$$= \frac{500.000}{1+499e^{-1}}$$

$\approx 2.708{,}97$ Resolviendo y aproximando a la centésima

Por lo tanto, al cabo de 50 días la población tendrá 2.709 mosquitos.

b) Como la población es de 233.524 mosquitos, entonces $f(t)$ será igual a 233.524.

Si $f(t) = 233.524$, entonces:

233.524	$= \frac{500.000}{1+499e^{-0{,}02\cdot t}}$	Remplazando $f(t)$ por 233.524
233.524	$= \frac{500.000}{1+499e^{-0{,}02\cdot t}}$	Despejando t
$233.524\,(1+499e^{-0{,}02\cdot t})$	$= 500.000$	Multiplicando distributivamente
$233.524 + 116.528.476e^{-0{,}02\cdot t}$	$= 500.000$	Organizando la ecuación
$116.528.476e^{-0{,}02\cdot t}$	$= 266.476$	Organizando la ecuación
$e^{-0{,}02\cdot t}$	$= 0{,}002287$	Aplicando logaritmo natural
$Ln\, e^{-0{,}02\cdot t}$	$= Ln\, 0{,}002287$	Por propiedad de logaritmo
$-0{,}02t$	$= -6{,}080607$	Dividiendo por $(-0{,}02)$
t	$\approx 304{,}03$	Dividiendo por $(-0{,}02)$

Por lo tanto, el día 304 la población será de 233.524 mosquitos.

Ejercicio 3. Distribución Normal

Una función importante utilizada en economía y decisiones de negocios es la Función de Distribución Normal, que en forma estándar es:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2}\right)x^2}}$$

Evalúe $\boldsymbol{f(0), f(-1)}$. Redondee sus respuestas a tres decimales

<u>Solución</u>

a) $f(0) \;= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2}\right)\cdot 0^2}$ Reemplazando x por 0

$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^0$ Reemplazando e^0 por 1

$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot 1$

$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$

Por lo tanto, $f(0)$ es aproximadamente $0{,}399$.

b) $f(-1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2}\right)\cdot(-1)^2}$ Reemplazando x por (-1)

$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2}\right)}$ Ordenando y dejando el exponente positivo.

$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{e^{\left(\frac{1}{2}\right)}}$ El exponente $\left(\frac{1}{2}\right)$ es equivalente a la raíz cuadrada.

$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{e}}$ Multiplicando las fracciones.

$= \boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{2\pi e}}}$

Por lo tanto, $f(-1)$ es aproximadamente $0{,}242$.

Ejercicio 4. Ecuación de Costo

Para una compañía, el costo para producir $\boldsymbol{q}$ unidades de un producto está dado por la ecuación

$$\boldsymbol{c = (2q \ln q) + 20}$$

Evalúe el costo cuando $\boldsymbol{q = 6}$ (redondee su respuesta a dos decimales)

<u>Solución</u>

Si el costo es $q = 6$, entonces:

$c = (2 \cdot (6)\ln(6)) + 20$ Reemplazando q por 6.

$= (12 \cdot \ln(6)) + 20$ Calculando el logaritmo y ordenando.

$\approx 41{,}50$

Por lo tanto, el costo para producir 6 unidades de un producto es de $41{,}50$.

Ejercicio 5. Ecuación de Oferta

La ecuación de oferta de un fabricante es: $\boldsymbol{p = \log\left(10 + \frac{q}{2}\right)}$

Donde $\boldsymbol{q}$ es el número de unidades ofrecidas con el precio en pesos $\boldsymbol{p}$ por unidad. ¿A qué precio el fabricante ofrecerá 1.980 unidades?

<u>Solución</u>

Se sabe que se ofrecerán 1.980 unidades, entonces q es 1.980. Luego:

$p = \log\left(10 + \frac{1.980}{2}\right)$	Reemplazando q por 1.980
$= \log(10 + 990)$	Ordenando
$= \log(1.000)$	Calculando el logaritmo de base 10
$= 3$	

Por lo tanto, el precio por unidad es de \$3 por fabricar 1.980 unidades.

Ejercicio 6. Venta

Después de $\boldsymbol{t}$ años el número de unidades de un producto vendido por año está por $\boldsymbol{q = 1.000\left(\frac{1}{2}\right)^{0,8^t}}$. Tal ecuación se llama ecuación de Gompertz, la cual describe el crecimiento natural en muchas áreas de estudio. Resuelva esta ecuación para $\boldsymbol{t}$ y demuestre que:

$$\boldsymbol{t = \frac{\log \dfrac{3 - \log q}{\log 2}}{(3\log 2) - 1}}$$

<u>Solución</u>

$q = 1.000\left(\frac{1}{2}\right)^{0,8^t}$	Considerando la ecuación del enunciado.
$\frac{q}{1.000} = \left(\frac{1}{2}\right)^{0,8^t}$	Ordenando y aplicando logaritmo de base 10.
$Log\ \frac{q}{1.000} = Log\left(\frac{1}{2}\right)^{0,8^t}$	Aplicando propiedad de logaritmo
$Log\ q - Log\ 1.000 = 0,8^t Log\left(\frac{1}{2}\right)$	Calculando el Log 1.000
$Log\ q - 3 = 0,8^t Log\left(\frac{1}{2}\right)$	Despejando t
$\frac{Log\ q-3}{Log\left(\frac{1}{2}\right)} = 0,8^t$	Aplicando propiedad de logaritmo.
$\frac{Log\ q-3}{Log\ 1-Log2} = 0,8^t$	Aplicando logaritmo de base 10.
$Log\left(\frac{Log\ q-3}{Log\ 1-Log2}\right) = Log\ 0,8^t$	Calculando el Log 1, transformando a fracción el

decimal 0,8 y aplicando propiedad logaritmo.

$Log\left(\frac{Log\ q-3}{0-Log2}\right)$	$= t\ Log\left(\frac{8}{10}\right)$	Ordenando y aplicando propiedad de logaritmo
$Log\left(\frac{-(3-Log\ q)}{-Log2}\right)$	$= t\ (Log\ 8 - Log\ 10)$	Ordenando y aplicando propiedad de logaritmo
$Log\left(\frac{3-Log\ q}{Log2}\right)$	$= t\ (Log\ 2^3 - 1)$	Ordenando y aplicando propiedad de logaritmo
t	$= \frac{Log\left(\frac{3-Log\ q}{Log2}\right)}{3Log2-1}$	Ordenando y aplicando propiedad de logaritmo