UNIDAD 13

La energía. Transferencia de energía: trabajo y calor

1 Utiliza la definición de trabajo para calcular el que realiza la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre la Luna.

El trabajo se puede calcular directamente como el producto de la fuerza gravitatoria por el desplazamiento, por el coseno del ángulo que forman, que en este caso es 90°, en todo momento, por tanto:

$$W = F_g \cdot \Delta r \cdot \cos 90° = 0$$

2 Calcula el trabajo realizado en los siguientes casos:

a) La fuerza necesaria para sostener un saco de yeso de 50 kg en reposo.

b) La fuerza gravitatoria que ejerce el Sol sobre la Tierra.

c) La fuerza total sobre un patinador que, sosteniendo a su pareja de 60 kg, se desliza, junto con ella 2 m a velocidad constante.

El trabajo está definido como el producto de la fuerza por el desplazamiento por el coseno del ángulo que forman:

$$W = F_g \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$$

a) El trabajo es nulo porque no hay desplazamiento.

b) También es nulo, en este caso la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce el Sol sobre la Tierra es siempre perpendicular al desplazamiento del planeta.

c) Al ser la aceleración nula, no hay fuerza resultante, en consecuencia el trabajo será nulo.

3 Una flecha de masa *m* alcanza el tronco de un árbol con velocidad *v* y penetra en él una distancia *d* hasta quedar clavada. Indica las transformaciones de energía que tienen lugar. Deduce, a partir del teorema de las fuerzas vivas, la fuerza de resistencia que ofrece el árbol a la penetración de la flecha.

La energía cinética del proyectil se emplea en vencer la resistencia del material y penetrar horizontalmente una distancia *d* dentro de él. En consecuencia, el teorema de las fuerzas vivas afirma que la variación de la energía cinética es igual al trabajo realizado:

$$\Delta E_c = W_R \quad \rightarrow \quad 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2 = R \cdot d \cos 180° \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{2} m \cdot v^2 = -R \cdot d \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad R = \frac{m \cdot v^2}{2\,d}$$

4 Una corredora, con una masa de 55 kg, consigue en una carrera la velocidad de 30 km/h, ¿cuál es su energía cinética?, ¿de dónde la obtiene?

La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 30 \text{ km/h} = 30\ \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 8{,}3 \text{ m/s}$$

La energía cinética es:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad E_c = \frac{1}{2}\, 55\, (8{,}3)^2 = 1\,894{,}5 \text{ J}$$

Son los alimentos, en definitiva, los que aportan al cuerpo la energía necesaria para su correcto funcionamiento.

5 Un caballo de 580 kg alcanza la velocidad de 54 km/h en 200 m. Calcula en julios, el aumento de energía cinética y la fuerza total que actúa sobre el caballo.

La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 54 \text{ km/h} = 54\ \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 15 \text{ m/s}$$

La variación de energía cinética es:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 - 0 = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 = \frac{1}{2}\, 580 \times 15^2 = 62\,250 \text{ J}$$

El teorema de las fuerzas vivas permite calcular la fuerza neta sobre el automóvil:

$$W = \Delta E_c \quad \rightarrow \quad F \cdot s = \Delta E_c$$

$$F = \frac{\Delta E_c}{s} = \frac{62\,250}{200} = 326 \text{ N}$$

6 Una paracaidista se lanza en caída libre desde 4000 m de altura. Si la masa, con su equipo, es de 75 kg, ¿cuánto ha disminuido su energía potencial en el momento de abrir el paracaídas, cuando está a 1500 m del suelo?

La variación de energía potencial gravitatoria es:

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot h_f - m \cdot g \cdot h_i = m \cdot g\ (h_f - h_i) = 75 \times 9{,}81\ (1500 - 4000) = -1\,839\,375 \text{ J}$$

La paracaidista está perdiendo energía potencial gravitatoria.

7 Una bomba hidráulica ha llenado un depósito de 500 L situado a 6 m de altura. ¿Qué trabajo ha realizado?

El trabajo será igual a la variación de la energía potencial gravitatoria de los 500 L de agua, cuya masa es m = 500 kg:

$$W = \Delta E_p = m \cdot g \cdot h = 500 \times 9{,}81 \times 6 = 29\,430 \text{ J}$$

8 Sobre una superficie horizontal con un coeficiente de rozamiento μ = 0,20, empujamos, aplicando una fuerza paralela al suelo, una caja de 25 kg con velocidad constante recorriendo 6 m. Calcula:

a) El trabajo realizado por la fuerza aplicada sobre la caja.

b) El trabajo total sobre la caja.

a) Para que la caja se deslice con velocidad constante la fuerza que debe aplicar paralela al suelo es igual a la fuerza de rozamiento:

$$F = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}20 \times 25 \times 9{,}81 = 49{,}05 \text{ N}$$

El trabajo que realiza esta fuerza será:

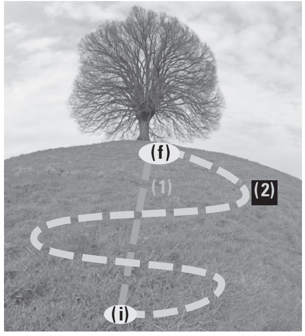
$$W_F = F \cdot s = 49{,}05 \times 6 = 294{,}3 \text{ J}$$

b) El trabajo total debe ser cero, ya que si la velocidad es constante la variación de la energía cinética es cero.

$$W = \Delta E_c = 0$$

9 Si caminas hacia el árbol de la figura te cansas más si sigues la senda (1) que si realizas el camino (2), pero en este caso tardas más. Si solamente tenemos en cuenta la fuerza gravitatoria, ¿cuándo realizarás más trabajo?

Las fuerzas gravitatorias son conservativas, esto indica que el trabajo realizado por ellas, cuando un cuerpo se desplaza dentro del campo gravitatorio, se puede expresar como la diferencia de energías potenciales entre los puntos inicial y final del trayecto. En consecuencia, si se parte del mismo punto de la base de la montaña y se llega al mismo punto de la cima, el trabajo realizado por las fuerzas gravitatorias es el mismo, independientemente del camino seguido entre estos dos puntos.



10 El mecanismo de lanzamiento de una lanzadera espacial de juguete consta de un resorte de constante k = 80 N/m. Su longitud se reduce en 10 cm al montarla para el lanzamiento. ¿Qué energía potencial tiene el resorte en esa situación? Si toda la energía potencial elástica se transforma en cinética, ¿con qué velocidad saldrá el cohete, cuya masa es de 5 g?

La energía potencial elástica del resorte es:

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \frac{1}{2} 80 \times 0{,}10^2 = 0{,}4 \text{ J}$$

En la lanzadera, toda la energía potencial elástica del resorte se transforma en energía cinética del proyectil, por tanto:

$$E_p = E_c \quad \rightarrow \quad E_p = \frac{1}{2} \; m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2\,E_p}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 0{,}4}{5 \times 10^{-3}}} = 12{,}6 \text{ m/s}$$

11 Utilizamos la lanzadera del ejercicio anterior para lanzar verticalmente una bola de acero que tiene una masa de 20 g. Si, al alcanzar la altura máxima, toda la energía potencial elástica se trasforma en potencial gravitatoria, ¿qué altura alcanzará la bola al lanzarla?

En este caso, toda la energía potencial elástica del resorte se transforma en energía potencial gravitatoria, por tanto:

$$E_p(\text{elástica}) = E_p(\text{gravitatoria}) \quad \rightarrow \quad 0{,}4 = m \cdot g \cdot h \quad \rightarrow \quad h = \frac{0{,}4}{m \cdot g} = \frac{0{,}4}{0{,}02 \times 9{,}81} = 2 \text{ m}$$

12 Una masa de 250 g unida a un muelle, realiza un MAS con un período de 0,25 s. Si la energía total es 8 J:

a) ¿Cuál es la constante elástica del muelle?

b) ¿Cuál es la amplitud del movimiento?

La pulsación del movimiento, ω, está relacionada con el período, T, en la forma:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}25} = 8\pi \text{ rad/s}$$

a) La constante elástica del muelle, k, está definida como:

$$k = m \cdot \omega^2 = 0{,}25\,(8\pi)^2 = 157{,}91 \text{ N/m}$$

b) La energía total del sistema es:

$$E = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

Donde A es la amplitud del movimiento, en consecuencia:

$$A = \sqrt{\frac{2\,E}{k}} = \sqrt{\frac{2 \times 8}{157{,}91}} = 0{,}318 \text{ m} = 31{,}8 \text{ cm}$$

13 Se lanza un bloque de 1 kg de hielo a la velocidad de 10 m/s por una rampa helada, hacia arriba. Si la pendiente de la rampa es de 30° y no hay rozamiento, calcula:

a) Cómo es la energía mecánica y cuánto vale en las partes más alta y más baja de la rampa.

b) El espacio recorrido por el bloque antes de detenerse.

c) Las energías potencial y cinética cuando ha recorrido 8 m.

a) En la parte de abajo del plano, tomando este como referencia de alturas, toda la energía mecánica es energía cinética, por tanto:

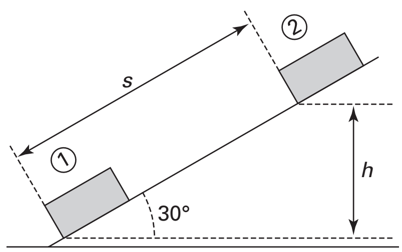
$$E_m(\text{i}) = E_c(\text{i}) = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 = \frac{1}{2}\, 1 \times 10^2 = 50 \text{ J}$$

En la parte superior, el bloque se para de forma que toda la energía mecánica, que también valdrá 50 J, es potencial gravitatoria: $E_m(\text{f}) = E_p(\text{f}) = 50$ J.

b) En la figura se puede observar que $h = s \sin 30°$, en consecuencia:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot s \sin 30°$$

$$s = \frac{E_p}{m \cdot g \sin 30°} = \frac{50}{1 \times 9{,}81 \sin 30°} = 10{,}2 \text{ m}$$



c) Si el bloque ha recorrido $s' = 8$ m, estará a una altura:

$$h' = s' \sin 30° = 8 \sin 30° = 4 \text{ m}$$

En consecuencia, la energía potencial gravitatoria será:

$$E'_p = m \cdot g \cdot h' = 1 \times 9{,}81 \times 4 = 39{,}2 \text{ J}$$

Como la energía mecánica siempre vale 50 J, la energía cinética, E'_c, será:

$$E_m = E'_c + E'_p \quad \rightarrow \quad E'_c = E_m - E'_p = 50 - 39{,}2 = 10{,}8 \text{ J}$$

14 Un chico de 60 kg subido a un monopatín de 3 kg se lanza hacia una rampa inclinada 40°, con una velocidad de 4 m/s. Si por rozamientos pierde el 15 % de la energía, ¿qué espacio recorrerá sobre la rampa?

En este caso, como existe rozamiento, la energía mecánica no se conserva. Su variación será la energía transformada no recuperable, que es:

$$W_r = -0{,}15\, E_c(\text{i}) \quad ; \quad \Delta E_m = W_r = -0{,}15\, E_c(\text{i})$$

En la parte final de la rampa, tomando el suelo como referencia de alturas, toda la energía mecánica es energía cinética: $E_m(\text{i}) = E_c(\text{i})$.

En la parte superior, los patines se paran de forma que toda la energía mecánica es potencial gravitatoria: $E_m(\text{f}) = E_p(\text{f})$. Por tanto:

$$E_p(\text{f}) - E_c(\text{i}) = W_r \quad \rightarrow \quad m \cdot g \cdot h - E_c(\text{i}) = -0{,}15\, E_c$$

La altura sobre el suelo se puede escribir como: $h = s \cdot \sin 40°$, por tanto:

$$m \cdot g \cdot s \sin 40° = E_c(\text{i}) - 0{,}15\ E_c(\text{i}) = 0{,}85\ E_c(\text{i})$$

Despejando el espacio recorrido sobre la rampa y sustituyendo valores obtenemos:

$$s = \frac{0{,}85\ E_c\,(\text{i})}{m \cdot g \sin 40°} = \frac{0{,}85\ \dfrac{1}{2}\ m \cdot v^2}{m \cdot g \sin 40°} = \frac{0{,}85\ v^2}{2\ g \sin 40°} = \frac{0{,}85 \times 4^2}{2 \times 9{,}81 \sin 40°} = 1{,}08 \text{ m}$$

15 Situado sobre una mesa se encuentra un objeto de 2,5 kg sujeto a un muelle de constante $k = 300$ N/m. El muelle se estira 15 cm y se suelta. Si entre el cuerpo y la mesa existe un rozamiento de coeficiente $\mu = 0{,}35$, ¿qué velocidad lleva el cuerpo cuando pasa por la posición $x = 0$ cm?

En este caso, como existe rozamiento, la energía mecánica no se conserva. Su variación será la energía transformada no recuperable: $W_r = -F_r \cdot s$. Por tanto: $\Delta E_m = W_r = -F_r \cdot s$

Cuando el muelle se estira A = 15 cm, toda la energía mecánica es energía potencial elástica: $E_m(\text{i}) = E_p(\text{i}) = \dfrac{1}{2}\ k \cdot A^2$.

Cuando pasa por la posición $x = 0$, el cuerpo lleva una cierta velocidad v, de forma que toda la energía mecánica es cinética: $E_m(\text{f}) = E_c(\text{f}) = \dfrac{1}{2}\ m \cdot v^2$.

Por tanto: $E_p(\text{i}) - E_c(\text{f}) = -F_r \cdot s \;\rightarrow\; \dfrac{1}{2}\ m \cdot v^2 - \dfrac{1}{2}\ k \cdot A^2 = -\mu \cdot N \cdot s$

Como la normal, N, es igual al peso del cuerpo, despejamos la velocidad:

$$m \cdot v^2 = k \cdot A^2 - 2\ \mu \cdot m \cdot g \cdot s \;\rightarrow\; v = \sqrt{\frac{k \cdot A^2 - 2\ \mu \cdot m \cdot g \cdot s}{m}}$$

Sustituimos los datos:

$$v = \sqrt{\frac{300 \times 0{,}15^2 - 2 \times 0{,}35 \times 2{,}5 \times 9{,}81 \times 0{,}15}{2{,}5}} = 1{,}3 \text{ m/s}$$

16 Comprueba que la potencia desarrollada por el motor de un coche que se mueve con una velocidad constante se puede escribir como: $P = F \cdot v$.

La potencia que desarrolla el motor de un coche es: $P = \dfrac{\Delta E}{\Delta t} = \dfrac{F \cdot \Delta s}{\Delta t}$

Si la velocidad es constante: $P = F \cdot \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$

17 Un perro de 60 kg empieza a correr detrás de un gato y en 8 s alcanza una velocidad de 36 km/h. Calcula, en julios, el aumento de energía cinética. Si, debido al rozamiento, se ha perdido el equivalente al 10 % de la E_c, calcula la potencia media desarrollada.

La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 36 \text{ km/h} = 36\ \frac{1\,000}{3\,600} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$$

La variación de energía cinética es:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}\ m \cdot v^2 - 0 = \frac{1}{2}\ m \cdot v^2 = \frac{1}{2}\ 60\ (10)^2 = 3\,000 \text{ J}$$

Debido al rozamiento se han transformado en tipos de energía no recuperables:

$$Q = 0{,}10 \times 3\,000 = 300 \text{ J}$$

La energía total del perro será:

$$E = 3\,000 + 300 = 3\,300 \text{ J}$$

Y la potencia valdrá:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{3\,300}{8} = 412{,}5 \text{ W}$$

18 Una bomba hidráulica para incendios de 10 kW de potencia es capaz de expulsar 60 m^3/h. ¿Hasta qué altura puede mandar el agua?

La energía que es capaz de transformar en una hora será:

$$P = \frac{E}{t} \quad \rightarrow \quad E = P \cdot t = 10\,000 \times 3\,600 = 3{,}6 \times 10^7 \text{ J}$$

La masa de agua que es capaz de expulsar en una hora es: $m = 60\,000$ kg, en consecuencia:

$$E = m \cdot g \cdot h \quad \rightarrow \quad h = \frac{E}{m \cdot g} = \frac{3{,}6 \times 10^7}{6 \times 10^4 \times 9{,}81} = 61 \text{ m}$$

19 Calcula en kelvin la temperatura del cuerpo humano (37 °C).

La temperatura Celsius expresada en kelvin sería:

$$T_k = 273{,}15 + T_C = 273{,}15 + 37 = 310{,}15 \text{ K}$$

20 En EE.UU. la temperatura se mide en grados fahrenheit. Se alerta de una bajada de temperatura hasta –20 °C. ¿A qué temperatura Celsius corresponde?

Los 20° fahrenheit expresados en Celsius serían:

$$\frac{T_C}{100} = \frac{T_F - 32}{180} \quad \rightarrow \quad T_C = \frac{T_F - 32}{180}\, 100 = \frac{20 - 32}{180}\, 100 = -6{,}7 \text{ °C}$$

21 ¿A qué temperatura marcan el mismo valor numérico el termómetro Celsius y el fahrenheit?

La relación entre las temperaturas es:

$$\frac{T_C}{100} = \frac{T_F - 32}{180}$$

Cuando los termómetros marcan la misma temperatura se cumple: $T_C = T_F = T$. Por tanto:

$$\frac{T_C}{100} = \frac{T - 32}{180} \quad \rightarrow \quad 180\,T = 100\,T - 3\,200 \quad \rightarrow \quad 80\,T = -3\,200 \quad \rightarrow \quad T = -40°$$

22 Un termo eléctrico calienta 50 L de agua de 15 °C hasta 60 °C. ¿Qué cantidad de energía, expresada en julios y en kwh, es necesaria? Si suponemos que 1 kwh cuesta 0,12 euros, calcula el importe de energía eléctrica transformada en calor. (Dato: densidad del agua, $d = 1\,000$ kg m^{-3}.)

La masa de 50 L = 0,05 m^3 de agua será, teniendo en cuenta el valor de la densidad:

$$m = d \cdot V = 1\,000 \times 0{,}05 = 50 \text{ kg}$$

La energía que hay que suministrar al agua, cuyo calor específico es: $c_e = 4\,180 \ \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$, para elevar la temperatura desde $T_1 = 15$ °C hasta $T_2 = 60$ °C será:

$$Q = m \cdot c_e\,(T_2 - T_1) = 50 \times 4\,18\,(60 - 15) = 9\,405\,000 \text{ J}$$

La equivalencia entre kilovatios hora y julios es:

$$1 \text{ kWh} = 1\,000 \text{ W} \times 3\,600 \text{ s} = 3\,600\,000 \text{ J}$$

En consecuencia, la energía expresada en kWh será:

$$Q = \frac{9\,405\,000}{3\,600\,000} = 2{,}613 \text{ kWh}$$

Y el importe será:

$$C = 2{,}613 \times 0{,}12 = 0{,}31 \text{ €}$$

23 ¿Qué tiempo necesita un calentador eléctrico de 2,5 kW para calentar el agua de un depósito de 80 L desde la temperatura inicial de 18 °C hasta la final de 60 °C?

La cantidad de energía necesaria para aumentar la temperatura, ΔT, una masa m de agua es:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$$

La masa de 80 L de agua son 80 kg, ya que su densidad es: $d = 1$ kg/L. El calor específico del agua es, en el SI: $c_e = 4180 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, por tanto:

$$Q = m \cdot c_e (60 - 18) = 80 \times 4180 \times 42 = 14\,044\,800 \text{ J}$$

Esta energía la proporciona un calentador eléctrico de potencia: $P = 2\,500$ W, por tanto:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta E}{P} = \frac{14\,044\,800}{2500} = 5618 \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{5\,618}{3\,600} = 1{,}56 \text{ h}$$

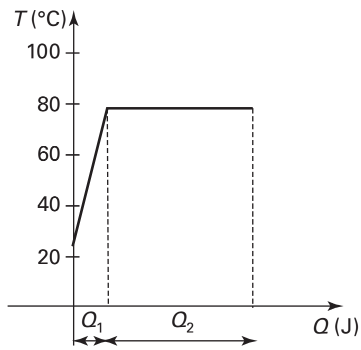
24 Calcula la cantidad de energía necesaria para transformar 900 g de alcohol a 25 °C en vapora 78 °C. (Datos: $L_v = 840\,000 \text{ J kg}^{-1}$; $T_e = 78$ °C; $c_e = 2{,}45$ J/g k.)

El proceso se realiza en dos partes diferenciadas:

1) La energía necesaria, Q_1, para aumentar la temperatura del alcohol desde 25 °C hasta 78,3 °C. A esta temperatura el alcohol tiene un cambio de estado, pasa de líquido a gas (vaporización).

2) La energía necesaria, Q_2, para que toda la masa de alcohol cambie de estado.

La energía necesaria en el proceso completo será: $Q = Q_1 + Q_2$.



$$Q_1 = m \cdot c_e (78{,}3 - 25) = 900 \times 2{,}450 \times 53 = 117\,526{,}5 \text{ J}$$

$$Q_2 = m \cdot L_v = 0{,}9 \times 846\,000 = 761\,400 \text{ J}$$

$$Q = 117\,526{,}5 + 761\,400 = 878\,926{,}5 \text{ J}$$

25 Una bola de plomo de 45 g (que inicialmente está a 50 °C) impacta a 350 m/s contra una placa de acero, quedando incrustada. ¿Se fundirá el plomo como consecuencia del choque? Ten en cuenta que la placa de acero no varía su temperatura. (Datos: T_f(Pb) = 330 °C; c_e(Pb) = 0,122 J/g K; L_f(Pb) = 24,7 J/g.)

La energía que se transfiere al plomo de la bala será:

$$\Delta E_c = E_c(\text{f}) - E_c(\text{i}) = 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow \Delta E_c = -2756 \text{ J}$$

La energía de la que se dispone para el posible proceso de fusión es, en consecuencia:

$$\Delta E = Q = 2756 \text{ J}$$

Para fundir 45 g de plomo inicialmente a 50 °C se requiere primero una cierta cantidad de energía Q'_1 para elevar la temperatura hasta la temperatura de fusión del plomo, 330 °C.

$$Q'_1 = m \cdot c_{Pb} (330 - 50) \rightarrow Q'_1 = 45 \times 0{,}122 \times 280 = 1537{,}2 \text{ J}$$

Después se requiere una cantidad de energía Q'_2 para cambiar el estado de sólido a líquido:

$$Q'_2 = m \cdot L_f \quad \rightarrow \quad Q'_2 = 45 \times 24{,}7 = 1\,111{,}5 \text{ J}$$

En total:

$$Q' = Q'_1 + Q'_2 = 2\,648{,}7 \text{ J}$$

Por tanto:

$$Q' < Q$$

Se funde todo el plomo y sobran: $Q - Q' = 107{,}3$ J; que se emplearán en aumentar la temperatura del plomo líquido por encima de los 330 °C.

26 Se sumergen 50 g de hierro a 25 °C dentro de 250 g de agua a 80 °C. Después de cierto tiempo, la temperatura de la mezcla es de 78,9 °C. Si no hay intercambios de energía con el exterior, ¿cuál será el calor específico del hierro?

Cuando dos cuerpos a distinta temperatura se ponen en contacto, al cabo de un cierto tiempo los dos acaban a la misma temperatura. A este fenómeno se le denomina equilibrio térmico. Si no hay intercambios de energía con el exterior, en el equilibrio se cumple: $Q = 0$.

La temperatura en el equilibrio es 78,9 °C, por tanto, la energía que transfiere el agua al aluminio será:

$$Q_1 = m \cdot c_e\,(78{,}9 - 80) = 0{,}25 \times 4\,180\,(-1{,}1) = -1\,149{,}5 \text{ J}$$

Esta energía la utiliza el aluminio para elevar su temperatura:

$$Q_2 = m \cdot c_e\,(78{,}9 - 25) = 0{,}05\; c_e \cdot 53{,}9 = 2{,}7\; c_e \text{ J}$$

En el equilibrio se cumple:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 0 \quad \rightarrow \quad -1\,149{,}5 + 2{,}7\; c_e = 0 \quad \rightarrow \quad c_e = 426\ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}}$$

27 En un vaso con 250 g de agua a 25 °C echamos hielo para que la temperatura del equilibrio sea 3 °C. ¿Cuántos gramos de hielo a 0 °C hay que añadir al vaso? (Datos: ver ejemplo.)

La temperatura en el equilibrio es 3 °C, por tanto, la energía que transfiere el agua caliente será:

$$Q_1 = m \cdot c_e\,(3 - 25) = 0{,}25 \times 4\,180\,(-22) = -22\,990 \text{ J}$$

Esta es la energía que deben utilizar m kilogramos de hielo a 0 °C para fundirse, Q'_1, y, a continuación, elevar su temperatura hasta los 3 °C, Q'_2. Por tanto:

$$Q_2 = Q'_1 + Q'_2 = m \cdot L_f + m \cdot c_e\,(3 - 0) = 334\,400\; m + 4\,180 \times 3\; m = 346\,940\; m \text{ J}$$

En el equilibrio se cumple:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 0 \quad \rightarrow \quad -22\,990 + 346\,940\; m = 0 \quad \rightarrow \quad m = 0{,}066 \text{ kg de hielo}$$

28 ¿Qué expresión es la correcta? Indica por qué:

a) Se ha perdido energía mecánica.

b) Se ha transformado la energía mecánica.

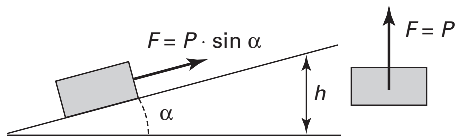
c) Ha desaparecido la energía mecánica.

La cantidad de energía se conserva, no se pierde, ni desaparece, ni tampoco se crea, solo se transforma, en consecuencia, la frase más correcta es la segunda.

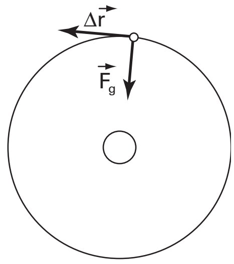
29 Los egipcios subían las piedras utilizadas para construir las pirámides mediante planos inclinados, en vez de elevarlas directamente mediante una polea. ¿Es distinto el trabajo realizado sobre la piedra por las fuerzas gravitatorias según el camino elegido?

Las fuerzas gravitatorias son conservativas, en consecuencia, el trabajo para trasladar la piedra no depende del camino escogido.

Si se sube la piedra en vertical hay que aplicar una fuerza igual a su peso y se recorre un espacio igual a la altura. Utilizando un plano inclinado se recorre mucho más camino hasta alcanzar la altura requerida, pero la fuerza que hay que aplicar es mucho menor, de forma que el trabajo es exactamente el mismo.



30 Razona a partir de la definición de fuerza conservativa, el trabajo realizado por la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce el Sol sobre la Tierra cuando esta describe una órbita elíptica completa alrededor del astro.

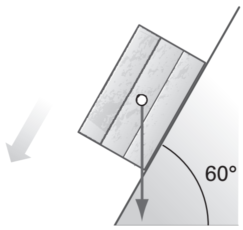


La fuerza gravitatoria es conservativa, por tanto el trabajo se puede escribir como la diferencia de una función que solo depende de la posición. Si la trayectoria es cerrada y el punto final coincide con el inicial, el trabajo debe ser cero.

31 Una caja de 5 kg se deja en un plano de 60°. Determina a los 2 m de su recorrido:

a) El trabajo realizado por el peso y la fuerza de rozamiento.

b) La energía cinética. (Dato: coeficiente de rozamiento μ = 0,35.)



a) Las fuerzas que realizan trabajo son las que tienen la dirección del desplazamiento, es decir, P_x y F_r:

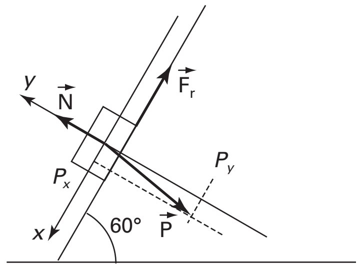
$$P_x = m \cdot g \sin 60° = 5 \times 9{,}81 \sin 60° = 42{,}5 \text{ N}$$

Su trabajo es:

$$W_1 = P_x \cdot s \cos 0° = 42{,}5 \times 2 \times 1 = 85 \text{ J}$$

La fuerza de rozamiento es:

$$F_r = -\mu \cdot N = -\mu \cdot P_y = -\mu \cdot m \cdot g \cos 60° =$$
$$= -0{,}35 \times 5 \times 9{,}81 \cos 60° = -8{,}6 \text{ N}$$



El trabajo debido a esta fuerza es:

$$W_2 = F_r \cdot s = -8{,}6 \times 2 \cos 180° = -17{,}2 \text{ J}$$

b) La energía cinética se puede calcular utilizando el teorema de las fuerzas vivas:

$$W_{total} = \Delta E_c \quad \rightarrow \quad W_1 + W_2 = E_c(\text{f}) \quad \rightarrow \quad E_c(\text{f}) = 85 - 17{,}2 = 67{,}8 \text{ J}$$

32 Un cuerpo que se desliza por una superficie horizontal tiene en un momento dado una velocidad de 10 m/s. Si la masa del cuerpo es de 2 kg y el coeficiente de rozamiento es μ = 0,2, calcula:

a) La fuerza de rozamiento.

b) El trabajo de esa fuerza.

c) El espacio recorrido por el cuerpo hasta detenerse desde el momento indicado.

a) El valor de la fuerza de rozamiento por deslizamiento está definido como: $F_r = \mu \cdot N$.

Si el cuerpo desliza por un plano horizontal, la normal es igual al peso del cuerpo, en consecuencia:

$$F_r = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}2 \times 2 \times 9{,}81 = 3{,}9 \text{ N}$$

b) El teorema de las fuerzas vivas afirma que el trabajo sobre el cuerpo debe ser la variación de su energía cinética. Por tanto:

$$W_r = \Delta E_c \quad \rightarrow \quad W_r = 0 - \frac{1}{2}\, m \cdot v_0^2 = -100 \text{ J}$$

c) Del propio teorema de las fuerzas vivas obtenemos:

$$W_r = \Delta E_c \quad \rightarrow \quad -F_r \cdot s = -100 \quad \rightarrow \quad s = \frac{100}{F_r} = \frac{100}{3{,}9} = 25{,}6 \text{ m}$$

33 Se estira un muelle una cierta longitud y a continuación se le comprime el doble de dicha longitud. ¿En qué relación se encuentran las energías potenciales del muelle?

La energía potencial elástica de un muelle es:

$$E_p = \frac{1}{2}\, k \cdot x^2$$

La relación entre las dos elongaciones dadas sería:

$$\frac{E_p\,(2)}{E_p\,(1)} = \frac{\frac{1}{2}\, k \cdot x_2^2}{\frac{1}{2}\, k \cdot x_1^2} = 4 \quad \rightarrow \quad E_p(2x) = 4\, E_p(x)$$

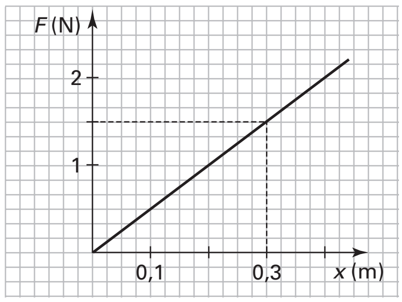
34 La fuerza recuperadora de un resorte viene dada por $F = -5\,x$, siendo x la elongación y F la fuerza, en unidades del SI.

a) Representa gráficamente F en función de x.

b) Como el trabajo viene dado por el área entre la fuerza, F, el eje de abscisas y las ordenadas que pasan por los extremos de la elongación, halla el trabajo de la fuerza que alargue 30 cm ese resorte.

c) ¿Qué energía potencial tiene el resorte en la situación descrita?

Analiza las respuestas obtenidas en los apartados indicados anteriormente.



a) La fuerza que hay que aplicar al resorte será $F = 5\,x$, cuya gráfica será una recta que pasa por el origen y cuya pendiente es la constante elástica:

$$k = 5 \text{ N/m}$$

b) El trabajo calculado como el área del triángulo será:

$$A = W = \frac{0{,}3 \times 1{,}5}{2} = 0{,}23 \text{ J}$$

c) En esta situación el trabajo realizado será la energía potencial del resorte:

$$E_p = W = 0{,}23 \text{ J}$$

Si realizamos el cálculo de la energía potencial elástica del resorte cuando se ha deformado $x = 0{,}3$ m, obtendríamos:

$$E_p = \frac{1}{2}\, k \cdot x^2 = \frac{1}{2}\, 5 \times 0{,}3^2 = 0{,}23 \text{ J}$$

La cual coincide con la calculada geométricamente.

35 Se lanza verticalmente hacia arriba un objeto de 0,5 kg con una energía cinética de 25 J. Calcula:

a) La altura alcanzada si no hay rozamiento del aire.

b) La energía potencial máxima.

c) La energía potencial cuando la velocidad es 1/5 de la velocidad inicial.

a) Si no hay rozamientos, la energía mecánica se conserva:

- En el instante inicial, toda la energía mecánica es cinética:

$$E_m(\text{i}) = E_c$$

- En el instante final, toda la energía mecánica es potencial gravitatoria:

$$E_m(\text{f}) = m \cdot g \cdot h_f$$

Aplicando su conservación obtenemos:

$$E_m(\text{i}) = E_m(\text{f}) \quad \rightarrow \quad E_c = m \cdot g \cdot h_f \quad \rightarrow \quad h_f = \frac{E_c}{m \cdot g} = \frac{25}{0,5 \times 9,81} = 5,1 \text{ m}$$

b) La energía potencial máxima (final) será igual a la energía cinética (inicial):

$$E_p = E_c = 25 \text{ J}$$

c) Si $v = \frac{v_0}{5}$, la energía cinética sería:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{v_0}{5}\right)^2 = \frac{1}{25} \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{25} E_c(\text{i}) = \frac{25}{25} = 1 \text{ J}$$

La energía mecánica se conserva, por tanto, la energía potencial será:

$$E_p = 25 - 1 = 24 \text{ J}$$

36 Una caja de 10 kg de masa se desliza por un plano inclinado 45° con la horizontal sin rozamiento. Halla la energía cinética cuando ha recorrido 4 m, si la velocidad inicial es $v_0 = 5$ m/s, y el trabajo realizado en el descenso.

Tomamos como referencia de alturas el instante final y tenemos en cuenta que no existe rozamiento, la energía mecánica se conserva:

$$E_m(\text{i}) = E_m(\text{f})$$

En el instante inicial, la energía mecánica es la suma de la energía cinética y la potencial gravitatoria, escribiendo la altura bajada como: $h = s \sin 45°$, obtenemos:

$$E_m(\text{i}) = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot s \sin 45°$$

En el instante final toda la energía mecánica será cinética:

$$E_m(\text{f}) = E_c(\text{f})$$

Aplicamos la conservación:

$$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot s \sin 45° = E_c(\text{f}) \quad \rightarrow \quad E_c(\text{f}) = 402,5 \text{ J}$$

El trabajo realizado es, según el teorema de las fuerzas vivas:

$$W = \Delta E_c = 402,5 - 125 = 277,5 \text{ J}$$

37 En una montaña rusa, la altura de uno de los picos es h_A= 15 m y la del siguiente es de h_B = 10 m. Cuando un vagón pasa por el primero, la velocidad que lleva es v_A = 5 m/s. Si la masa del vagón más la de los pasajeros es de 500 kg, calcula:

a) La velocidad del vagón al pasar por el segundo pico en el caso de que no haya rozamientos.

b) Si la velocidad real con la que pasa por el segundo pico es v_B = 8 m/s, ¿cuánto vale el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento?

a) Si no hay rozamientos, la energía mecánica se conserva, por tanto:

$$E_m(\text{A}) = E_m(\text{B})$$

En el pico A:

$$E_m(\text{A}) = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h_A = 12,5\, m + 147,15\, m = 159,65\, m$$

En el B:

$$E_m(B) = \frac{1}{2}\, m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B = \frac{1}{2}\, m \cdot v_B^2 + 98{,}1\ m$$

Igualamos:

$$159{,}65\ m = \frac{1}{2}\, m \cdot v_B^2 + 98{,}1\ m$$

Simplificamos por la masa del vagón y despejamos la velocidad:

$$v_B = 11{,}1 \text{ m/s}$$

b) Si existen rozamientos, la energía mecánica no se conserva. La variación es el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento, por tanto:

$$W_r = \Delta E_m$$

$$E_m(A) = \frac{1}{2}\, m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = 159{,}65\ m = 79\,825 \text{ J}$$

$$E_m(B) = \frac{1}{2}\, m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B = 32\ m + 98{,}1\ m = 130{,}1\ m = 65\,050 \text{ J}$$

Y la variación es:

$$W_r = E_m(B) - E_m(A) = 65\,050 - 79\,825 = -14\,775 \text{ J}$$

38 Cuando un proyectil, una bola, de 25 g de masa, choca contra un péndulo balístico de 2 kg, se observa que el centro de gravedad del péndulo se eleva una altura de 10 cm. La bola queda incrustada en el péndulo, tras penetrar 30 cm en él. Calcula la velocidad del proyectil.

Un péndulo balístico es un sistema que se utiliza para conocer la velocidad de salida de un proyectil. Hay que analizar el proceso en dos pasos:

Paso 1. Hay un choque inelástico entre el proyectil y la lenteja del péndulo. En este primer paso se conserva el momento lineal del sistema.

Toda la energía cinética del proyectil se invierte en vencer la resistencia a la penetración en la lenteja del péndulo y en proporcionar una velocidad inicial al conjunto bloque-bala. En este caso, la energía mecánica no se conserva y su variación coincidirá con el trabajo desarrollado por estas fuerzas de resistencia.

Paso 2. Una vez que la bola está en el interior de la lenteja, la energía mecánica del sistema se conserva, transformándose la energía cinética del conjunto en potencial gravitatoria.

a) En el choque inelástico que se produce entre el proyectil y el péndulo plantearemos la conservación del momento lineal del sistema.

En el instante inicial (1), sólo se mueve el proyectil, el momento lineal del sistema será:

$$P_1 = m \cdot v$$

Después del choque, el proyectil y la lenteja se mueven juntos formando un solo cuerpo cuya masa es la suma de las masas. El momento lineal del sistema será:

$$P_2 = (m + M)\ u$$

Planteamos la conservación del momento lineal y despejamos la velocidad del proyectil:

$$P_1 = P_2 \quad \rightarrow \quad m \cdot v = (m + M)\ u \quad \rightarrow \quad v = \frac{m + M}{m}\ u$$

En el segundo paso, el sistema, que ha adquirido la velocidad u, se eleva hasta una cierta altura *h*. La energía mecánica del sistema se conserva. Por tanto:

$$E_m(2) = E_m(3)$$

En el instante inicial (2), toda la energía mecánica es energía cinética, por tanto:

$$E_m(\text{i}) = \frac{1}{2}\,(m + M)\,u^2$$

En el estado final (3), toda la energía mecánica es energía potencial gravitatoria:

$$E_m(\text{f}) = (m + M)\,g\,h$$

La conservación implica que:

$$\frac{1}{2}\,(m + M)\,u^2 = (m + M)\,g\,h \quad \rightarrow \quad u = \sqrt{2\,g\,h}$$

Sustituimos esta velocidad en la ecuación del choque y obtenemos:

$$v = \frac{m + M}{m}\,\sqrt{2\,g\,h}$$

Y sustituimos los datos:

$$v = \frac{(0{,}025 + 2)\ \text{kg}}{0{,}025\ \text{kg}}\,\sqrt{2(9{,}81\ \text{m/s}^2)(0{,}1\ \text{m})} = 113{,}5\ \text{m/s}$$

39 Durante un terremoto, se desprende una roca de 1 200 kg en lo alto de un desfiladero. La roca en caída libre desde 36 m de altura alcanza el suelo, penetrando 0,6 m en él. Calcula la resistencia media del terreno.

En el estado inicial, cuando la roca se encuentra arriba, toda la energía mecánica es potencial gravitatoria:

$$E_\text{m}(\text{i}) = m \cdot g \cdot h = 1\,200 \times 9{,}81 \times 36 = 423\,792\ \text{J}$$

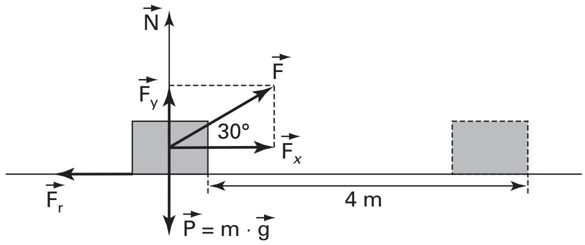
Esta energía se utiliza en penetrar 0,6 m en el suelo venciendo la resistencia del terreno:

$$R \cdot s = 423\,792 \quad \rightarrow \quad R = \frac{423\,792}{s} = \frac{423\,792}{0{,}6} = 706\,320\ \text{N}$$

La dirección será la del movimiento de la roca y el sentido contrario al de esta.

40 Un objeto de 15 kg de masa se desplaza 4 m en una superficie horizontal bajo la acción de una fuerza de 50 N que forma un ángulo de 30° con el desplazamiento. La fuerza de rozamiento entre el cuerpo y el suelo se opone al avance. Calcula el trabajo de cada fuerza y el trabajo total considerando un coeficiente de rozamiento de valor $\mu = 0{,}25$.

Solo realizan trabajo las fuerzas F_x y F_r que son las fuerzas en la dirección del desplazamiento.



- Trabajo de F_x:

$$W_1 = F_x \cdot s = F \cos 30° \cdot s = 50 \times 4 \cos 30° = 173{,}2\ \text{J}$$

- Trabajo de F_r:

$$W_2 = F_\text{r} \cdot s \cos 180° = \mu \cdot N \cdot s\,(-1)$$

La normal, N, se tiene que hallar planteando el segundo principio de la dinámica sobre el eje vertical:

$$N + F_y - m \cdot g = 0 \quad \rightarrow \quad N = m \cdot g - F_y = m \cdot g - F \sin 30° = 15 \times 9{,}81 - 50 \sin 30° = 122{,}2\ \text{N}$$

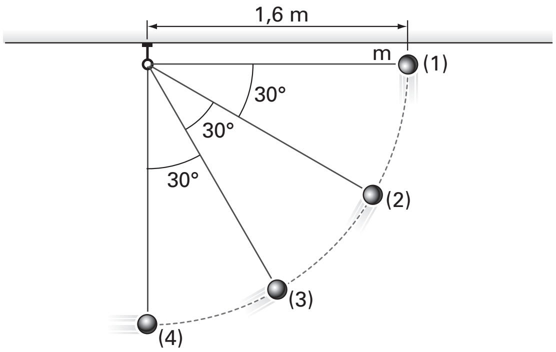
Por tanto:

$$W_2 = -0{,}25 \times 122{,}2 \times 4 = -122{,}2 \text{ J}$$

El trabajo total será la suma de estos trabajos:

$$W = W_1 + W_2 = 173{,}2 - 122{,}2 = 51 \text{ J}$$

41 Un péndulo de $l = 1{,}6$ m se deja oscilar desde la posición (1). Considerando que no hay rozamiento, calcula la velocidad del péndulo en las posiciones (2), (3) y (4). ¿Cuál es la energía cinética y cuál la energía potencial en (2) y (3) si $m = 100$ g?



La masa del péndulo transforma energía potencial gravitatoria desde A hasta D en energía cinética. La energía mecánica se conserva en todo el proceso.
Tomando como referencia de alturas la posición (1) del péndulo obtenemos:

- Altura entre (1) y (2): $h_2 = l \sin 30° = 1{,}6 \sin 30° = 0{,}8$ m.

$$E_m(1) = E_m(2) \quad \rightarrow \quad 0 = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 + m \cdot g\,(-h_2)$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_2^2 = m \cdot g \cdot h_2$$

$$v_2 = \sqrt{2\,g \cdot h_2} = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 0{,}8} = 4 \text{ m/s}$$

- Altura entre (1) y (3): $h_3 = l \sin 60° = 1{,}6 \sin 60° = 1{,}39$ m.

$$\frac{1}{2} m \cdot v_3^2 = m \cdot g \cdot h_3$$

$$v_3 = \sqrt{2\,g \cdot h_3} = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 1{,}39} = 5{,}2 \text{ m/s}$$

- Altura entre (1) y (4): $h_4 = l = 1{,}6$ m. Por tanto, la velocidad sería:

$$v_4 = \sqrt{2\,g \cdot h_4} = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 1{,}6} = 5{,}6 \text{ m/s}$$

Para calcular las energías cinética y potencial gravitatoria en (2) basta calcular una de ellas, porque son iguales:

$$-E_p(2) = E_c(2) = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} 0{,}1 \times 4^2 = 0{,}8 \text{ J}$$

En el punto (3) sería:

$$-E_p(3) = E_c(3) = \frac{1}{2} m \cdot v_3^2 = \frac{1}{2} 0{,}1 \times 5{,}2^2 = 1{,}35 \text{ J}$$

42 Cuando una bola de 150 g de masa choca contra un péndulo balístico de 10 kg de masa, se observa que el centro de gravedad del péndulo se eleva una altura de 15 cm y la bola queda incrustada en el péndulo. Calcula la velocidad de la bola.

En el choque inelástico que se produce entre la bola y el péndulo plantearemos la conservación del momento lineal del sistema.

En el instante inicial solo se mueve la bola, por tanto, el momento lineal del sistema será:

$$p_i = m \cdot v$$

Después del choque de la bola y el péndulo se mueven juntos formando un solo cuerpo de masa la suma de las masas. Por tanto, el momento lineal del sistema será:

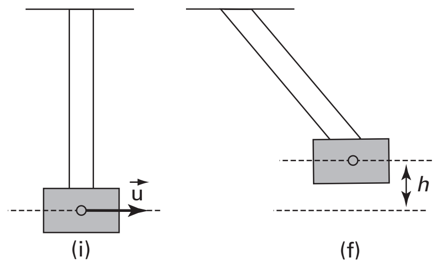
$$p_f = (m + M)\ u$$

Aplicamos la conservación del momento:

$$p_i = p_f \quad \rightarrow \quad m \cdot v = (m + M)\ u \quad \rightarrow \quad v = \frac{m + M}{m}\ u$$

En este segundo paso, el sistema que ha adquirido la velocidad u se eleva hasta una cierta altura h, referida a la dirección inicial del movimiento de la bola. La energía mecánica del sistema se conserva, en consecuencia:

$$E_m(\text{i}) = E_m(\text{f})$$



En el instante inicial toda la energía mecánica es energía cinética, por tanto:

$$E_m(\text{i}) = \frac{1}{2}\ (m + M)\ u^2$$

En el estado final toda la energía mecánica es energía potencial gravitatoria, por tanto:

$$E_m(\text{f}) = (m + M)\ g \cdot h$$

La conservación implica que:

$$\frac{1}{2}\ (m + M)\ u^2 = (m + M)\ g \cdot h \quad \rightarrow \quad u = \sqrt{2\ g \cdot h}$$

Sustituimos esta velocidad en la ecuación del choque obtenemos:

$$v = \frac{m + M}{m} \sqrt{2\ g \cdot h}$$

Sustituimos los datos:

$$v = \frac{0{,}15 + 10}{0{,}15} \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 0{,}15} = 116 \text{ m/s}$$

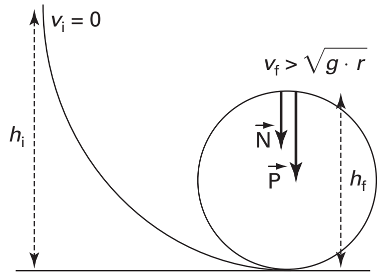
43 El tren de esta atracción, de 10 t, «riza el rizo», cuyo radio mide 10 m. Calcula, en ausencia de rozamiento:

a) La energía cinética mínima que debe tener el tren en el punto más alto del trayecto circular.

b) La altura mínima, referida a la base del rizo, desde la que al dejar caer el tren se describa el rizo.

a) Las fuerzas que actúan sobre el tren en el punto más alto del rizo son:

- El peso: $\mathbf{P} = (0,\ m \cdot g)$.
- La normal: $\mathbf{N} = (0,\ N)$.



Como el movimiento es circular, la suma de estas fuerzas debe ser igual a la masa por la aceleración centrípeta:

$$m \cdot g + N = m \frac{v^2}{r}$$

La mínima velocidad sería aquella que hace $N = 0$, de forma que:

$$m \cdot g = m \frac{v^2_{\text{min}}}{r} \quad \rightarrow \quad v^2_{\text{min}} = g \cdot r = 9{,}81 \times 10 = 98{,}1\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

La energía cinética será:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2_{\text{min}} = \frac{1}{2}\, 10\,000 \times 98{,}1 = 490\,500\ \text{J}$$

b) Como no hay rozamientos, la energía mecánica se conserva, por tanto:

$$\Delta E_m = 0 \quad \rightarrow \quad E_m(\text{f}) - E_m(\text{i}) = 0$$

- El instante inicial, el de la salida del tren, desde una altura h_i de la montaña rusa, solo tiene energía potencial gravitatoria:

$$E_m(\text{i}) = m \cdot g \cdot h_i$$

- El instante final, cuando pasa por el punto más alto del rizo, tiene energía cinética y potencial gravitatoria (se encuentra a una altura $h_f = 2\ r$):

$$E_m(\text{f}) = m \cdot g \cdot h_f + \frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot 2\ r + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot r = \frac{5}{2} m \cdot g \cdot r$$

Por tanto obtenemos:

$$\frac{5}{2} m \cdot g \cdot r - m \cdot g \cdot h_i = 0 \quad \rightarrow \quad h_i = \frac{5}{2} r \quad \rightarrow \quad h_i = 25\ \text{m}$$

44 Desde 1 m de altura dejas caer una bola de acero que pesa 200 g sobre un piso firme y pulido y la bola rebota hasta 30 cm. ¿Hay conservación de la energía mecánica? Si se ha perdido energía mecánica, calcula cuánta y dónde se ha ido esa energía.

No hay conservación de la energía mecánica, el choque con el piso no es elástico, en consecuencia la energía cinética no se conserva y la bola no sube a la misma altura.

La energía transformada como no recuperable es la diferencia de energía potencial de la bola:

$$\Delta E_p = E_{p_2} - E_{p_1} = m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g\ (h_2 - h_1) = 0{,}2 \times 9{,}81\ (0{,}3 - 1) = -1{,}37\ \text{J}$$

Esta energía se transforma fundamentalmente en:

- Trabajo de deformación de la bola y el piso.
- Energía interna del piso y de la bola aumentando su temperatura
- Energía ondulatoria debido a que se genere un sonido o se transmita una vibración por el suelo.

45 La energía total de un oscilador armónico de masa 150 g y de período $T = 2$ s, es igual a 3×10^{-2} J. Escribe la ecuación del movimiento si en $t = 0$ s, $x = A$.

La ecuación general de un oscilador armónico es:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

Cuando $t = 0$ s, la elongación es igual a la amplitud. Si sustituimos esta condición en la ecuación:

$$A = A\cos\varphi_0 \quad \rightarrow \quad 1 = \cos\varphi_0 \quad \rightarrow \quad \varphi_0 = 0 \text{ rad}$$

La ecuación del movimiento queda:

$$x = A\cos\omega t$$

La frecuencia angular la podemos obtener del período:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad}$$

La energía mecánica nos permite calcular el valor de la amplitud:

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \quad \rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{2E}{k}}$$

Como:

$$k = m\,\omega^2 \quad \rightarrow \quad k = 0{,}150 \times \pi^2 = 1{,}48 \text{ N/m}$$

$$A = \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 10^{-2}}{1{,}48}} = 0{,}20 \text{ m}$$

La ecuación del movimiento queda:

$$x = 0{,}20\cos\pi t$$

46 Un resorte de constante 500 N/m está unido a un punto fijo por uno de sus extremos, y por el otro, a un carrito de 250 g que rueda por un carril sin rozamiento apreciable en un plano horizontal. Se tira del carrito, desplazándolo 20 cm de su posición de equilibrio, y después se suelta.

a) Al volver a la posición inicial, ¿qué velocidad tendrá?

b) Calcula su energía cinética y su energía potencial al pasar por un punto situado a 6 cm antes de llegar a la posición de equilibrio.

a) La energía mecánica se conserva y su valor es:

$$E_m = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

La energía potencial elástica en la posición de equilibrio, $x = 0$, es cero, en consecuencia toda la energía es cinética:

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} k \cdot A^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{k \cdot A^2}{m}} = \sqrt{\frac{500 \times (0{,}2)^2}{0{,}25}} = 8{,}9 \text{ m/s}$$

b) La energía potencial elástica será:

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \frac{1}{2} 500\,(6 \times 10^{-2})^2 = 0{,}9 \text{ J}$$

Como la energía mecánica se conserva, la suma de la energía cinética y la potencial elástica será:

$$E_c + \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \frac{1}{2} k \cdot A^2 \quad \rightarrow \quad E_c = \frac{1}{2} k \cdot A^2 - \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \frac{1}{2} k\,(A^2 - x^2)$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$E_c = \frac{1}{2} 500\,(0{,}2^2 - 0{,}06^2) = 9{,}1 \text{ J}$$

47 Un cuerpo de 375 g está en contacto con un muelle de constante 400 N/m comprimido una longitud de 5 cm y sujeto mediante un seguro.

a) Si el muelle se coloca en posición vertical, el cuerpo queda inicialmente a 10 cm de altura. En caso de soltar el seguro, ¿qué altura máxima alcanza el cuerpo?

b) Si se coloca horizontal sobre una mesa que presenta un rozamiento de coeficiente $\mu = 0{,}20$, ¿qué distancia recorre el cuerpo sobre la mesa una vez dejado en libertad?

a) La energía mecánica se conserva, por tanto:

$$\Delta E_m = 0 \quad \rightarrow \quad E_m(\text{f}) - E_m(\text{i}) = 0$$

- En el estado final ($v_f = 0$), el cuerpo solo tiene energía potencial gravitatoria:

$$E_m(\text{f}) = m \cdot g \cdot h_f$$

- En el estado inicial, el cuerpo tiene energía potencial gravitatoria y energía potencial elástica:

$$E_m(\text{i}) = m \cdot g \cdot h_i + \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

Aplicamos la conservación de la energía mecánica:

$$m \cdot g \cdot h_f = m \cdot g \cdot h_i + \frac{1}{2} k \cdot x^2 \quad \rightarrow \quad h_f = \frac{m \cdot g \cdot h_i + \frac{1}{2} k \cdot x^2}{m \cdot g} \quad \rightarrow \quad h_f = 0{,}236 \text{ m} = 23{,}6 \text{ cm}$$

b) Al existir rozamiento, la energía mecánica no se conserva, pero se cumple:

$$\Delta E_m = W_r \quad \rightarrow \quad E_m(\text{f}) - E_m(\text{i}) = W_r$$

Donde W_r es el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento. Por tanto:

- En el estado final ($v_f = 0$), el cuerpo no tiene ni energía cinética ni potencial:

$$E_m(\text{f}) = 0$$

- En el estado inicial, el cuerpo solo tiene energía potencial elástica:

$$E_m(\text{i}) = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

- El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W_r = F_r \cdot d \cdot \cos 180° = \mu \cdot N \cdot d\,(-1) = -\mu \cdot m \cdot g \cdot d$$

Por tanto:

$$0 - \frac{1}{2} k \cdot x^2 = -\mu \cdot m \cdot g \cdot d$$

Despejamos la distancia recorrida por el cuerpo y sustituimos valores:

$$d = \frac{k \cdot x^2}{2\,\mu \cdot m \cdot g} \quad \rightarrow \quad d = 0{,}68 \text{ m}$$

48 Un oscilador armónico de constante $k = 0{,}25$ N/m, tiene una ecuación de movimiento en unidades internacionales del tipo, $x(t) = 0{,}4 \cos(5\pi\, t)$. Calcula la energía mecánica, la potencial y la cinética, en $t = 1{,}25$ s.

La energía mecánica es constante y su valor en todo momento será:

$$E_m = \frac{1}{2} k\, A^2 \quad \rightarrow \quad E_m = \frac{1}{2}\, 0{,}25 \times 0{,}4^2 = 0{,}02 \text{ J}$$

La posición de la partícula en $t = 1{,}25$ s será:

$$x\,(1{,}25) = 0{,}4 \cos\,(5\pi \times 1{,}25) = 0{,}28 \text{ m}$$

La energía potencial en ese instante será:

$$E_p = \frac{1}{2}\,k\,x^2 \quad\rightarrow\quad E_p = \frac{1}{2}\,0{,}25 \times 0{,}28^2 = 9{,}8 \times 10^{-3}\ \text{J}$$

Como la energía mecánica se conserva podemos calcular la energía cinética como:

$$E_m = E_c + E_p \quad\rightarrow\quad E_c = E_m - E_p$$

$$E_c = 0{,}02 - 9{,}8 \times 10^{-3} = 1{,}02 \times 10^{-2}\ \text{J}$$

49 Bajo la acción de fuerzas elásticas, un cuerpo de 1,5 kg de masa se mueve en el eje x de acuerdo con la ecuación expresada en el SI, $x(t) = 2\cos(100\pi\, t)$. Calcula:

a) La aceleración del cuerpo en función del tiempo.

b) La constante elástica del sistema.

c) La energía total del cuerpo.

La ecuación es la de un MAS de amplitud $A = 2$ m y frecuencia angular $\omega = 100\pi$ rad/s.

a) La velocidad se obtiene derivando la posición respecto al tiempo:

$$v(t) = \frac{d}{dt}\,x(t) = -\,2 \times 100\pi\,\sin(100\pi\, t) = -\,200\pi\,\sin\,(100\pi\, t)$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad respecto del tiempo:

$$a(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\,v(t) = -\,200\pi \times 100\pi\,\cos\,(100\pi\, t)$$

$$a(t) = -\,1{,}97 \times 10^5\,\cos\,(100\pi\, t)$$

b) La constante elástica del sistema se obtiene de la definición de la frecuencia angular, ω, del oscilador armónico:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad\rightarrow\quad k = m\,\omega^2$$

$$k = 1{,}5\,(100\pi)^2 = 1{,}48 \times 10^5\ \text{N/m}$$

c) La energía total es:

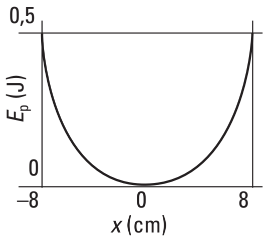
$$E_m = \frac{1}{2}\,k\,A^2 \quad\rightarrow\quad E_m = \frac{1}{2}\,1{,}48 \times 10^5 \times 2^2 = 2{,}96 \times 10^5\ \text{J}$$

50 En la figura se muestra la representación gráfica de la energía potencial, E_p, de un oscilador armónico constituido por una masa puntual de valor 300 g unida a un muelle horizontal. Calcula:

a) La constante elástica del muelle.

b) La aceleración máxima del oscilador.

c) La energía cinética cuando la masa está en la posición $x = +5{,}3$ cm.



La lectura de la gráfica permite conocer la amplitud del movimiento $A = 8$ cm y la energía potencial máxima, que coincide con la energía mecánica del oscilador:

$$E_{p(máx)} = E_m = \frac{1}{2}\,k\,A^2 = 0{,}5\ \text{J}$$

a) La constante elástica se puede calcular a partir de la energía mecánica:

$$k = \frac{2\,E_m}{A^2} \quad\rightarrow\quad k = \frac{2 \times 0{,}5}{(8 \times 10^{-2})^2} = 156{,}25\ \text{N/m}$$

b) La aceleración del oscilador es:

$$a = -\omega^2 x$$

La máxima será para $x = A$

$$a = -\omega^2 A = -\frac{k}{m} A$$

Sustituimos:

$$a = -\frac{156,25}{0,3}\,0,08 = -41,67 \text{ m/s}^2$$

c) Para calcular la energía cinética utilizaremos el principio de conservación de la energía mecánica. La energía potencial cuando $x = 5,3 \times 10^{-2}$ m será:

$$E_p = \frac{1}{2} k\, x^2 \quad \rightarrow \quad E_p = \frac{1}{2}\, 156,25\, (5,3 \times 10^{-2})^2 = 0,22 \text{ J}$$

Como la energía mecánica se conserva podemos calcular la energía cinética como:

$$E_m = E_c + E_p \quad \rightarrow \quad E_c = E_m - E_p$$
$$E_c = 0,5 - 0,22 = 0,28 \text{ J}$$

51 Define el kWh y explica por qué esta unidad es tan práctica en nuestra vida diaria.

Es una unidad de energía. Expresa la energía transformada por un aparato de 1 kW de potencia funcionando durante una hora.

Esta unidad es muy práctica porque es suficiente multiplicar la potencia del aparato por el tiempo, en horas, durante el que está funcionando para obtener la energía transformada. Se utiliza cotidianamente en electricidad. Su equivalencia en julios es:

$$1 \text{ kWh} = 1\,000 \text{ W} \times 3\,600 \text{ s} = 3\,600\,000 \text{ J}$$

El julio es una unidad muy pequeña y por tanto poco práctica para los consumos eléctricos.

52 Define el concepto de potencia e indica uno o varios ejemplos ilustradores. Cita las unidades más frecuentes de potencia.

La potencia relaciona la cantidad de energía transformada y el tiempo en el que se realiza la transformación.

La potencia está definida como la energía transformada en la unidad de tiempo. En el SI se mide en vatios (W).

$$P = \frac{\Delta E}{t} \quad \rightarrow \quad 1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ s}}$$

Las unidades de potencia más utilizadas son:

- El kilovatio (kW) y el megavatio (MW): 1 kW = 10^3 W; 1 MW = 10^6 W.
- Aunque no es una unidad del SI, todavía se emplea en algunos sectores el caballo de vapor (CV): 1 CV = 735 W.

53 Por una cascada de 60 m de altura caen 50 m^3 de agua por segundo. ¿Cuántas bombillas de 100 W se podrían encender si se pudiese aprovechar el 75 % de la energía producida por la caída del agua?

El volumen de agua que se mueve en cada segundo es V = 50 m^3 = 50 000 L que corresponde a una masa de agua de 50 000 kg en cada segundo.

La energía que puede suministrar la cascada en cada segundo viene dada por:

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot h$$

Sustituimos valores:

$$\Delta E_p = 5 \times 10^4 \times 9,81 \times 60 = 2,94 \times 10^7 \text{ J}$$

Como esta es la energía transformada en un segundo, la potencia será:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{2{,}94 \times 10^7}{1} = 2{,}94 \times 10^7 \text{ W}$$

Si solo se aprovecha el 75 % de esa potencia tendremos:

$$P_u = 0{,}75\ P = 0{,}75 \times 2{,}94 \times 10^7 = 2{,}21 \times 10^7 \text{ W}$$

Si cada bombilla tiene una potencia, P_b, igual a 100 W, el número N de bombillas sería:

$$N = \frac{P_u}{P_b} = \frac{2{,}21 \times 10^7}{100} = 221\,000 \text{ bombillas}$$

54 ¿Qué potencia desarrolla una grúa portuaria que levanta un contenedor de 12 800 kg a 9 m de altura en 60 s?

El trabajo que realiza la grúa será:

$$W = \Delta E_p = m \cdot g \cdot h = 12\,800 \times 9{,}81 \times 9 = 1\,130\,112 \text{ J}$$

Este trabajo lo realiza en 20 s, por tanto, la potencia será:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1\,130\,112}{60} = 18\,835 \text{ W} = 18{,}8 \text{ kW}$$

55 En un pozo de sondeo con agua a 70 m, calcula:

a) La potencia de un motor que extraiga 6 000 litros de agua cada hora.

b) Si el rendimiento del motor es η = 54 %, ¿qué cantidad de energía hay que suministrarle para que realice este trabajo?

a) El trabajo que tiene que realizar el motor para subir una masa de 6 000 kg de agua, una altura Δh = 70 m es:

$$W = \Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h \quad \rightarrow \quad W = 4\,120\,200 \text{ J}$$

Este trabajo lo realiza en un tiempo de una hora, o lo que es lo mismo: t = 3 600 s. Por tanto, la potencia es:

$$P = \frac{W}{t} \quad \rightarrow \quad P = 1\,144{,}5 \text{ W}$$

b) El rendimiento viene dado por la expresión:

$$\eta(\%) = \frac{\text{Energía útil}}{\text{Energía transformada}}\ 100$$

Por tanto, la energía transformada será:

$$\Delta E_t = \frac{\text{Energía útil}}{\eta(\%)}\ 100 \quad \rightarrow \quad \Delta E_t = \frac{4\,120\,200}{54}\ 100 = 7\,630\,000 \text{ J}$$

56 Define la unidad en que se mide el trabajo, el calor y la energía.

La unidad en el sistema internacional es el julio (J), definido como el trabajo realizado por la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento de un newton (N) cuando desplaza su punto de aplicación un metro.

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$$

57 Razona la siguiente frase: «Los cuerpos tienen calor o tienen temperatura».

La temperatura es una propiedad de la materia, por tanto es cierto que los cuerpos pueden tener más o menos temperatura. Sin embargo, el **calor no es una propiedad de la materia,** de modo que los cuerpos no tienen calor. El calor es la medida de la energía que se transforma entre dos sistemas a diferente temperatura.

58 Si tocas la pata metálica de tu mesa y después tocas la madera del tablero, las sensaciones térmicas serán diferentes. ¿Están a la misma temperatura la pata y el tablero? ¿Por qué la sensación térmica es distinta?

La temperatura es la misma y coincide con la temperatura de la habitación donde se encuentre la mesa. La sensación es diferente porque los materiales metálicos conducen mejor el calor que la madera.

Cuando tocas la pata metálica, como tú estás a 36 °C, se produce una conducción de calor muy rápida, por lo que la sensación que te produce es la de estar fría.

Si tocas la madera del tablero la conducción es muy pequeña, por lo que te parece que su temperatura es mayor.

59 Realiza las siguientes conversiones:

a) –20 °C. Exprésalo en °F y en K.

b) 52 °F. Exprésalo en °C y en K.

c) 400 K. Exprésalo en °C y en °F.

Los cambios en los valores de las temperaturas se realizan mediante las relaciones siguientes:

$$\frac{T_C}{100} = \frac{T_F - 32}{180} \quad ; \quad T_K = 273{,}15 + T_c$$

a) Si $T_C = -20$ °C:

$$T_F = \frac{180\ T_C}{100} + 32 = \frac{180\ (-20)}{100} + 32 = -4\ °F \quad ; \quad T_K = 273{,}15 + (-20) = 253{,}15\ K$$

b) Si $T_F = 52$ °F:

$$T_C = \frac{T_F - 32}{180}\ 100 = \frac{52 - 32}{180}\ 100 = 11{,}11\ °C \quad ; \quad T_K = 273{,}15 + 11{,}11 = 284{,}26\ K$$

c) Si $T_K = 400$ K :

$$T_C = T_K - 273{,}15 = 400 - 273{,}15 = 126{,}85\ °C \quad ; \quad T_F = \frac{180\ T_c}{100} + 32 =$$
$$= \frac{180 \times 126{,}85}{100} + 32 = 260{,}33\ °F$$

60 Se deja caer una piedra de 750 g desde una altura de 1 200 m en un recipiente que contiene 10 kg de agua.

a) ¿Con qué velocidad llega la piedra al recipiente?

b) Si toda su E_c se empleara en calentar el agua, ¿cuánto se eleva la temperatura del agua? (Dato: a 10^5 Pa: c_e = 4 180 J/(kg °C).)

a) La energía mecánica se conserva, en consecuencia: $E_m(i) = E_m(f)$.

La energía mecánica al inicio de la caída es toda potencial gravitatoria: $E_m(i) = m \cdot g \cdot h$.

La energía mecánica al llegar al recipiente es toda cinética: $E_m(f) = \frac{1}{2}\ m \cdot v^2$.

Aplicando la conservación de la energía obtenemos:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}\ m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2\ g \cdot h} = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 1\,200} = 153{,}4\ m/s$$

b) La energía de la piedra al llegar al recipiente sería:

$$E_m = m \cdot g \cdot h = 0{,}75 \times 9{,}81 \times 1\,200 = 8\,829\ J$$

Si esta energía se emplease en calentar los 10 kg de agua se tendría:

$$8\,829 = m \cdot c_e \cdot \Delta T \quad \rightarrow \quad \Delta T = \frac{8\,829}{m \cdot c_e} = \frac{8\,829}{10 \times 4\,180} = 0{,}21\ °C$$

61 Una resistencia de 1 500 W de potencia se introduce en un recipiente que contiene 15 L de agua. Suponiendo que un 80 % de la energía eléctrica desarrollada por la resistencia se invierta en calentar el agua, ¿qué temperatura tendrá el agua al cabo de 15 minutos, si inicialmente estaba a 20 °C? (Dato: calor específico del agua: 4 180 J/(kg °C).)

La energía que proporciona la resistencia es de 1 500 J cada segundo. Como la transformación tiene un rendimiento del 80%, en realidad suministra:

$$P = 0{,}80 \times 1\,500 = 1\,200 \text{ J/s.}$$

Por tanto, en 15 minutos proporciona:

$$Q = P \cdot t = 1\,200 \times 15 \times 60 = 1\,080\,000 \text{ J}$$

Esta energía se utiliza para elevar la temperatura del agua:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T \quad \rightarrow \quad \Delta T = \frac{Q}{m \cdot c_e} = \frac{1\,080\,000}{15 \times 4\,180} = 17{,}2 \text{ °C}$$

La temperatura final será:

$$\Delta T = T_f - T \quad \rightarrow \quad T_f = \Delta T + T_i = 17{,}2 + 20 = 37{,}2 \text{ °C}$$

62 Un calentador eléctrico de 2,5 kW calienta el agua de un depósito de 70 L desde la temperatura inicial de 18 °C hasta 50 °C. ¿Qué tiempo necesita si el rendimiento de la transformación de energía eléctrica en térmica es del 80 %?

El calor necesario para elevar la temperatura del agua será:

$$Q = m \cdot c_e\,(T_f - T_i) = 70 \times 4\,180\,(50 - 18) = 9{,}4 \times 10^6 \text{ J}$$

Esta energía la proporciona el calentador, que es capaz de suministrar 2 500 J cada segundo. Como la transformación tiene un rendimiento del 80 %, en realidad suministra:

$$P = 0{,}80 \times 2\,500 = 2\,000 \ \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Por tanto, el tiempo que se necesita será:

$$Q = P \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{Q}{P} = \frac{9{,}4 \times 10^6}{2\,000} = 4\,700 \text{ s} = 1{,}3 \text{ h}$$

63 En una bolsa de frutos secos se indica que su valor energético es de 2 655 kJ/100 g. Calcula este valor en kJ/kg y en J/kg.

El contenido energético, Q, es:

$$Q = \frac{E}{m} = \frac{2\,655 \text{ kJ}}{0{,}1 \text{ kg}} = 26\,550 \text{ kJ/kg} \quad \rightarrow \quad Q = 26\,550 \times 1\,000 = 26\,550\,000 \text{ J/kg} =$$

$$= 26{,}55 \times 10^6 \text{ J/kg}$$

64 Un chip de un circuito, fabricado con 1,05 g de silicio, absorbe energía, produciendo un aumento de su temperatura. El funcionamiento correcto requiere una temperatura constante de 45 °C, la cual se consigue mediante un ventilador, ya que si la temperatura alcanza los 90 °C, el chip deja de funcionar. En un determinado momento, el ventilador se detiene. ¿Cuánto tiempo estará funcionando el circuito? (Datos: consumo del chip, 15 mW; calor específico del silicio, 700 J/(kg K).)

El calor necesario para aumentar la temperatura del silicio desde 45 °C hasta 90 °C es:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T = 1{,}05 \times 10^{-3} \times 700 \times 45 = 33{,}1 \text{ J}$$

Esta energía la proporciona el propio chip si no se refrigera a razón de 15×10^{-3} julios por segundo, por tanto el tiempo que se necesita será:

$$Q = P \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{Q}{P} = \frac{33{,}1}{15 \times 10^{-3}} = 2\,206{,}7 \text{ s} = 36{,}8 \text{ min}$$

65 ¿Qué es el calor de cambio de estado? Indica las unidades en las que se mide en el SI.

El calor latente, o calor de cambio de estado, es una propiedad característica de las sustancias puras que indica el calor que necesita, a una determinada presión y temperatura, la unidad de masa para cambiar su estado de agregación.

Las unidades en el SI son J/kg.

66 En el aula hay un termómetro que marca una temperatura de 23 °C. ¿Qué temperatura tienen las mesas y las sillas del aula?

Las mesas y las sillas estarán también a 23 °C, ya que los cuerpos en contacto, al cabo de cierto tiempo, alcanzan la misma temperatura.

67 Se condensa 1 kg de vapor de alcohol a 78,3 °C y supongamos que la energía absorbida por el alcohol la pudiéramos transformar íntegramente para lanzar en vertical hacia arriba un objeto de 25 kg. ¿A qué velocidad será propulsado el objeto y qué altura alcanzará en este movimiento? (Dato: $L_v = 8{,}46 \times 10^5$ J/kg.)

El calor que se desprende al condensar 1 kg de vapor de alcohol es:

$$Q = m \cdot L_v = 1 \times 8{,}46 \times 10^5 = 8{,}46 \times 10^5 \text{ J}$$

Si esta energía se transforma en energía cinética:

$$Q = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2\,Q}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 8{,}46 \times 10^5}{25}} = 260 \text{ m/s}$$

Si esta energía cinética se transforma en potencial gravitatoria:

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \quad \rightarrow \quad h = \frac{v^2}{2\,g} = 344{,}5 \text{ m} = 3{,}45 \text{ km}$$

68 En una vasija de paredes aislantes se introducen cantidades iguales de agua, a 50 °C, y de hielo, a –40 °C.

a) ¿Se fundirá todo el hielo?

b) ¿Cuál será la temperatura final de la mezcla?

Para fundir todo el hielo se requiere primero una cierta cantidad de energía Q'_1 para elevar la temperatura hasta la temperatura de fusión del hielo, 0 °C:

$$Q'_1 = m \cdot c_h\,(0 - (-40)) \quad \rightarrow \quad Q'_1 = m \cdot 2\,090 \times 40 = 83\,600\ m \text{ J}$$

Después, se requiere una cantidad de energía Q'_2 para cambiar el estado de sólido a líquido:

$$Q'_2 = m \cdot L_f \quad \rightarrow \quad Q'_2 = m \cdot 334\,400 \text{ J}$$

En total:

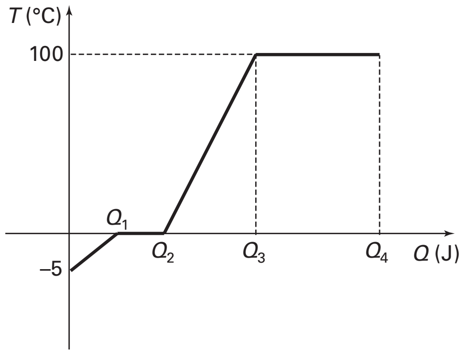
$$Q' = Q'_1 + Q'_2 = 418\,000\ m \text{ J}$$

El agua puede transferir una cantidad de energía:

$$Q = m \cdot c_a\,(0 - 50) = m \cdot 4\,180\,(-50) = -209\,000\ m \text{ J}$$

Estos 209 000 J los absorbería el hielo, pero no son suficientes para fundir toda su masa, en consecuencia, al final se tendría una mezcla de hielo y agua líquida. Por tanto la temperatura sería 0 °C.

69 Realizando un diagrama de pasos, calcula la energía absorbida por 1,5 kg de hielo a –5 °C al transformarse en vapor de agua a 100 °C. (Datos: L_f = 334,4 kJ kg^{-1}; L_v = 2 257,2 kJ kg^{-1}; $c_{e\,(hielo)}$ = 2,09 kJ/(kg °C).)



El calor absorbido será:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

Q_1: calor necesario para elevar la temperatura del hielo desde –5 °C hasta el punto de fusión, 0 °C.

$$Q_1 = m \cdot c_e \cdot (T_f - T_i) = 1{,}5 \times 2{,}09\ (0 - (-5)) = 15{,}68 \text{ kJ}$$

Q_2: calor necesario para producir la fusión.

$$Q_2 = m \cdot L_f = 1{,}5 \times 334{,}4 = 501{,}6 \text{ kJ}$$

Q_3: calor necesario para elevar la temperatura del agua desde 0 °C hasta el punto de ebullición.

$$Q_3 = m \cdot c_e \cdot (T_f - T_i) = 1{,}5 \times 4{,}18\ (100 - 0) = 627 \text{ kJ}$$

Q_4: calor necesario para producir la vaporización.

$$Q_4 = m \cdot L_v = 1{,}5 \times 2\,257{,}2 = 3\,385{,}8 \text{ kJ}$$

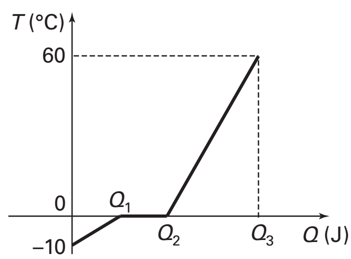
Sumando estos valores:

$$Q = 15{,}68 + 501{,}6 + 627 + 3\,385{,}8 = 4\,530{,}1 \text{ kJ}$$

70 Teniendo en cuenta que la sustancia es el agua, halla la energía transformada en los siguientes procesos de calentamiento a presión constante. (Datos: L_f = 334,4 kJ kg^{-1}; L_v = 2 257,2 kJ kg^{-1}; $c_{e\,(hielo)}$ = 2,09 kJ/(kg °C); $c_{e\,(agua)}$ (l) = 4 180 J/(kg °C)):

a) M = 100 g, T_1 = –10 °C, T_2 = 60 °C.
b) M = 5 g, T_1 = 50 °C, T_2 = 100 °C (v).
c) M = 40 g, T_1 = 0 °C (s), T_2 = 80 °C.
d) M = 400 g, T_1 = –40 °C, T_2 = 0 °C (s).

a) Para la primera transformación, el calor absorbido será: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$



Q_1: calor necesario para elevar la temperatura del hielo desde –10 °C hasta el punto de fusión, 0 °C.

$$Q_1 = m \cdot c_e\ (T_f - T_i) = 0{,}1 \times 2\,090\ (0 - (-10)) = 2\,090 \text{ J}$$

Q_2: calor necesario para producir la fusión.

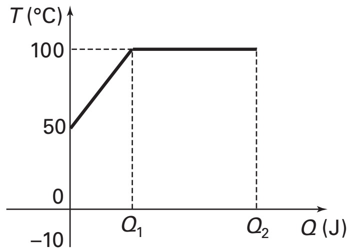
$$Q_2 = m \cdot L_f = 0{,}1 \times 334\,400 = 33\,440 \text{ J}$$

Q_3: calor necesario para elevar la temperatura del agua desde 0 °C hasta 60 °C.

$$Q_3 = m \cdot c_e\,(T_f - T_i) = 0{,}1 \times 4180\,(60 - 0) = 25\,080 \text{ J}$$

Sumamos: $Q = 2090 + 33\,440 + 25\,080 = 60\,610$ J

b) Para la segunda transformación, el calor absorbido será: $Q = Q_1 + Q_2$



Q_1: calor necesario para elevar la temperatura del agua desde 50 °C hasta el punto de ebullición.

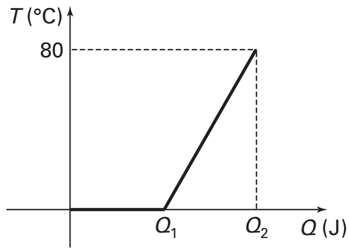
$$Q_1 = m \cdot c_e\,(T_f - T_i) = 0{,}005 \times 4180\,(100 - 50) = 1045 \text{ J}$$

Q_2: calor necesario para producir la vaporización.

$$Q_2 = m \cdot L_v = 0{,}005 \times 2\,257\,200 = 11\,286 \text{ J}$$

Sumamos estos valores: $Q = 1045 + 11\,286 = 12\,331$ J

c) Para la tercera transformación, el calor absorbido será: $Q = Q_1 + Q_2$



Q_1: calor necesario para producir la fusión.

$$Q_1 = m \cdot L_f = 0{,}04 \times 334\,400 = 13\,376 \text{ J}$$

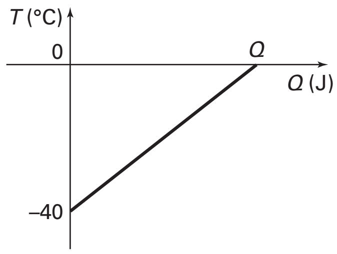
Q_2: calor necesario para elevar la temperatura del agua desde 0 °C hasta 80 °C.

$$Q_2 = m \cdot c_e\,(T_f - T_i) = 0{,}04 \times 4180\,(80 - 0) = 13\,376 \text{ J}$$

Sumamos estos valores obtenemos:

$$Q = 13\,376 + 13\,376 = 26\,752 \text{ J}$$

d) Para la cuarta transformación solo se requiere un paso.



Q: calor necesario para elevar la temperatura del hielo desde –40 °C hasta el punto de fusión, 0 °C.

$$Q = m \cdot c_e\,(T_f - T_i) = 0{,}4 \times 2090\,(0 - (-40)) = 33\,440 \text{ J}$$

71 Preparamos el baño de un bebé con 8 L de agua a 50 °C. ¿Qué cantidad de agua a 20 °C hay que añadir para que su temperatura sea de 35 °C? (Datos: calor específico del agua = 4 180 J/(kg · °C); densidad agua, 1 kg/L.)

En el equilibrio, el calor cedido por el agua a 50 °C debe ser el mismo que el calor absorbido por el agua a 20 °C, de forma que:

$$Q_c + Q_a = 0$$

Tenemos en cuenta el valor de la densidad del agua:

$$Q_c = M \cdot c_e \cdot \Delta T = 8 \times 4\,180\,(35 - 50) = -167\,200 \text{ J}$$
$$Q_a = m \cdot c_e \cdot \Delta T = m \cdot 4\,180\,(35 - 20) = 62\,700\, m$$

Aplicamos la condición de equilibrio:

$$-167\,200 + 62\,700\, m = 0 \quad \rightarrow \quad m = 2{,}7 \text{ kg}$$

Es decir, 2,7 L de agua.

72 Resuelve las siguientes cuestiones:

a) ¿Puede un sistema absorber energía sin que varíe su energía interna?

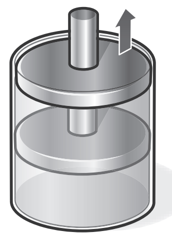
b) Cuando un sistema pasa de un estado (1) a un estado (2), ¿el calor es el mismo en todos los procesos que unen esos estados?

a) Sí, en el caso de los gases ideales siempre que no varíe su temperatura (procesos isotérmicos).

b) No, el calor no es función de estado, en consecuencia, depende del proceso que se siga para ir desde el estado 1 al estado 2.

73 Un cilindro cerrado por un pistón móvil contiene 4,42 L de un gas ideal a presión de 140 kPa. Se tira muy lentamente del pistón hasta duplicar su volumen, manteniendo la temperatura constante, proceso durante el cual se realiza un trabajo de 428,9 J. Calcula el calor en el proceso.

La energía interna de un sistema solo depende de la temperatura y su masa, en consecuencia si la temperatura se mantiene constante (*m* también), la variación de la energía interna del sistema es cero.



$$\text{Si } T = \text{Cte.} \quad \rightarrow \quad \Delta U = 0$$

El primer principio indica que:

$$\Delta U = Q + W \quad \rightarrow \quad 0 = Q + W \quad \rightarrow \quad Q = -W \quad \rightarrow \quad Q = -428{,}9 \text{ J}$$

74 Un bloque de hielo de 1 kg, inicialmente a 0 °C, se calienta y se funde, convirtiéndose en agua a 4 °C. El proceso tiene lugar a una presión de $1{,}01 \cdot 10^5$ Pa. Calcula el trabajo realizado en el proceso. (Datos: $d_{\text{hielo}} = 0{,}917$ g/cm^3, $d_{\text{agua}} = 1$ g/cm^3.)

El trabajo realizado es:

$$W = p\,\Delta V = p\,(V_{\text{agua}} - V_{\text{hielo}})$$

El volumen, conocida la densidad será:

$$d = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad V = \frac{m}{d}$$

$$V_{\text{agua}} = \frac{1\,000}{1} = 1\,000 \text{ cm}^3; \qquad V_{\text{hielo}} = \frac{1\,000}{0{,}917} = 1\,090{,}51 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = -90{,}51 \text{ cm}^3 = -90{,}51 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

El trabajo queda:

$$W = 1{,}01 \times 10^5\,(-90{,}51 \times 10^{-6}) = -9{,}14 \text{ J}$$

El signo menos del trabajo indica que es el sistema el que realiza el trabajo.

75 Al calentar medio litro de agua, la energía interna aumenta en 85 000 J. Si suponemos que no se ha incrementado el volumen: (Dato: $c_e = 4\,180$ J/kg °C.)

a) ¿Qué trabajo realiza el sistema?

b) ¿Cuál será la variación de temperatura que experimenta el agua?

a) Si no hay variación en el volumen el trabajo será:

$$W = 0.$$

b) Como $\Delta U = W + Q$, el calor será igual a la variación de energía interna:

$$Q = \Delta U = 85\,000 \text{ J}$$

Como:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T \quad \rightarrow \quad \Delta T = \frac{Q}{m \cdot c_e} = \frac{85\,000}{0{,}5 \times 4\,180} = 40{,}7 \text{ °C}$$

76 Un volumen de 250 cm^3 (masa 250 g) de agua líquida a 100 °C se transforma en 8350 cm^3 de vapor a 100 °C cuando se hierve a presión constante de 10^5 Pa. Calcula en este proceso:

a) El calor.

b) El trabajo.

c) La variación de energía interna que tiene lugar en la vaporación.

(Datos: *a* 10^5 Pa: $L_v = 2{,}26 \times 10^6$ J/kg).

a) El calor necesario para vaporizar 250 g de agua líquida será:

$$Q = m \cdot L_v = 0{,}25 \times 2{,}26 \times 10^6 = 565\,000 \text{ J}$$

b) El trabajo a presión constante será:

$$W = -p\,\Delta V$$

La variación de volumen en la vaporización es:

$$\Delta V = V_v - V_a = 8350 - 250 = 8100 \text{ cm}^3 = 8{,}1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

Por tanto, el trabajo que realiza el sistema es:

$$W = -10^5 \times 8{,}1 \times 10^{-3} = -810 \text{ J}$$

c) El primer principio permite escribir:

$$\Delta U = Q + W = 565\,000 + (-810) = 564\,190 \text{ J}$$

77 Un bloque de hielo de 150 g, inicialmente a 0 °C, se calienta y se funde, pasando a agua a 0 °C. El proceso tiene lugar a una presión de 10^5 Pa. Calcula:

a) El calor.

b) El trabajo.

c) El cambio de energía interna.

(Datos: densidad del hielo a 0 °C = 917 kg/m^3, calor de fusión del hielo = 334400 J/kg.)

a) El calor necesario para fundir 150 g de hielo será:

$$Q = m \cdot L_f = 0{,}15 \times 334\,400 = 50\,160 \text{ J}$$

b) El trabajo a presión constante será:

$$W = -p\,\Delta V$$

Como la densidad es la masa de la unidad de volumen, los volúmenes ocupados por 150 g de agua en estado sólido y líquido son:

$$V_h = \frac{m}{d_h} = \frac{0{,}15}{917} = 1{,}64 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \rightarrow V_a = \frac{m}{d_a} = \frac{0{,}15}{1000} = 1{,}5 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

La variación de volumen en la fusión es:

$$\Delta V = V_a - V_h = 1{,}5 \times 10^{-4} - 1{,}64 \times 10^{-4} = -0{,}14 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Por tanto, el trabajo que realiza el sistema es:

$$W = -10^5 (-0{,}14 \times 10^{-4}) = 1{,}4 \text{ J}$$

c) El primer principio permite escribir:

$$\Delta U = Q + W = 50\,160 + 1{,}4 = 50\,161{,}4 \text{ J}$$

78 Un gas ideal absorbe 100320 J, manteniendo su temperatura constante.

a) ¿Cuánto se ha incrementado su energía interna?

b) ¿Qué trabajo realiza el sistema?

a) La energía interna sólo depende de la temperatura, en consecuencia si no hay variación de la tem-peratura $\Delta U = 0$.

b) Como $\Delta U = W + Q$

$$0 = W + Q \quad \rightarrow \quad W = -Q = -100\,320 \text{ J}$$

79 El segundo principio de la termodinámica permite transformar íntegramente el trabajo en calor. Pon un ejemplo.

Una estufa de resistencia eléctrica transforma todo el trabajo en calor.

80 En una expansión isotérmica de un gas ideal, $\Delta U = 0$ J, por tanto, todo el calor que proporcionamos al sistema se transforma íntegramente en trabajo:

$$0 = Q + W \quad \rightarrow \quad Q = -W$$

¿Está esto en contra del segundo principio de la termodinámica?

En el enunciado del segundo principio se habla de procesos cíclicos, que dejan al sistema en un estado final igual al inicial. Sí es posible transformar calor en trabajo si el estado final es diferente del inicial. En una expansión isotérmica de un gas ideal, todo el calor que entra se transforma íntegramente en trabajo, pero al final el volumen del gas es diferente del inicial.

81 Cuando metemos agua en el congelador de la nevera, al cabo de un cierto tiempo obtenemos cubitos de hielo. En este proceso aumenta el orden en el agua, por tanto, la entropía disminuye. ¿Está la formación de cubitos de hielo en contra del segundo principio de la termodinámica?

No existe contradicción alguna. Es cierto que la entropía del agua disminuye al hacerse hielo, sin embargo esto se logra a partir de un trabajo que realiza el motor del congelador. La entropía del entorno aumenta mucho más que la del sistema de forma que globalmente la entropía crece.

82 Calcula la variación de entropía que se produce al fundir 500 g de hielo a 0 °C. Este proceso, ¿es espontáneo? (Dato: $L_f = 334{,}4$ kJ kg^{-1}.)

La variación de entropía es:

$$\Delta S = \frac{Q_f}{T}$$

El proceso se realiza a temperatura constante, $T = 273$ K.

El calor de fusión del hielo es:

$$Q_f = m\, L_f \quad \rightarrow \quad Q_f = 0{,}5 \times 334{,}4 = 167{,}2 \text{ kJ} = 167\,200 \text{ J}$$

Por tanto:

$$\Delta S = \frac{167\,200 \text{ J}}{273 \text{ K}} = 612{,}45 \text{ J/K}$$

83 La gasolina tiene un poder calorífico de 5×10^7 J/L. Calcula el rendimiento del motor de un automóvil que realiza un trabajo de $2{,}8 \times 10^7$ J por cada litro de gasolina quemado.

Por cada litro de gasolina quemada el motor absorbe $Q_1 = 5 \times 10^7$ J, como el trabajo realizado es de $2{,}8 \times 10^7$ J el rendimiento del motor será:

$$\eta = \frac{W}{Q_1} \quad \rightarrow \quad \eta = \frac{2{,}8 \times 10^7}{5 \times 10^7} = 0{,}56$$

En general los rendimientos se suelen dar en tanto por ciento, por tanto:

$$\eta = 56 \text{ \%}$$