cdot x \implies x = 0$, está en el punto central

Calculamos el desfase inicial sustituyendo en la expresión de la elongación:

$$x = A \text{ sen}(\omega t + \varphi_0)$$

$$0 = A \text{ sen}(0{,}5\pi \cdot 0 + \varphi_0);$$

$$0 = A \text{ sen } \varphi_0; \qquad \varphi_0 = \text{arc sen } 0 = 0 \text{ rad}$$

Sustituyendo ω y φ_0 en la función de la velocidad en el momento inicial:

$$-5 = -A \cdot 0{,}5\pi \cdot \cos(0{,}5\pi \cdot 0 + 0) = -A \cdot 0{,}5\pi \cdot \cos 0$$

$$A = \frac{-5}{-0{,}5\pi} = \frac{10}{\pi} = 3{,}18 \text{ m}$$

Portanto, la expresión matemática de la elongación es:

$$x = \frac{10}{\pi} \operatorname{sen}(0{,}5\pi t)$$