

Examen de Física (PAU Junio 2014)

Opción A

Pregunta 1

El planeta A tiene tres veces más masa que el planeta B y cuatro veces su radio. Obtenga:

- La relación entre las velocidades de escape desde las superficies de ambos planetas.
- La relación entre las aceleraciones gravitatorias en las superficies de ambos planetas.

Solución

a)

$$\frac{v_{eA}}{v_{eB}} = \frac{\sqrt{\frac{2GM_A}{R_A}}}{\sqrt{\frac{2GM_B}{R_B}}} = \sqrt{\frac{M_A}{M_B} \frac{R_B}{R_A}} = \sqrt{3 \cdot \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = 0.866$$

b)

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{\frac{GM_A}{R_A^2}}{\frac{GM_B}{R_B^2}} = \frac{M_A}{M_B} \frac{R_B^2}{R_A^2} = 3 \cdot \frac{1}{4^2} = \frac{3}{16}$$

Pregunta 2

Un muelle de longitud en reposo 25 cm cuya constante elástica es $k=0.2 \text{ N cm}^{-1}$ tiene uno de sus extremos fijos a una pared. El extremo libre del muelle se encuentra unido a un cuerpo de masa 300 g, el cual oscila sin rozamiento sobre una superficie horizontal, siendo su energía mecánica igual a 0.3 J. Calcule:

- La velocidad máxima del cuerpo. Indique en qué posición, medida con respecto al extremo fijo del muelle, se alcanza dicha velocidad.
- La máxima aceleración experimentada por el cuerpo.

Solución:

a)

$$E_{cm\acute{a}x} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = E_m$$
$$v_{max} = \sqrt{\frac{2E_m}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.3 \text{ J}}{0.3 \text{ kg}}} = \sqrt{2} \text{ m/s} = 1.414 \text{ m/s}$$
$$E_{cm\acute{a}x} \Rightarrow E_p = 0 \Rightarrow x = 0$$
$$d = 25 \text{ cm}$$

b) $a_{max} = \frac{K}{m} A = \frac{1}{m} \sqrt{2KE_m} = \frac{1}{0.3 \text{ kg}} \sqrt{2 \cdot 0.2 \text{ N/m} \cdot 0.3 \text{ J}} = 11.55 \text{ m/s}^2$

Pregunta 3

Una espira circular de 2 cm de radio se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme $B=3.6 \text{ T}$ paralelo al eje Z. Inicialmente la espira se encuentra contenida en el plano XY. En el

instante $t = 0$ la espira empieza a rotar en torno a un eje diametral con una velocidad angular constante $\omega = 6 \text{ rad s}^{-1}$.

- Si la resistencia total de la espira es de 3Ω , determine la máxima corriente inducida en la espira e indique para qué orientación de la espira se alcanza.
- Obtenga el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira en el instante $t = 3 \text{ s}$.

Solución:

a)

$$I_{\max} = \frac{\epsilon_{\max}}{R}$$

$$\Phi(t) = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \omega t \Rightarrow \epsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t$$

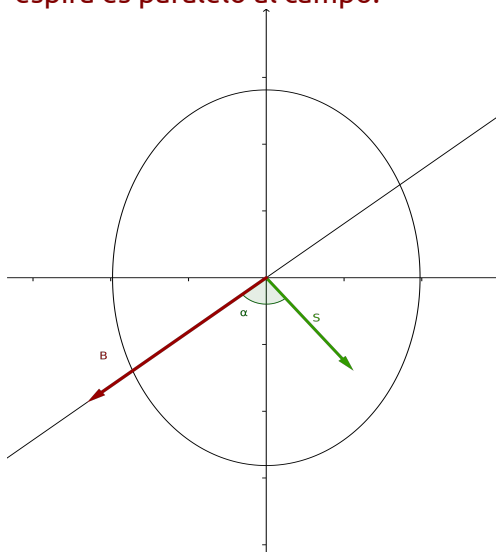
$$\epsilon_{\max} = BS\omega = 3,6 \text{ T} \cdot \pi \cdot 0,02^2 \text{ m}^2 \cdot 6 \text{ rad s}^{-1} = 2,714 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$I_{\max} = \frac{2,714 \cdot 10^{-2} \text{ V}}{3 \Omega} = 9,048 \text{ mA}$$

El valor máximo de la corriente se alcanza en el mismo instante en el que se alcanza el valor máximo de la fuerza electromotriz:

$$\epsilon(t) = \epsilon_{\max} \Leftrightarrow \sin \omega t = 1 \Leftrightarrow \alpha = \omega t = \pm \frac{\pi}{2}$$

Es decir cuando el vector superficie y el campo son perpendiculares, o cuando el plano de la espira es paralelo al campo.



b)

$$\epsilon(t) = BS\omega \sin \omega t$$

$$\epsilon(3) = 2,714 \cdot 10^{-2} \text{ V} \sin(6 \cdot 3) = -2,038 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

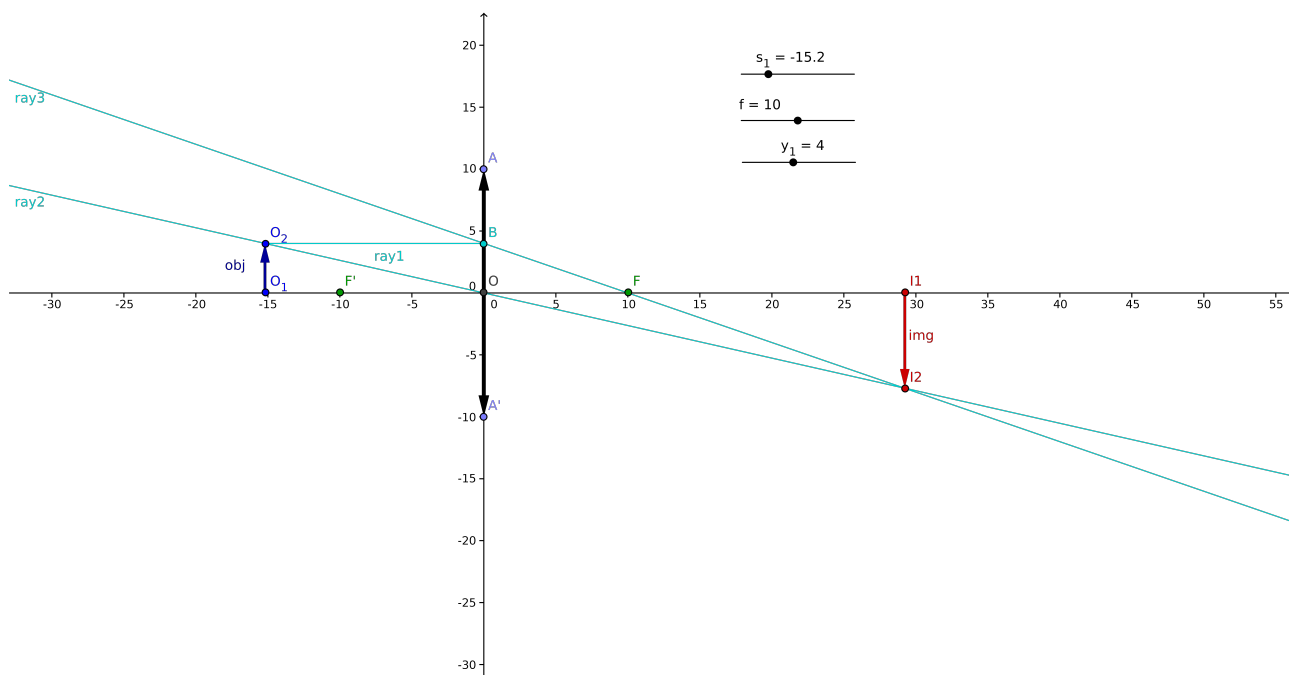
Pregunta 4

Determine, basándose en el trazado de rayos, dónde hay que ubicar un objeto con respecto a una lente convergente para que:

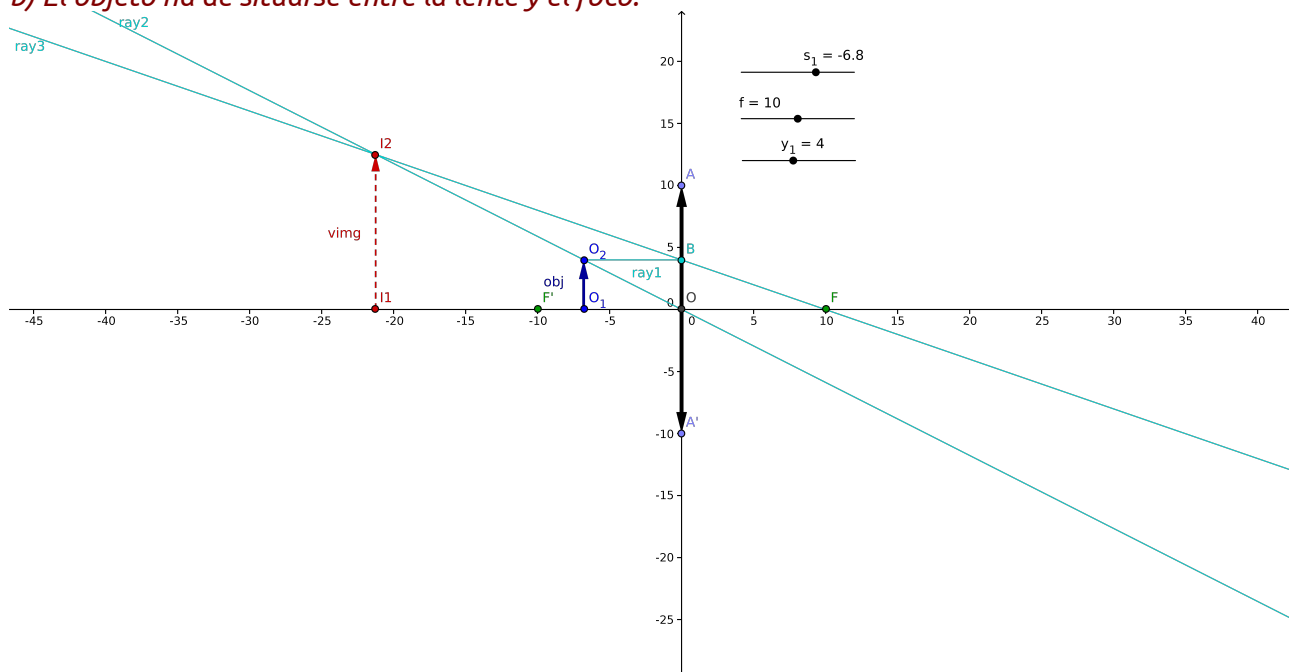
- La imagen formada sea real e invertida.
- La imagen formada sea virtual y derecha.

Solución:

a) El objeto ha de situarse más allá del foco.



b) El objeto ha de situarse entre la lente y el foco:



Pregunta 5

Sobre un cierto metal cuya función de trabajo (trabajo de extracción) es 1,3 eV incide un haz de luz cuya longitud de onda es 662 nm. Calcule:

- La energía cinética máxima de los electrones emitidos.
- La longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con la máxima energía cinética posible.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; Masa del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; Constante de Planck, $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J s; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Solución:

a)

$$E_{cmax} = h \cdot f - W_0 = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{662 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 1,3 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 9,2 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

b)

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{m v} = \frac{h}{m \sqrt{2 \frac{E_{cmax}}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 m E_{cmax}}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J s}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 9,2 \cdot 10^{-20} \text{ J}}} = 1,618 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Opción B

Pregunta 1

Un cohete de masa 2 kg se lanza verticalmente desde la superficie terrestre de tal manera que alcanza una altura máxima, con respecto a la superficie terrestre, de 500km. Despreciando el rozamiento con el aire, calcule:

- La velocidad del cuerpo en el momento del lanzamiento. Compárela con la velocidad de escape desde la superficie terrestre.
- La distancia a la que se encuentra el cohete, con respecto al centro de la Tierra, cuando su velocidad se ha reducido en un 10% con respecto a su velocidad de lanzamiento.

Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$;

Solución:

a)

$$\begin{aligned} E_{mA} &= E_{mB}; \\ v_B &= 0 \Rightarrow E_{cB} = 0; \\ \frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{G M_T m}{R_T} &= \frac{-G M_T m}{R_T + h}; \\ v_A &= \sqrt{2 G M_T \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T + h} \right)} = 3019 \text{ m/s} \\ v_e &= \sqrt{\frac{2 G M_T}{R_T}} = 11181 \text{ m/s} \Rightarrow \frac{v_A}{v_e} = 0,27 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} v_B &= 0 \Rightarrow E_{cB} = 0; \\ v_C &= 0,9 v_A \\ E_{mB} &= E_{mC}; \\ \frac{-G M_T m}{R_T + h} &= \frac{1}{2} m 0,9^2 v_A^2 - \frac{G M_T m}{R_C} \Rightarrow -\frac{G M_T}{R_T + h} = \frac{1}{2} 0,9^2 v_A^2 - \frac{G M_T}{R_C} \\ R_C &= \frac{G M_T}{\frac{G M_T}{R_T + h} + \frac{1}{2} 0,9^2 v_A^2} = \frac{1}{\frac{1}{R_T + h} + 0,9^2 \frac{v_A^2}{2 G M_T}} = 6,459 \cdot 10^6 \text{ m} \end{aligned}$$

Pregunta 2

Una onda armónica transversal se propaga por un medio elástico a lo largo del eje X (sentido positivo) produciendo un desplazamiento en las partículas del medio a lo largo del eje Y. La velocidad de propagación de la onda es de 30 m s^{-1} siendo su longitud de onda igual a 3 m. En el instante $t = 0 \text{ s}$ el desplazamiento inducido por la onda en el origen de coordenadas es nulo,

siendo la velocidad de vibración positiva. Si el desplazamiento máximo inducido por la onda es igual a 0,2m:

- Escriba la expresión matemática que describe la onda.
- Determine la máxima velocidad y aceleración de una partícula del medio.

Solución:

a)

$$f = \frac{v}{\lambda} = 10 \text{ Hz}$$

$$k = 2 \frac{\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/m}$$

$$y(0,0)=0 \Rightarrow A \sin \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 0 \text{ rad} \\ \pi \text{ rad} \end{cases} \text{ (ya que } v(0,0) > 0)$$

$$y(x,t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$y(x,t) = 0,002 \sin(20\pi t - \frac{2\pi}{3}x)$$

b) Son las de un MAS:

$$v_{\max} = A\omega = 0,002 \text{ m} \cdot 20\pi \text{ rad/s} = 0,04\pi \text{ m/s} = 0,1257 \text{ m/s}$$

$$a_{\max} = A\omega^2 = 0,002 \text{ m} \cdot (20\pi \text{ rad/s})^2 = 7,896 \text{ m/s}^2$$

Pregunta 3

Un electrón se propaga en el plano XY con velocidad v_0 constante de 100 m s^{-1} en el sentido negativo del eje X. Cuando el electrón cruza el plano $x = 0$ se adentra en una región del espacio donde existe un campo eléctrico uniforme de $8 \cdot 10^{-9} \text{ N C}^{-1}$ en el sentido negativo del eje X, tal y como se indica en la figura.

- Describa el tipo de movimiento que seguirá el electrón una vez se haya introducido en esa región del espacio. Discuta cual será la velocidad final del electrón.
- Calcule la fuerza ejercida sobre el electrón así como la aceleración que éste experimenta.

Datos: Masa del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solución:

a)

$$\vec{E} = \text{CTE.} \Rightarrow \vec{F} = q\vec{E} = \text{CTE.} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E} = \text{CTE.}$$

Al ser el campo uniforme el electrón experimentará una fuerza constante y por tanto describirá un MRUA en el eje X. En particular, y puesto que su carga es negativa, el electrón experimentará una aceleración constante hacia las X positivas. Por tanto, el electrón frenará hasta detenerse y posteriormente retrocederá hasta alcanzar la velocidad inicial pero en sentido contrario. Esto último puede justificarse porque el campo eléctrico es conservativo y como el punto de entrada (llamémosle A) es el mismo que el de salida (llamémosle B):

$$E_{mA} = E_{cA} + E_{pA}$$

$$E_{mB} = E_{cB} + E_{pB}$$

$$E_{pA} = E_{pB} \Rightarrow E_{cA} = E_{cB} \Rightarrow v_A = v_B$$

$$\vec{v}_f = -\vec{v}_0$$

b)

$$\vec{F} = q\vec{E} = (-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(-8 \cdot 10^{-9} \vec{i}) = 1,28 \cdot 10^{-27} \vec{i} \text{ N}$$

$$\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E} = \frac{-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} (-8 \cdot 10^{-9} \vec{i}) = 1406,6 \vec{i} \text{ m/s}^2$$

Pregunta 4

Un objeto de 5 cm de altura se encuentra a una distancia s de una lente convergente. La lente forma una imagen real e invertida del objeto. El tamaño de la imagen es de 10 cm. La distancia focal de la lente es 10 cm.

- Determine la distancia a la cual se encuentra el objeto de la lente.
- Realice el diagrama de rayos del sistema.

Solución:

a)

$$y_1 = 5 \text{ cm}$$

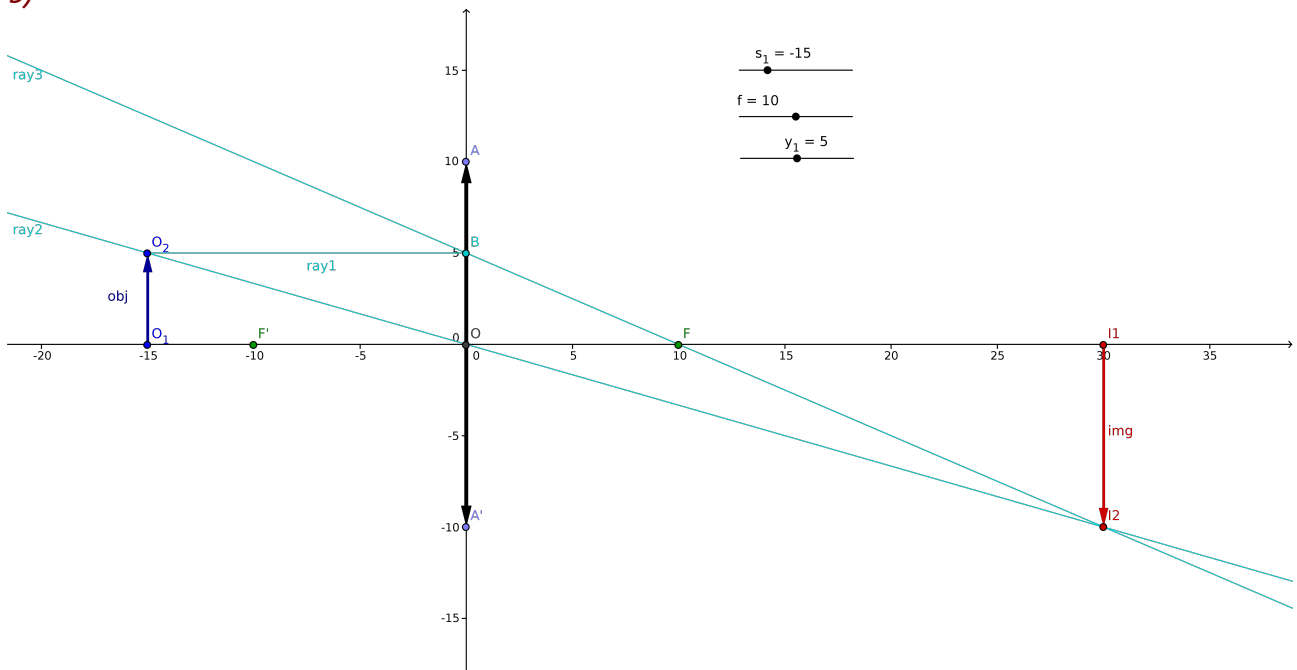
$$y_2 = -10 \text{ cm}$$

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = \frac{s_2}{s_1} \Rightarrow s_2 = -2s_1$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{-2s_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{s_1} \left(\frac{-1}{2} - 1 \right)$$

$$s_1 = \frac{-3}{2} \cdot 10 \text{ cm} = -15 \text{ cm}$$

b)



Pregunta 5

Una cierta muestra contiene inicialmente 87000 núcleos radiactivos. Tras 22 días, el número de núcleos radiactivos se ha reducido a la quinta parte. Calcule:

- La vida media y el periodo de semidesintegración de la especie radioactiva que constituye la muestra.
- La actividad radioactiva (en desintegraciones por segundo) en el instante inicial y a los 22 días.

Solución:

a)

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{5} = e^{-\lambda \cdot 22 \text{ días}} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 5}{22} = 0,07316 \text{ días}^{-1} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\lambda} = 13,67 \text{ días}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 9,475 \text{ días}$$

b)

$$A = \frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$A_0 = \lambda N_0 = 0,07316 \text{ días}^{-1} \cdot 87000 \text{ Nucleos} = 6365 \text{ Nucleos/día} = 0,07366 \text{ Bq}$$

$$A(22) = 0,07366 \cdot e^{-0,07316 \cdot 22} \text{ Bq} = 0,01473 \text{ Bq}$$