

Funciones definidas a trozos.

Hemos estudiado funciones definidas por una sola expresión algebraica para todo su dominio, pero también podemos encontrar una función definida por intervalos, (también llamadas funciones definidas a trozos), por ejemplo:

Ejercicio 8:

Representa la función:

$$f(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{si } x \leq -3 \\ 2 & \text{si } -3 < x \leq 1 \\ -x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Esta función está definida en 3 tramos, para cada uno de estos tramos construiremos una tabla:

$$f(x) = x + 3 \text{ cuando } x \leq -3.$$

x	f(x)
-5	-1
-4	0
-3	1

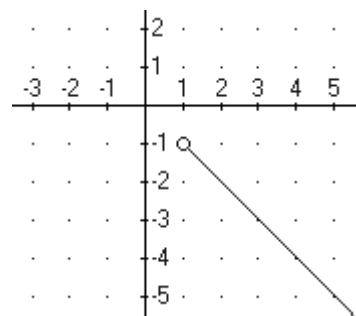
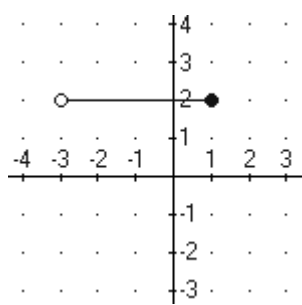
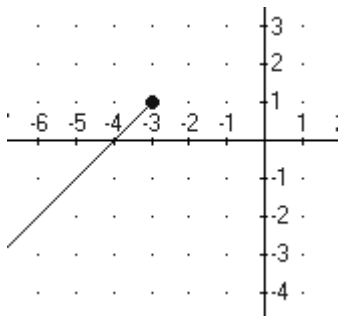
$$f(x) = 2 \text{ cuando } -3 < x \leq 1.$$

x	f(x)
-2	2
-1	2
1	2

$$f(x) = -x \text{ cuando } x > 1$$

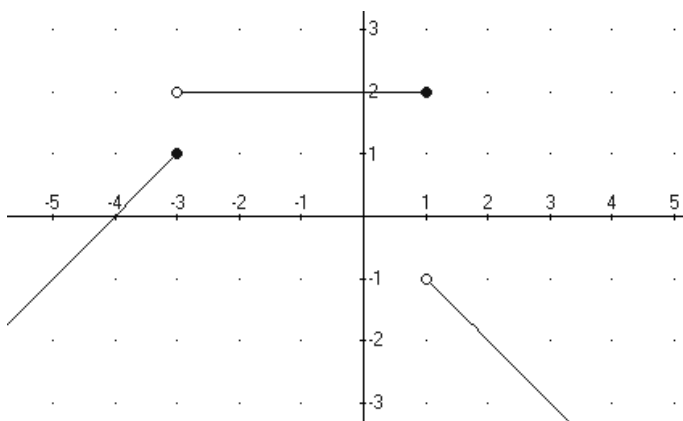
x	f(x)
1	-1
2	-2
4	-4

Para cada uno de los tramos representaremos un trozo de gráfica:



Nota: si el intervalo es abierto en un extremo es simboliza pintando un punto en blanco (o), Si el intervalo es cerrado en un extremo se simboliza pintando un punto en negro (•)

La gráfica de la función es:



Ejercicios propuestos

14. Representa las siguientes funciones.

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} -x + 2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } g(x) = \begin{cases} -x + 3 & \text{si } x \leq -1 \\ 2x + 6 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

$$\text{c) } h(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x \leq -2 \\ 3 & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

$$\text{d) } k(x) = \begin{cases} -2x + 6 & \text{si } x < 2 \\ x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{e) } m(x) = \begin{cases} 3 + 2x & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{f) } n(x) = \begin{cases} x - 4 & x < 1 \\ -x^2 - 2 & x \geq 1 \end{cases}$$

15. Representa las siguientes funciones:

$$\text{a) } p(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq -2 \\ -x^2 + 1 & \text{si } -2 < x < 3 \\ x + 1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } q(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 4 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } r(x) = \begin{cases} -x + 2 & \text{si } x \leq -4 \\ -3 & \text{si } -4 < x \leq -2 \\ x^2 - 4 & \text{si } -2 < x < 1 \\ -x + 4 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

16. Estudia gráficamente las siguientes funciones:
Define las funciones siguientes a trozos.

$$\text{a) } a(x) = |x|$$

$$\text{b) } b(x) = |x + 2|$$

$$\text{c) } c(x) = |x - 3|$$

$$\text{d) } d(x) = |-2x + 4|$$

$$\text{e) } e(x) = |x^2 - 9|$$

$$\text{f) } f(x) = |x^2 - 4x|$$