Cierto día, la probabilidad de que llueva en la ciudad A es 0'3, la de que no llueva en la ciudad B es 0'6 y la de que llueva, al menos, en una de las dos ciudades es 0'5.

a) Calcular la probabilidad de no llueva en ninguna de las dos ciudades.

b) Calcular la probabilidad de que llueva en las dos. ¿Son independientes los sucesos "llueve en la ciudad A" y "llueve en la ciudad B"?

$P(A)=0,3$ A: "llueve en la ciudad A" $\bar{A}$: "no llueve en A"

$P(\bar{B})=0,6$ B: "llueve en la ciudad B". $\bar{B}$: "no llueve en B".

$P(A\cup B)=0,5 \leftarrow$ "la de que llueva al menos en una de las dos ciudades"

otra manera de expresarlo:

"la de que llueva en la ciudad A o en la ciudad B"

UNIÓN

a) $P(\bar{A}\cap\bar{B}) \leftarrow$ Nos piden la probabilidad de que no llueva en ninguna de las dos ciudades.

No llueve en A y no llueve en B

INTERSECCIÓN

Para calcular $P(\bar{A}\cap\bar{B})$ tenemos en cuenta que $P(\bar{A}\cap\bar{B}) = P(\overline{A\cup B})$

Además $P(A\cup B)+P(\overline{A\cup B})=1$; $P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)$

luego $P(\bar{A}\cap\bar{B}) = P(\overline{A\cup B}) = 1-P(A\cup B) = 1-0,5 = \boxed{0,5} \leftarrow$ probabilidad pedida

b) Probabilidad de que llueva en las dos $P(A\cap B)$

Como $P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ y $P(B)+P(\bar{B})=1$; $P(B)=1-0,6=0,4$

$0,5 = 0,3+0,4-P(A\cap B)$

$P(A\cap B)=\boxed{0,2}$

Si fueran sucesos independientes A y B entonces $\underbrace{P(A\cap B)}_{0,2}=P(A)\cdot P(B)$

$0,2 = 0,3\cdot 0,4$

$0,2 \neq 0,12$

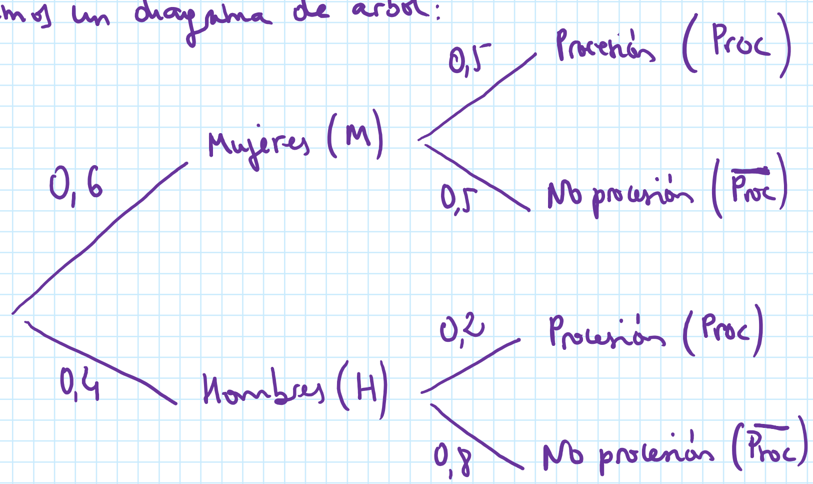
luego A y B no son independientes.

En una cofradía de Semana Santa el 60% de sus miembros son mujeres; la mitad de ellas y el 20% de los varones participaron en una procesión. Se elige al azar un miembro de la cofradía.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea uno de los participantes en la procesión? (1 punto)

b) Si la persona elegida no estuvo en la procesión, ¿cuál es la probabilidad de que se trate de una mujer? (1 punto)

Hacemos un diagrama de árbol:



a) Utilizamos la probabilidad total

$$P(proc) = P(M)\cdot P(Proc/M) + P(H)\cdot P(Proc/H)$$

$$P(proc) = 0,6\cdot 0,5 + 0,4\cdot 0,2 = \boxed{0,38}$$

b) Lo resolvemos utilizando el Teorema de Bayes:

$$P(M/\overline{Proc}) = \frac{P(M)\cdot P(\overline{Proc}/M)}{P(M)\cdot P(\overline{Proc}/M) + P(H)\cdot Prob(\overline{Proc}/H)}$$

$$P(M/\overline{Proc}) = \frac{0,6\cdot 0,5}{0,6\cdot 0,5 + 0,4\cdot 0,8} = \frac{0,30}{0,62} = \boxed{0,48}$$

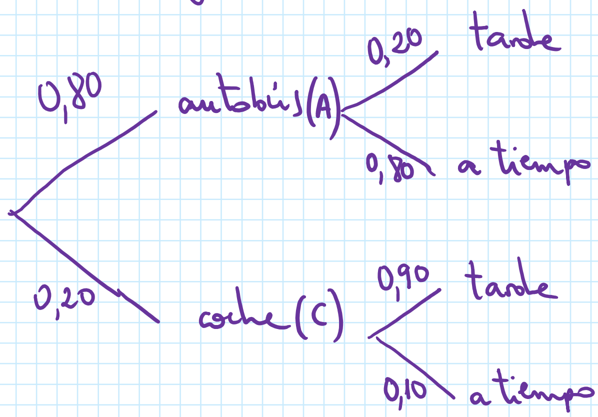
CUESTIÓN A.5. Un alumno va a la Facultad en autobús el 80% de los días y el resto en su coche. Cuando va en autobús llega tarde el 20% de las veces y cuando va en su coche llega a tiempo solo el 10% de las veces. Elegido un día cualquiera al azar, determine:

a) La probabilidad de que llegue a tiempo a clase y haya ido en autobús (0,5 puntos)

b) La probabilidad de que llegue tarde a clase (0,5 puntos)

c) Si ha llegado a tiempo a clase, ¿cuál es la probabilidad de que no haya ido en autobús? (1 punto)

Hacemos un diagrama de árbol:



a) $P(\text{a tiempo} \cap A) = 0{,}8 \cdot 0{,}8 = \boxed{0{,}64}$

b) $P(\text{tarde}) = P(A) \cdot P(\text{tarde}/A) + P(C) \cdot P(\text{tarde}/C)$ ← Probabilidad total

$P(\text{tarde}) = 0{,}8 \cdot 0{,}2 + 0{,}2 \cdot 0{,}9 = 0{,}16 + 0{,}18 = \boxed{0{,}34}$

c) Utilizamos el Teorema de Bayes:

$$P(C/\text{a tiempo}) = \frac{P(C) \cdot P(\text{a tiempo}/C)}{P(A) \cdot P(\text{a tiempo}/A) + P(C) \cdot P(\text{a tiempo}/C)}$$

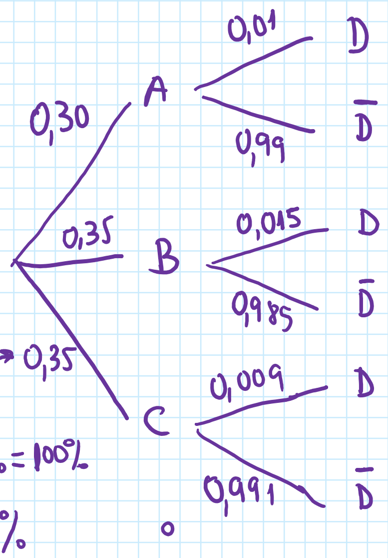
$$P(C/\text{a tiempo}) = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}1}{0{,}80 \cdot 0{,}80 + 0{,}20 \cdot 0{,}10} = \boxed{0{,}03}$$

Una fábrica de piezas para aviones está organizada en tres secciones. La sección A fabrica el 30 % de las piezas, la sección B el 35 %, mientras que el resto se fabrican en la sección C. La probabilidad de encontrar una pieza defectuosa es del 0,01; 0,015 y 0,009 según se considere la sección A, B o C, respectivamente.

a) Calcula la probabilidad de que una pieza elegida al azar salga defectuosa de dicha fábrica.

b) Si elegida una pieza al azar es defectuosa, ¿qué probabilidad hay de que sea de la sección B?

Hacemos el diagrama de árbol:



30% + 30% + C% = 100%

C% = 35%

a) Es un ejemplo de probabilidad total:

$$P(D) = P(A) \cdot P(D/A) + P(B) \cdot P(D/B) + P(C) \cdot P(D/C)$$

$$P(D) = 0{,}30 \cdot 0{,}01 + 0{,}35 \cdot 0{,}015 + 0{,}35 \cdot 0{,}009 = \frac{57}{5000} = \boxed{0{,}0114}$$

b) Es un ejemplo del Teorema de Bayes

$$P(B/D) = \frac{P(B) \cdot P(D/B)}{P(A) \cdot P(D/A) + \underbrace{P(B) \cdot P(D/B)}_{} + P(C) \cdot P(D/C)}$$

...si elegida una pieza al azar es defectuosa

este es el término que "SUBE" al numerador

$$P(B/D) = \frac{0{,}35 \cdot 0{,}015}{0{,}0114} = \boxed{0{,}4605}$$

ya lo tenemos del apartado "a"

Se sabe que $P(B/A)=0{,}8 \qquad P(A/B)=0{,}3 \qquad P(A)=0{,}2$

a) Calcula $P(A\cap B)$ Y $P(B)$

c) ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿por qué?

c) Calcula $P(A\cup \overline{B})$

Conviene recordar la "fórmula" para PROBABILIDAD CONDICIONADA

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \qquad P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$$

Además razonando un poco: $P(A\cap B)=P(B\cap A)$

Otra cosa importante:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$P(B/A)=0{,}8 \qquad P(A/B)=0{,}3 \qquad P(A)=0{,}2$

a) $P(B/A)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(A)}$

$P(B\cap A)=P(B/A)\cdot P(A)$

$P(B\cap A)=0{,}8\cdot 0{,}2=0{,}16$

Como $P(A\cap B)=P(B\cap A)$ entonces $\boxed{P(A\cap B)=0{,}16}$

Además nos piden $P(B)$

Como $P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$; $0{,}3=\dfrac{0{,}16}{P(B)}$; $\boxed{P(B)=0{,}53}$

b) Si fueran independientes ocurriría que $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

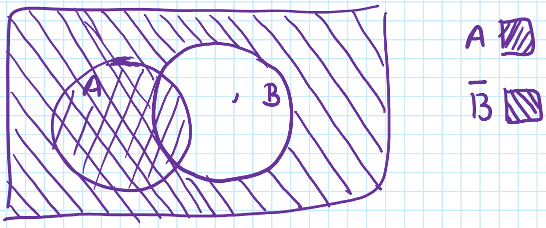
$$\left.\begin{array}{l} P(A\cap B)=0{,}16 \\ P(A)\cdot P(B)=0{,}2\cdot 0{,}53=0{,}106 \end{array}\right\}$$

$0{,}16\neq 0{,}106$ luego A y B NO SON INDEPENDIENTES. (SON DEPENDIENTES)

c) $P(A\cup\bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A\cap\bar{B})$

$P(B) + P(\bar{B}) = 1;\quad P(\bar{B}) = 1 - 0,53 = 0,47$

$P(A\cap\bar{B}) = P(A) - P(A\cap B)$



Luego: $P(A\cup\bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - [P(A) - P(A\cap B)]$

$P(A\cup\bar{B}) = \cancel{P(A)} + P(\bar{B}) - \cancel{P(A)} + P(A\cap B) = 0,47 + 0,16 = \boxed{0,63}$