

Ejercicios de funciones con valor absoluto

1) $y = |x - 3|$

2) $y = |x| - 2$

3) $y = 6 - |5x - 15|$

4) $y = |x| + |x - 2|$

5) $y = |x + 3| + |x - 3|$

6) $y = |3x + 1| - |3 - x|$

7) $y = |x^2 - 4|$

8) $y = |x^2 + 2x - 15|$

9) $y = |-x^2 + 6x - 8|$

10) $y = |x|^2 - 6|x| + 8$

11) $y = x^2 - |x|$

12) $y = x^2 + |x - 2|$

13) $y = |x - 1| + x^2 + |x| + 1$

14) $y = x|x|$

15) $y = x|x - 4|$

16) $y = |x| / x$

17) $y = \frac{|x|}{2 - x}$

18) $y = |x| - \frac{|x|}{x}$

19) $y = \frac{3x^2 + |x|}{x}$

20) $y = \left| \frac{x - 2}{x + 3} \right|$

SOLUCIONES

1.- Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |x - 3|$

$$f(x) = |x - 3| = \begin{cases} x - 3 & \text{si } x - 3 \geq 0 \\ -x + 3 & \text{si } x - 3 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 3 & \text{si } x \geq 3 \\ -x + 3 & \text{si } x < 3 \end{cases}$$

Dom(f) = $\mathbb{R}$

Im(f) = $[0, +\infty)$

Puntos de corte:

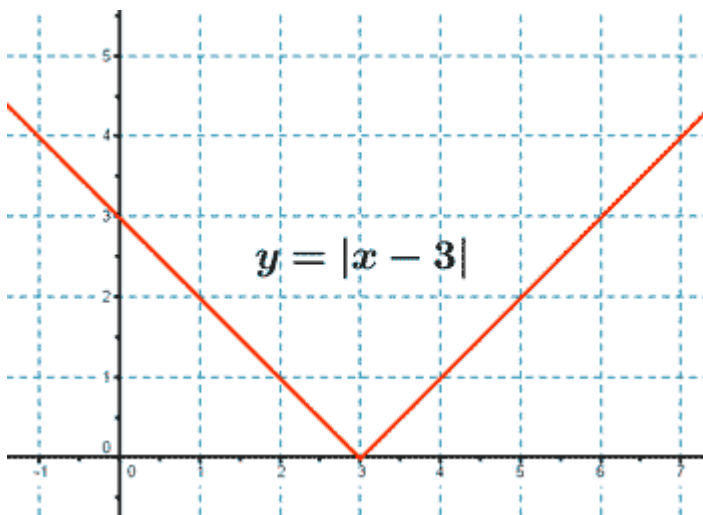
- Para $x = 0$ tenemos que $f(0) = 3 \Rightarrow$ El punto de corte es $(0, 3)$
- Para que $f(x) = 0 \Rightarrow 0 = x - 3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow$ El punto de corte es $(3, 0)$

Monotonía:

- La función es decreciente en el intervalo $(-\infty, 3)$ puesto que $y = -x + 3$ tiene pendiente negativa ($m = -1$).
- La función es creciente en el intervalo $(3, +\infty)$ puesto que $y = x - 3$ tiene pendiente positiva ($m = 1$).

Máximos y mínimos:

La función posee un mínimo absoluto en el punto $(3, 0)$ ya que $f(x) \geq 0$ para cualquier valor de x .



2.- Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |x| - 2$

$$f(x) = |x| - 2 = \begin{cases} x - 2 & \text{si } x \geq 0 \\ -x - 2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Dom(f) = $\mathbb{R}$

Im(f) = $[-2, +\infty)$

Puntos de corte:

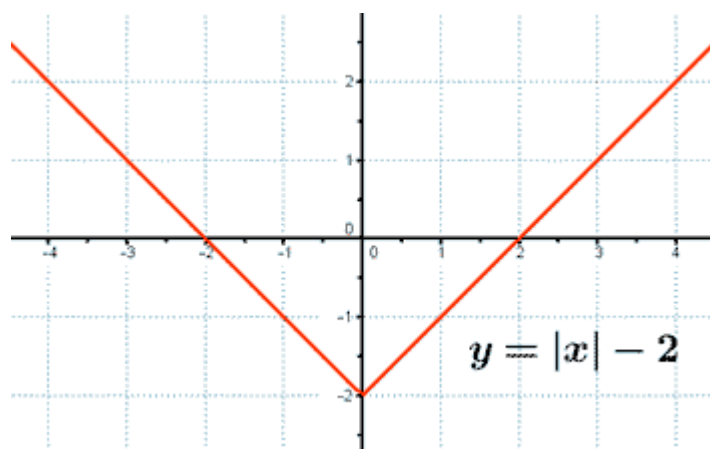
- Para $x = 0$ tenemos que $f(0) = -2 \Rightarrow$ El punto de corte con el eje Y es $(0, -2)$
- Para que $f(x) = 0 \Rightarrow 0 = |x| - 2 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow$ Corta al eje X en los puntos $(-2, 0)$ y $(2, 0)$

Monotonía:

- La función es decreciente en el intervalo $(-\infty, 0)$ puesto que $y = -x - 2$ tiene pendiente negativa ($m = -1$).
- La función es creciente en el intervalo $(0, +\infty)$ puesto que $y = x - 2$ tiene pendiente positiva ($m = 1$).

Máximos y mínimos:

La función posee un mínimo absoluto en el punto $(0, -2)$ ya que $f(x) \geq -2$ para cualquier valor de x .



La gráfica es el resultado de trasladar verticalmente hacia abajo dos unidades a la función $f(x) = |x|$

Es decir, $y = f(x) - 2 = |x| - 2$

3) $y = 6 - |5x - 15|$

$$f(x) = \begin{cases} 6 - 5x + 15 & \text{si } x \geq 3 \\ 6 + 5x - 15 & \text{si } x < 3 \end{cases} = \begin{cases} 21 - 5x & \text{si } x \geq 3 \\ 5x - 9 & \text{si } x < 3 \end{cases}$$



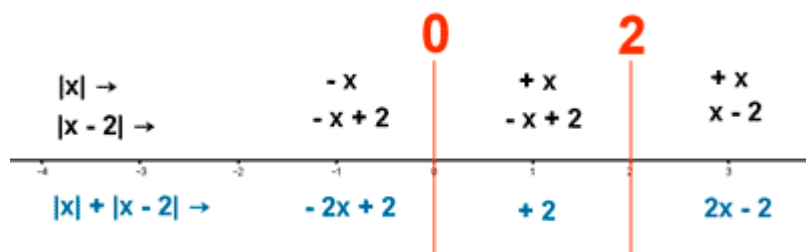
4.- Exprese la siguiente función como una función definida a trozos: $f(x) = |x| + |x - 2|$

Estudiamos cada valor absoluto por separado:

$$|x| = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

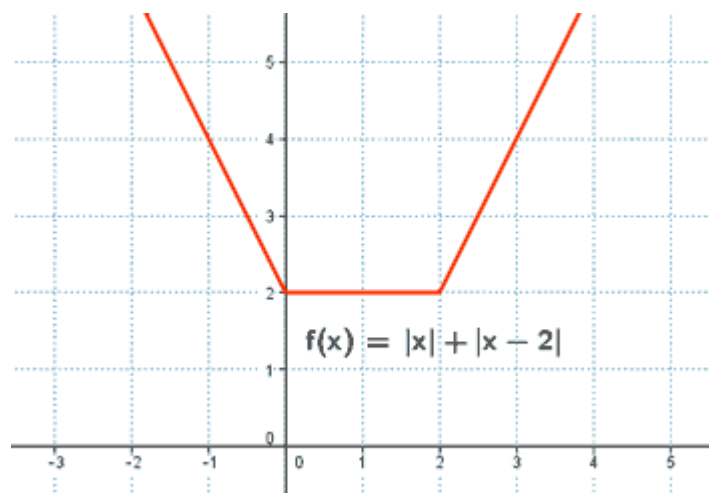
$$|x - 2| = \begin{cases} -x + 2 & \text{si } x - 2 < 0 \\ x - 2 & \text{si } x - 2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + 2 & \text{si } x < 2 \\ x - 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

A continuación, estudiamos la suma de los valores de $|x|$ y $|x - 2|$ en los tres intervalos que se generan: $(-\infty, 0)$, $(0, 2)$ y $(2, +\infty)$.



Por lo tanto la función queda definida de la siguiente forma:

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 2x - 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$



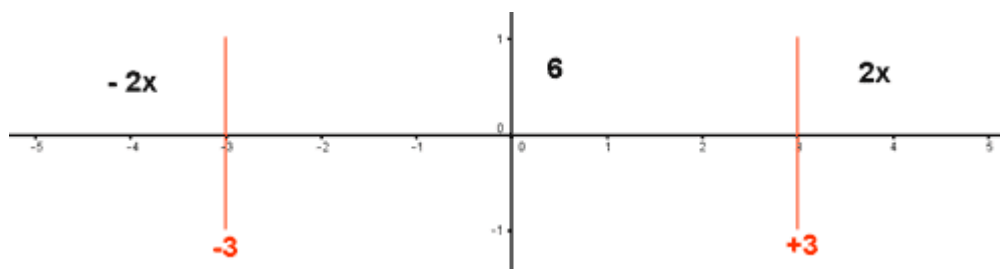
5.- Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |x + 3| + |x - 3|$

Estudiamos cada valor absoluto por separado:

$$|x + 3| = \begin{cases} -x - 3 & \text{si } x + 3 < 0 \\ x + 3 & \text{si } x + 3 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x - 3 & \text{si } x < -3 \\ x + 3 & \text{si } x \geq -3 \end{cases}$$

$$|x - 3| = \begin{cases} -x + 3 & \text{si } x - 3 < 0 \\ x - 3 & \text{si } x - 3 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + 3 & \text{si } x < 3 \\ x - 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

A continuación, estudiamos la suma de los valores de $|x + 3|$ y $|x - 3|$ en los tres intervalos que se generan: $(-\infty, -3)$, $(-3, 3)$ y $(3, +\infty)$.



Por lo tanto la función queda definida de la siguiente forma:

$$f(x) = \begin{cases} -2x & \text{si } x < -3 \\ 6 & \text{si } -3 \leq x < 3 \\ 2x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

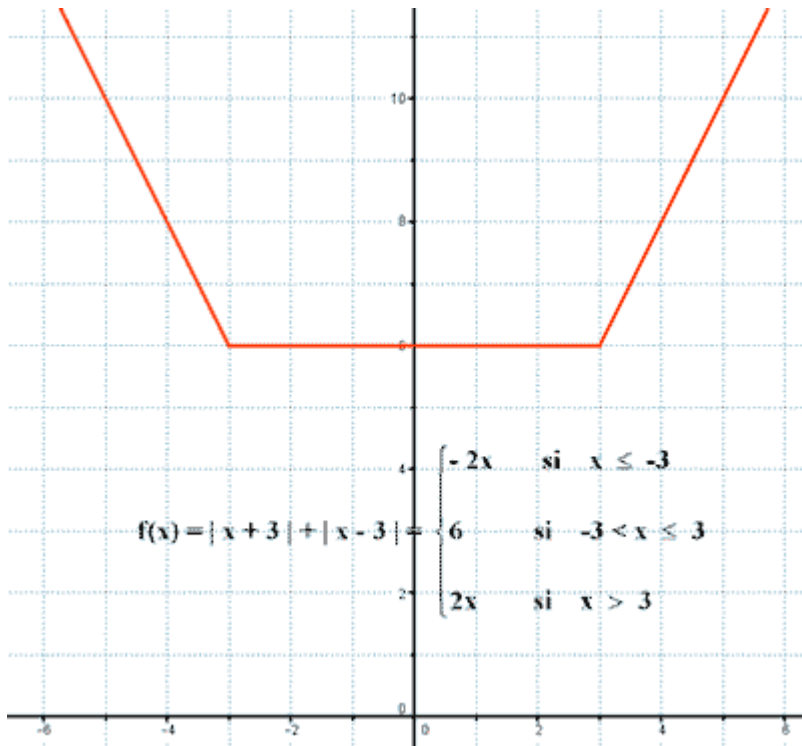
$$\text{Im}(f) = [6, +\infty)$$

Puntos de corte:

- $x = 0 \Rightarrow f(0) = 6 \Rightarrow$ No corta al eje Y
- $f(x) = 0 \Rightarrow -2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ No corta al eje X puesto que $x = 0$ no pertenece a dicho intervalo.
 $\Rightarrow 6 \neq 0 \Rightarrow$ No corta al eje X
 $\Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ No corta al eje X puesto que $x = 0$ no pertenece a dicho intervalo.

Monotonía:

- La función es decreciente en el intervalo $(-\infty, -3)$ puesto que $y = -2x$ tiene pendiente negativa ($m = -2$).
- La función no es creciente ni decreciente en el intervalo $(-3, 3)$ puesto que es una función constante.
- La función es creciente en el intervalo $(3, +\infty)$ puesto que $y = 2x$ tiene pendiente positiva ($m = 2$).



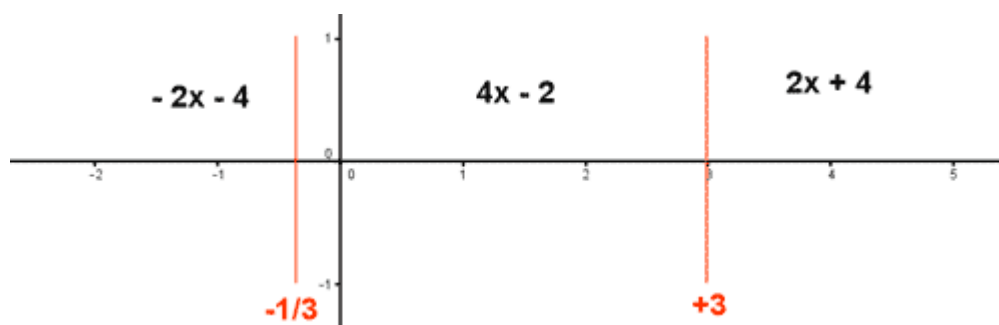
Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |3x + 1| - |3 - x|$

Estudiamos cada valor absoluto por separado:

$$|3x + 1| = \begin{cases} -3x - 1 & \text{si } 3x + 1 < 0 \\ 3x + 1 & \text{si } 3x + 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x - 1 & \text{si } x < -\frac{1}{3} \\ 3x + 1 & \text{si } x \geq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$|3 - x| = \begin{cases} -3 + x & \text{si } 3 - x < 0 \\ 3 - x & \text{si } 3 - x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 + x & \text{si } x > 3 \\ 3 - x & \text{si } x \leq 3 \end{cases}$$

A continuación, estudiamos la suma de los valores de $|3x + 1|$ y $|3 - x|$ en los tres intervalos que se generan: $(-\infty, -1/3)$, $(-1/3, 3)$ y $(3, +\infty)$.



Por lo tanto la función queda definida de la siguiente forma:

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 4 & \text{si } x < -\frac{1}{3} \\ 4x - 2 & \text{si } -\frac{1}{3} \leq x < 3 \\ 2x + 4 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Im}(f) = [-10/3, +\infty) \text{ puesto que } f(-1/3) = 2/3 - 4 = -10/3$$

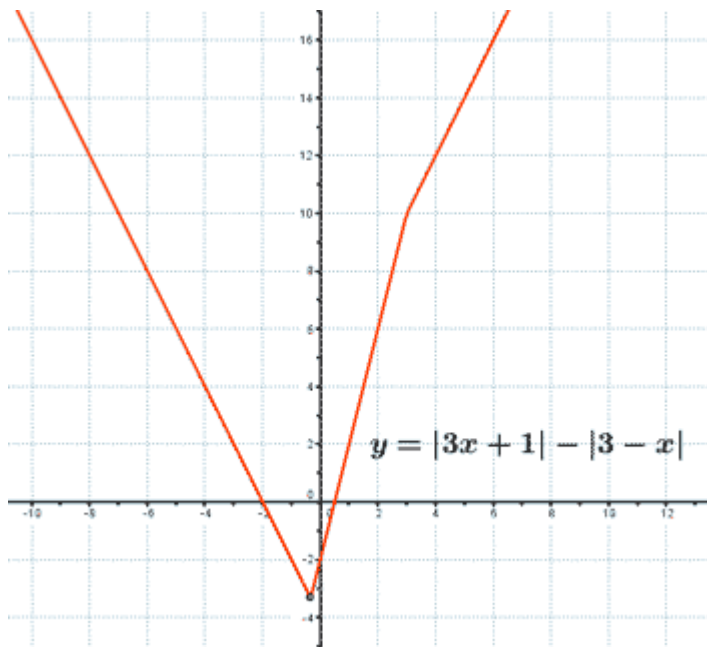
Puntos de corte:

- $x = 0 \Rightarrow f(0) = -2 \Rightarrow$ Corta al eje Y en el punto $(0, -2)$
- $f(x) = 0 \Rightarrow -2x - 4 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow$ Corta el eje X en el punto $(-2, 0)$
 $\Rightarrow 4x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1/2 \Rightarrow$ Corta al eje X en el punto $(1/2, 0)$
 $\Rightarrow 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow$ No corta al eje X puesto que $x = -1$ no pertenece a dicho intervalo.

Por lo tanto, los puntos de corte con el eje X son: $(-2, 0)$ y $(1/2, 0)$.

Monotonía:

- La función es decreciente en el intervalo $(-\infty, -1/3)$ puesto que $y = -2x - 4$ tiene pendiente negativa ($m = -2$).
- La función es creciente en el intervalo $(-1/3, 3)$ puesto que $y = 4x - 2$ tiene pendiente positiva ($m = 4$).
- La función es creciente en el intervalo $(3, +\infty)$ puesto que $y = 2x + 2$ tiene pendiente positiva ($m = 2$).



Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |x^2 - 4|$

$$f(x) = |x^2 - 4| = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x^2 - 4 \geq 0 \\ -x^2 + 4 & \text{si } x^2 - 4 < 0 \end{cases}$$

Resolvemos la inecuación: $x^2 - 4 \geq 0$

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt{4} \Leftrightarrow x = \pm 2$$

A continuación estudiamos el signo en: $A = (-\infty, -2)$ $B = (-2, 2)$ $C = (2, +\infty)$

- Intervalo A: $x = -3 \Rightarrow x^2 - 4 = (-3)^2 - 4 = 9 - 4 > 0$
- Intervalo B: $x = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = (0)^2 - 4 = -4 < 0$
- Intervalo C: $x = 3 \Rightarrow x^2 - 4 = (3)^2 - 4 = 9 - 4 > 0$

Por tanto, tendremos que $x^2 - 4 \geq 0$ en los intervalos A y C.

Y será $x^2 - 4 < 0$ únicamente en el intervalo B.

La función queda por lo tanto de la siguiente manera:

$$f(x) = |x^2 - 4| = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x \leq -2 \\ -x^2 + 4 & \text{si } -2 < x < 2 \\ x^2 - 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

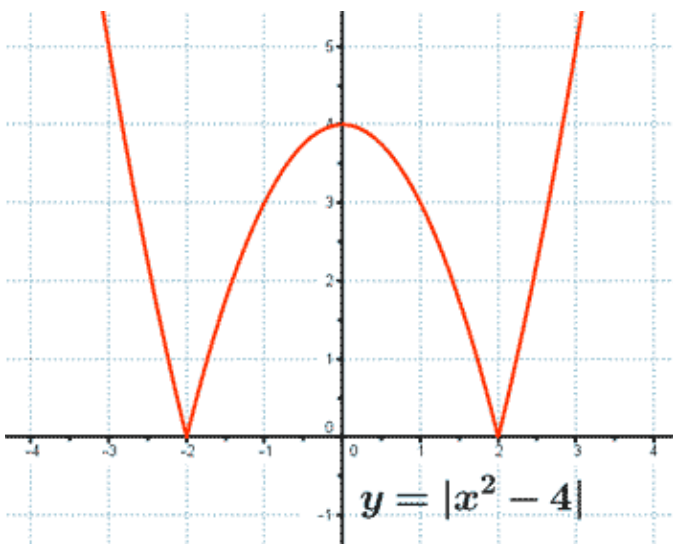
$$\text{Im}(f) = [0, +\infty)$$

Puntos de corte:

- Para $x = 0$ tenemos que $f(0) = 4 \Rightarrow$ El punto de corte con el eje Y es $(0, 4)$
- Para que $f(x) = 0 \Rightarrow$ Corta al eje X en los puntos $(-2, 0)$ y $(2, 0)$

Máximos y mínimos:

La función posee dos mínimos absolutos en los puntos $(-2, 0)$ y $(2, 0)$.



Sea la función: $f(x) = |x^2 + 2x - 15|$

- a) Expresa $f(x)$ como una función definida a trozos
- b) Dibuja la gráfica de $f(x)$

a) Expresa la función $f(x)$ como una función definida a trozos

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 15 & \text{si } x^2 + 2x - 15 \geq 0 \\ -x^2 - 2x + 15 & \text{si } x^2 + 2x - 15 < 0 \end{cases}$$

Para definir la función, tenemos que resolver la siguiente ecuación: $x^2 + 2x - 15 = 0$

Las raíces de la ecuación son $x = 3$ y $x = -5$, es decir, tenemos que estudiar como se comporta la función en los siguientes intervalos: $(-\infty, -5)$, $(-5, 3)$ y $(3, +\infty)$

Intervalo	$(-\infty, -5)$	$(-5, 3)$	$(3, +\infty)$
Punto de prueba	$f(-6) > 0$	$f(0) < 0$	$f(4) > 0$
Signo de $f(x)$	+	-	+

Por lo tanto la función queda definida de la siguiente forma:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 15 & \text{si } x \leq -5 \\ -x^2 - 2x + 15 & \text{si } -5 < x < 3 \\ x^2 + 2x - 15 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

b) Dibuja la gráfica de $f(x)$.

Las funciones que definen a f son polinómicas, por lo que son continuas en todo $\mathbb{R}$, y en particular, lo son en sus intervalos de definición.

A continuación vamos a calcular los puntos de corte:

- Corte con el eje OX: $f(x) = 0$

$$\text{Si } y=0 \Rightarrow f(x) = x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 3 \end{cases}$$

Los puntos de corte son: $(-5, 0)$ y $(3, 0)$

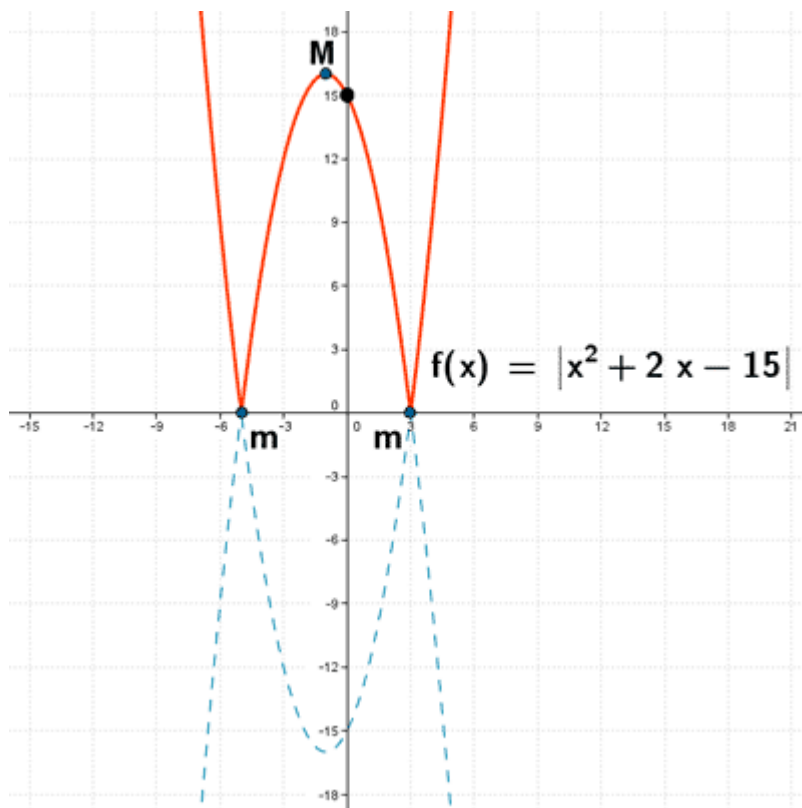
- Corte con el eje OY: $f(0)$

$$\text{Si } x=0 \Rightarrow f(0) = |15| = 15$$

El punto de corte es: $(0, 15)$

Además, la función tiene un eje de simetría para $x = -b / 2a$. Es decir, $x = -1$.

Para $x = -1$ tenemos que $f(-1) = 16$. Por lo tanto el vértice es el punto $V (-1, 16)$.



Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |-x^2 + 6x - 8|$

$$|-x^2 + 6x - 8| = \begin{cases} -x^2 + 6x - 8 & \text{si } -x^2 + 6x - 8 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si } -x^2 + 6x - 8 < 0 \end{cases}$$

Resolvemos la inecuación: $-x^2 + 6x - 8 \geq 0$

$$-x^2 + 6x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-8)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{-2} =$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{-2} = \frac{-6 \pm 2}{-2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

A continuación estudiamos el signo en: $A = (-\infty, 2)$ $B = (2, 4)$ $C = (4, +\infty)$

- Intervalo A: $x = 0 \Rightarrow -x^2 + 6x - 8 = -8 < 0$
- Intervalo B: $x = 3 \Rightarrow -x^2 + 6x - 8 = -(3)^2 + 6 \cdot 3 - 8 = 1 > 0$
- Intervalo C: $x = 5 \Rightarrow -x^2 + 6x - 8 = -(5)^2 + 6 \cdot 5 - 8 = -3 < 0$

Por tanto, tendremos que $-x^2 + 6x - 8 \geq 0$ en el intervalo B.

Y será $-x^2 + 6x - 8 < 0$ en los intervalos A y C.

La función queda por lo tanto de la siguiente manera:

$$|-x^2 + 6x - 8| = \begin{cases} x^2 - 6x + 8 & \text{si } x \leq 2 \\ -x^2 + 6x - 8 & \text{si } 2 < x < 4 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

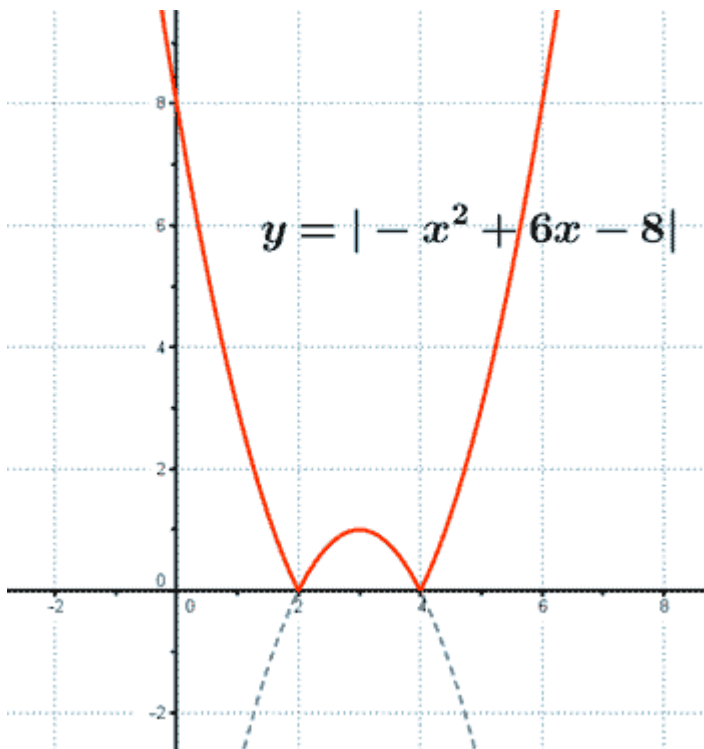
$$\text{Im}(f) = [0, +\infty)$$

Puntos de corte:

- $x = 0 \Rightarrow f(0) = 8 \Rightarrow$ El punto de corte con el eje Y es $(0, 8)$
- $f(x) = 0 \Rightarrow$ Corta al eje X en los puntos $(2, 0)$ y $(4, 0)$

Máximos y mínimos:

La función posee dos mínimos absolutos en los puntos $(2, 0)$ y $(4, 0)$.



Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |x|^2 - 6|x| + 8$

$$f(x) = |x|^2 - 6|x| + 8 = \begin{cases} x^2 - 6x + 8 & \text{si } x \geq 0 \\ (-x)^2 - 6(-x) + 8 & \text{si } x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 8 & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 + 6x + 8 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

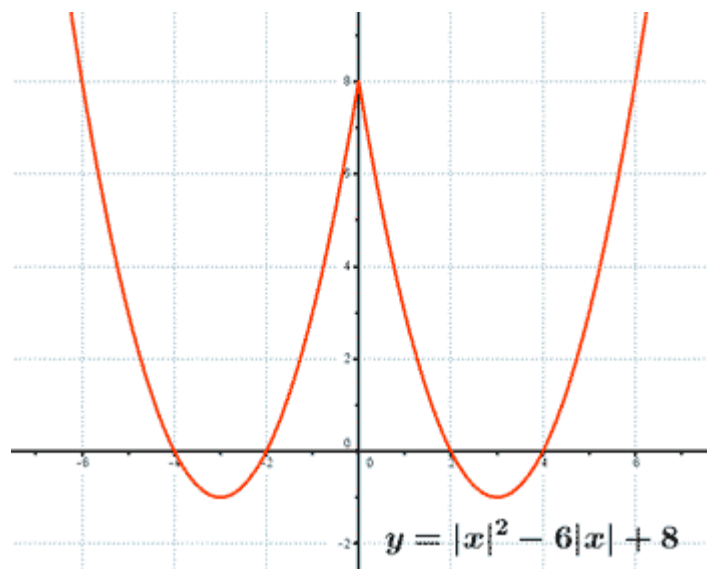
$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Im}(f) = [0, +\infty)$$

Puntos de corte:

- $x = 0 \Rightarrow f(0) = 8 \Rightarrow$ Corta al eje Y en el punto $(0, 8)$.
- $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow$ Las soluciones son -4 y -2 .
 $\Rightarrow x^2 + 6x + 8 = 0 \Rightarrow$ Las soluciones son 4 y 2

Por lo tanto, los puntos de corte con el eje X son: $(-4, 0)$ $(-2, 0)$ $(2, 0)$ y $(4, 0)$.

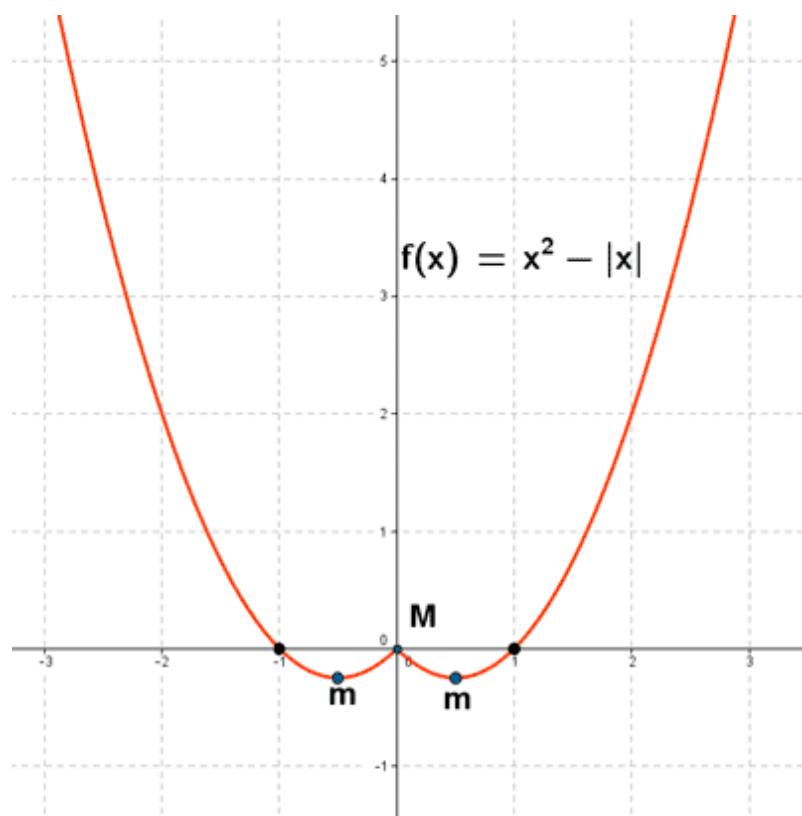


$$\text{Si } f(x) = x^2 - 6x + 8 \Rightarrow f(|x|) = |x|^2 - 6|x| + 8$$

Sea la función: $f(x) = x^2 - |x|$

Vamos a expresarla como una función a trozos:

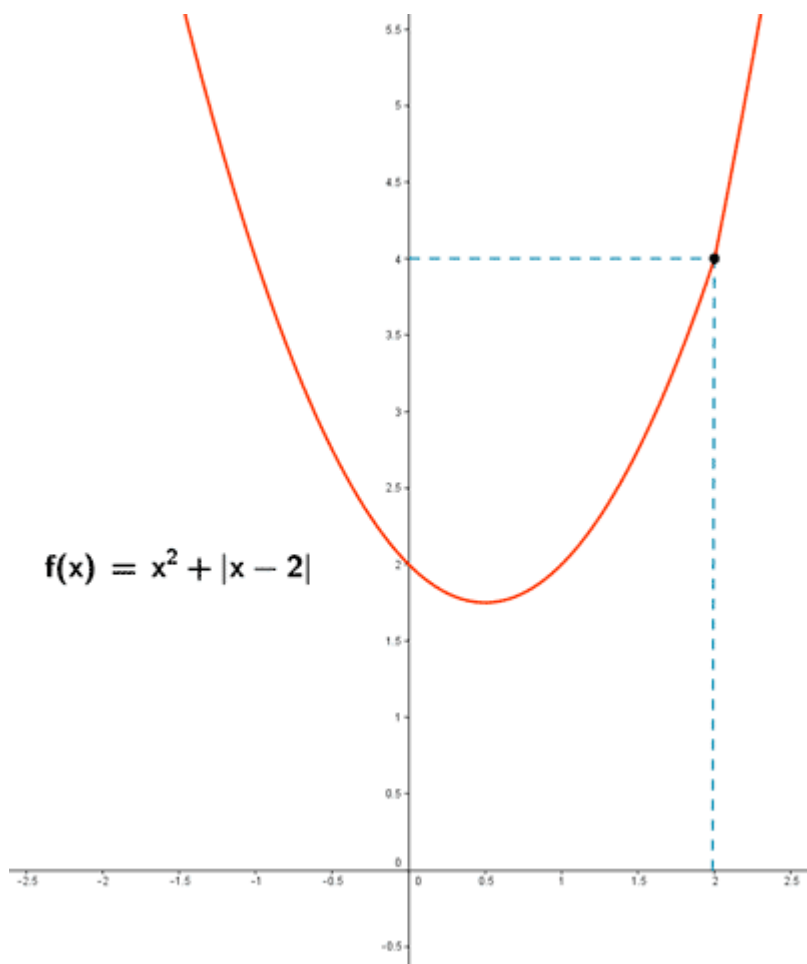
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{si } x < 0 \\ x^2 - x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$



Sea la función: $f(x) = x^2 + |x - 2|$

Definimos la función f por trozos:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + (-x + 2) & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 + (x - 2) & \text{si } x > 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 2 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 + x - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$



Sea la función: $f(x) = |x - 1| + x^2 + |x| + 1$

- Expresa $f(x)$ como una función definida a trozos
- Representa la función

a) Expresa $f(x)$ como una función definida a trozos

Al tratarse de una función definida como la suma de sumandos con valor absoluto, tenemos que estudiar los intervalos determinados por las soluciones de dichos sumandos:

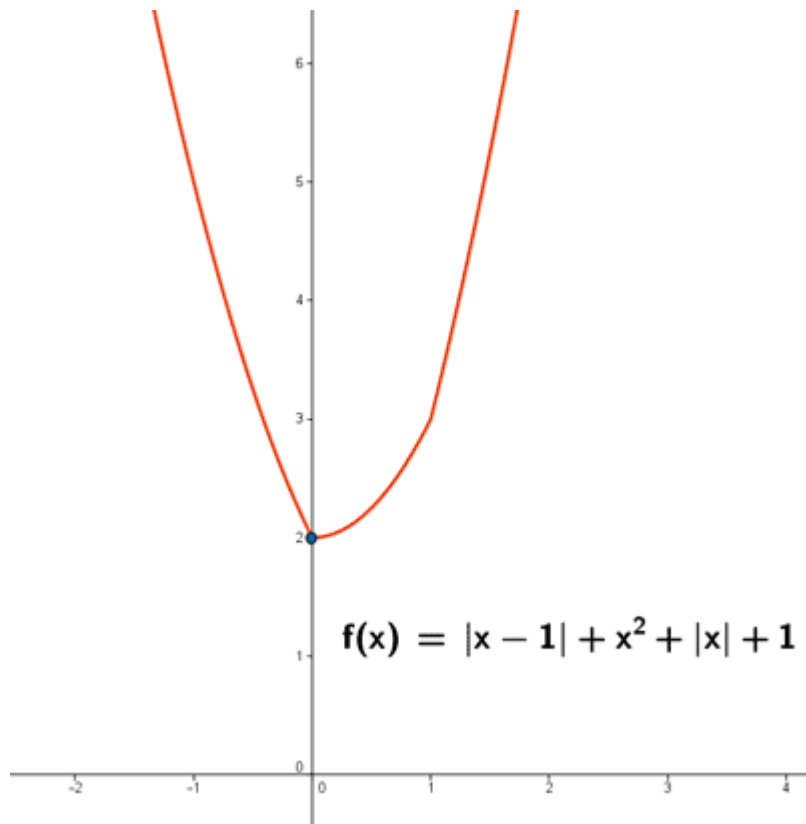
$$\begin{cases} |x - 1| & \Rightarrow & x - 1 = 0 & \Rightarrow & x = 1 \\ |x| & \Rightarrow & x = 0 \end{cases}$$

Intervalo	$(-\infty, 0)$	$(0, 1)$	$(1, +\infty)$
$ x - 1 $	$-x + 1$	$-x + 1$	$x - 1$
x^2	x^2	x^2	x^2
$ x $	$-x$	$+x$	$+x$
$+1$	$+1$	$+1$	$+1$
$ x - 1 + x^2 + x + 1$	$x^2 - 2x + 2$	$x^2 + 2$	$x^2 + 2x$

Por lo tanto, nuestra función queda definida de la siguiente manera:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + 2 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ x^2 - 2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

b) Representa la función



Representa la siguiente función con todas sus características: $y = x |x|$

$$x |x| = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Im}(f) = \mathbb{R}$$

Puntos de corte:

- Para $x = 0$ tenemos que $f(0) = 0 \Rightarrow$ El punto de corte es $(0, 0)$
- Para que $f(x) = 0 \Rightarrow 0 = x|x| \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ El punto de corte es $(0, 0)$

Monotonía:

La función es creciente en todo su dominio, es decir, es creciente en todo $\mathbb{R}$.

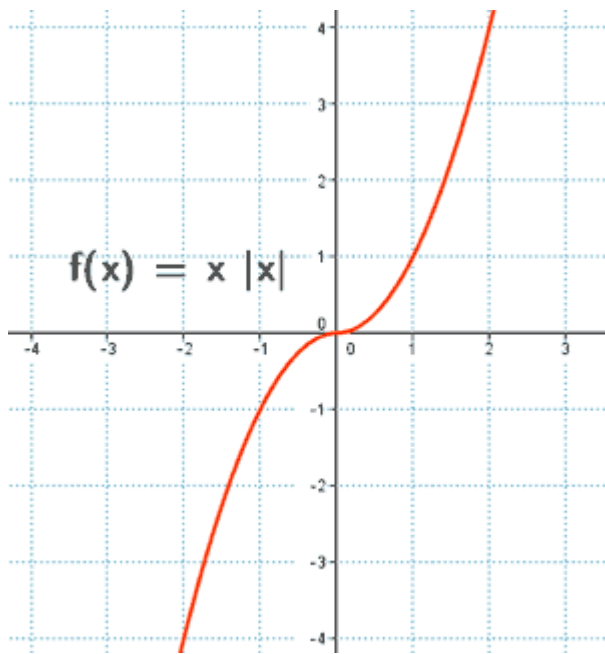
Máximos y mínimos:

Como es creciente en todo $\mathbb{R}$, no tiene ni máximos ni mínimos.

Simetría:

$$f(-x) = -x |-x| = -x |x| = -(x|x|) = -f(x)$$

Tiene simetría impar.



Funciones pares e impares con valor absoluto

Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x|x - 4|$.

Definimos la función f por trozos:

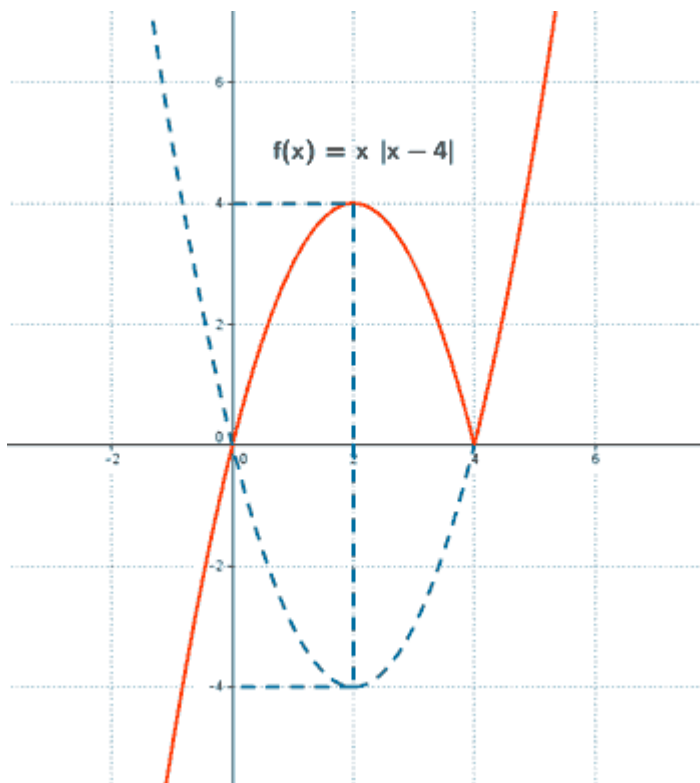
$$f(x) = \begin{cases} x(-x+4) & \text{si } x < 4 \\ x(x-4) & \text{si } x \geq 4 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x & \text{si } x < 4 \\ x^2 - 4x & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

Hallamos los puntos de corte con los ejes:

- Si $x = 0$: $y = f(0) \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0, 0)$
- Si $y = 0$: $-x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x(-x + 4) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ó } x = 4 \Rightarrow (0, 0), (4, 0)$
 $x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ó } x = 4 \Rightarrow (0, 0), (4, 0)$

Ambas ramas de f son funciones polinómicas de segundo grado, por lo que son parábolas. Para dibujarlas vamos a calcular sus respectivos vértices:

- $f(x) = -x^2 + 4x \Rightarrow x_v = \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = 2 \Rightarrow y_v = f(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 = 4 \Rightarrow (2, 4)$
- $f(x) = x^2 - 4x \Rightarrow x_v = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2 \Rightarrow y_v = f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 = -4 \Rightarrow (2, -4)$



Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |x| / x$

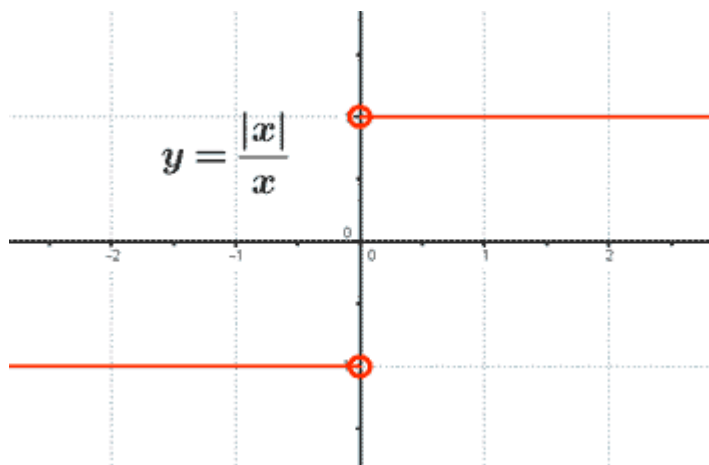
$$f(x) = \frac{|x|}{x} = \begin{cases} \frac{x}{x} & \text{si } x > 0 \\ \frac{-x}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\text{Im}(f) = \{-1, 1\}$$

Puntos de corte:

- La función no está definida en $x = 0 \Rightarrow$ No corta al eje Y.
- $f(x) \neq 0 \Rightarrow$ No corta al eje X .



Sea la función:

$$f(x) = \frac{|x|}{2-x}$$

a) Expresa la función f como una función a trozos e indica el dominio de la función.

b) Representa la función.

a) Expresa la función f como una función a trozos e indica el dominio de la función.

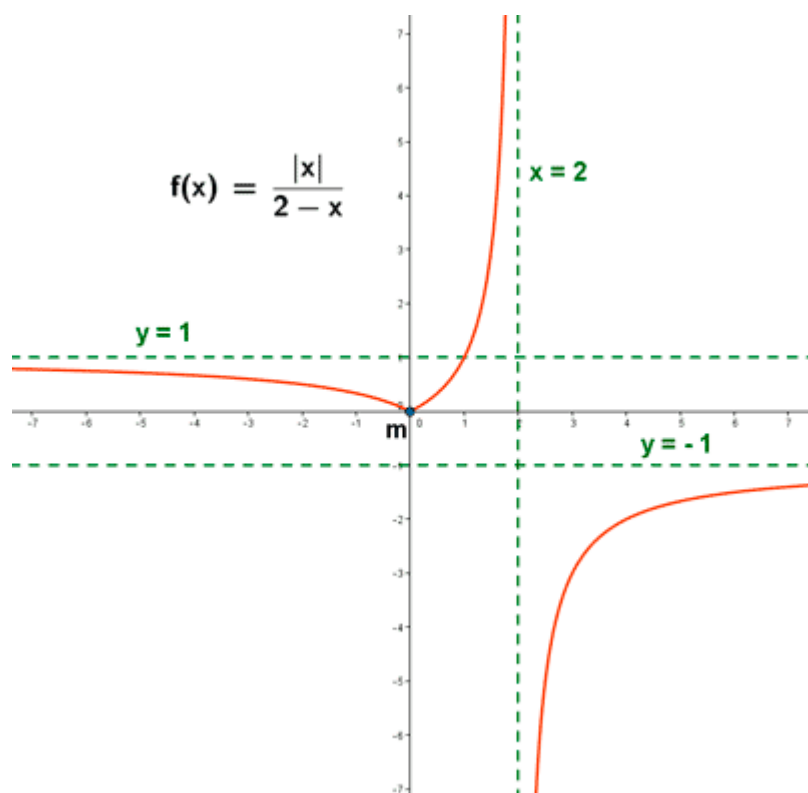
Antes de nada, definimos la función f por trozos:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x}{2-x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x}{2-x} & \text{si } x > 0 \text{ y } x \neq 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-2} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{-x}{x-2} & \text{si } x > 0 \text{ y } x \neq 2 \end{cases}$$

Las funciones que definen a f son racionales, por lo que son continuas excepto en los puntos que se anula el denominador. Por tanto, la función f es continua en: $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$$

d) Representa la función



Representa la siguiente función con todas sus características:

$$y = |x| - \frac{|x|}{x}$$

$$|x| - \frac{|x|}{x} = \begin{cases} x - \frac{x}{x} & \text{si } x > 0 \\ -x - \frac{-x}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 & \text{si } x > 0 \\ -x + 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$$

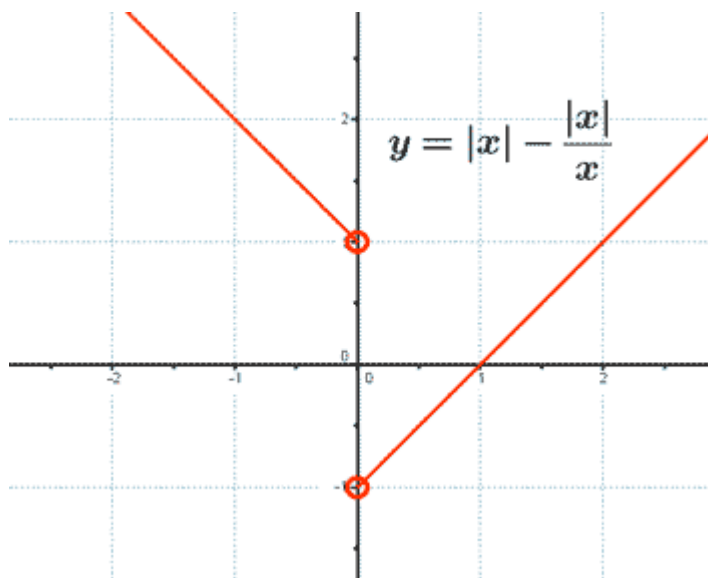
$$\text{Im}(f) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

Puntos de corte:

- La función no está definida en $x = 0 \Rightarrow$ No corta al eje Y.
- $f(x) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow$ Corta al eje X en el punto $(1, 0)$

Monotonía:

- La función es decreciente en el intervalo $(-\infty, 0)$ puesto que $y = -x + 1$ tiene pendiente negativa ($m = -1$).
- La función es creciente en el intervalo $(0, +\infty)$ puesto que $y = x - 1$ tiene pendiente positiva ($m = 1$).



Representa la siguiente función con todas sus características:

$$y = \frac{3x^2 + |x|}{x}$$

$$\frac{3x^2 + |x|}{x} = \begin{cases} \frac{3x^2 + x}{x} & \text{si } x > 0 \\ \frac{3x^2 - x}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\cancel{x}(3x+1)}{\cancel{x}} & \text{si } x > 0 \\ \frac{\cancel{x}(3x-1)}{\cancel{x}} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$\frac{3x^2 + |x|}{x} = \begin{cases} 3x+1 & \text{si } x > 0 \\ 3x-1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$$

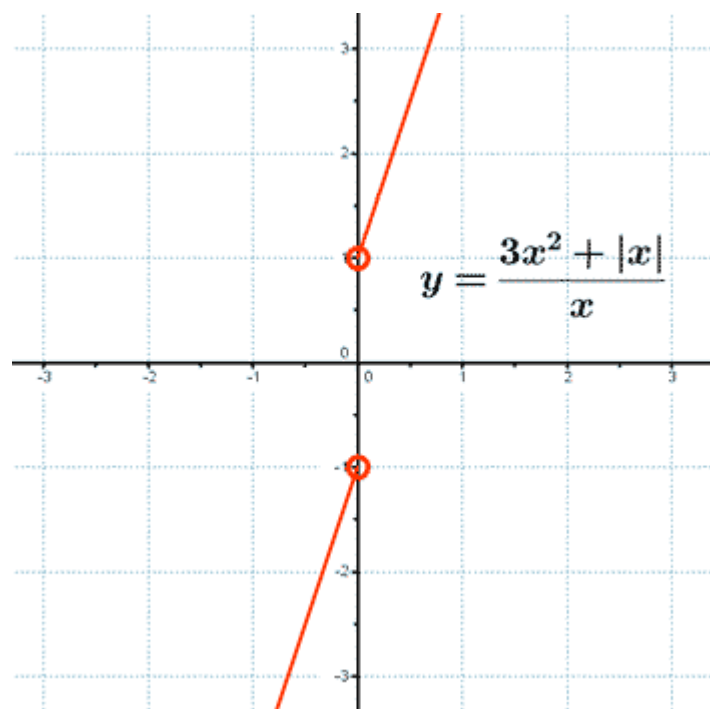
$$\text{Im}(f) = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

Puntos de corte:

- La función no está definida en $x = 0 \Rightarrow$ No corta al eje Y.
- $f(x) = 0 \Rightarrow$ No está definido en el dominio.

Monotonía:

- La función es creciente en el intervalo $(-\infty, 0)$ puesto que $y = 3x - 1$ tiene pendiente positiva ($m = 3$).
- La función es creciente en el intervalo $(0, +\infty)$ puesto que $y = 3x + 1$ tiene pendiente positiva ($m = 3$).



Representa la siguiente función con todas sus características:

$$y = \left| \frac{x-2}{x+3} \right|$$

$$\left| \frac{x-2}{x+3} \right| = \begin{cases} \frac{x-2}{x+3} & \text{si } \frac{x-2}{x+3} \geq 0 \\ -\frac{x-2}{x+3} & \text{si } \frac{x-2}{x+3} < 0 \end{cases}$$

Para estudiar el signo tenemos que resolver las siguientes ecuaciones:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

A continuación estudiamos el signo en: $A = (-\infty, -3)$ $B = (-3, 2)$ $C = (2, +\infty)$

- **Intervalo A:** $x = -4 \Rightarrow f(-4) = 6 > 0$
- **Intervalo B:** $x = 0 \Rightarrow f(0) = -2/3 < 0$
- **Intervalo C:** $x = 4 \Rightarrow f(4) = 2/5 > 0$

$$\left| \frac{x-2}{x+3} \right| = \begin{cases} \frac{x-2}{x+3} & \text{si } x < -3 \\ -\frac{x-2}{x+3} & \text{si } -3 < x \leq 2 \\ \frac{x-2}{x+3} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{3\}$$

$$\text{Im}(f) = [0, +\infty)$$

Puntos de corte:

- $x = 0 \Rightarrow f(0) = -2/3 \Rightarrow$ Corta al eje Y en el punto $(0, -2/3)$
- $f(x) = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow$ Corta el eje X en el punto $(2, 0)$

Asíntotas:

Posee una asíntota vertical en $x = -3$ (valor que anula al denominador)

