1. Pasar todas las bases a números primos y simplificar, aplicando exclusivamente las propiedades de las potencias (**no vale reemplazar en ningún momento una potencia por su valor**); dejar el resultado en forma de potencia única:

0,1   0,1   0,1

a) $$\frac{\left(2^{-4}\cdot 4^{3}\right)^{2}\cdot 5\cdot \cancel{5^{0}}}{100^{2}\cdot\left(5^{2}\right)^{-3}} = \frac{\left[2^{-4}\cdot(2^{2})^{3}\right]^{2}\cdot 5}{\boxed{(2^{2}\cdot 5^{2})}^{2}\cdot\boxed{5^{-6}}} = \frac{(2^{-4}\cdot\boxed{2^{6}})^{2}\cdot 5}{\boxed{2^{4}\cdot 5^{4}}\cdot 5^{-6}} = \frac{(2^{2})^{2}\cdot 5}{2^{4}\cdot\boxed{5^{-2}}} = \frac{\cancel{\boxed{2^{4}}}\cdot 5}{\cancel{2^{4}}\cdot 5^{-2}} = \boxed{5^{3}}$$ 0,3 *(1 pto.)*

$\boxed{1}$

0,1   0,1   0,1   0,1

se va

0,1   0,1   0,1

b) $$\left(\frac{8}{9}\right)^{-2}\cdot\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{2}\right]^{3}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}\cdot 9 = \boxed{\left(\frac{9}{8}\right)^{2}}\cdot\boxed{\left(\frac{2}{3}\right)^{6}}\cdot\boxed{\frac{2}{3}}\cdot 3^{2} = \left(\frac{3^{2}}{2^{3}}\right)^{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{6}\cdot\frac{2}{3}\cdot 3^{2} =$$ *(1 pto.)*

$$= \frac{\boxed{3^{4}}\cdot\boxed{\cancel{2^{6}}}\cdot 2\cdot 3^{2}}{\boxed{\cancel{2^{6}}}\cdot\boxed{3^{6}}\cdot 3} = \frac{2\cdot 3^{6}}{3^{7}} = \boxed{\frac{2}{3}}$$ 0,5

0,1   0,1

$\boxed{2}$

2. a) Calcular **razonadamente**, indicando todos los pasos necesarios (en las raíces que tengan doble signo, es necesario indicarlo); dejar el resultado en la misma forma que el radicando: *(1 pto.)*

$\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = \boxed{-\frac{2}{3}}$ 0,15 pq. $\left(-\frac{2}{3}\right)^{3} = -\frac{8}{27}$ 0,05

0,05   0,1   0,05

$\sqrt{0,\hat{4}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \pm\frac{2}{3} = \boxed{\pm 0,\hat{6}}$ (se baja 0,1 si falta ±)

0,05

$\sqrt[4]{-0,4} = \nexists$ pq. no existe la raíz de índice par de un radicando negativo 0,15

$\sqrt[5]{3^{15}} = 3^{15/5} = \boxed{3^{3}}$ 0,2

$\sqrt{1764} = \sqrt{2^{2}\cdot 3^{2}\cdot 7^{2}} = \pm 2\cdot 3\cdot 7 = \boxed{\pm 42}$ 0,1 (se baja 0,1 si falta ±) o la descomposición factorial

0,05

1764	2
882	2
441	3
147	3
49	7
7	7
1	

0,05

b) Simplificar los siguientes radicales e indicar los que son equivalentes y los que son irreducibles: *(1 pto.)*

$\sqrt[3]{5^2}$ = IRREDUCIBLE 0,1

$\sqrt[9]{125} = \sqrt[9]{5^3} \xrightarrow{\div 3} \sqrt[3]{5}$ 0,1

$\sqrt[6]{625} = \sqrt[6]{5^4} \xrightarrow{\div 2} \sqrt[3]{5^2}$ 0,1

$\sqrt[3]{5}$ = IRREDUCIBLE 0,1

$\Rightarrow \boxed{\sqrt[3]{5^2} = \sqrt[6]{625}}$ 0,3 $\quad \boxed{\sqrt[9]{125} = \sqrt[3]{5}}$ 0,3

2

3. a) TEORÍA: Realizar un esquema explicativo de los distintos subconjuntos en que se divide $\mathbb{R}$, indicando **ejemplos** pertinentes en cada caso. *(1 pto.)*

$\mathbb{R}$ (REALES)

- $\mathbb{Q}$ (RACIONALES) 0,1
  - $\mathbb{Z}$ (ENTEROS) 0,1
    - $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ (NATURALES) 0,1
    - $\mathbb{Z}^- = \{0, -1, -2, -3, \ldots\}$ 0,1
  - FRACCIONARIOS: $\frac{2}{3} = 0,\widehat{6}$ $\quad \frac{3}{4} = 0,75$ $\quad \frac{1}{6} = 0,1\widehat{6}$ ... 0,1 0,1
- $\mathbb{I}$ (IRRACIONALES) 0,1
  - π 0,1
  - RAÍCES NO EXACTAS: $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[7]{-8}$ ... 0,1
  - números con ∞ cifras decimales no periódicas: 0,1011011110 ... 0,1

b) Para cada uno de los siguientes números, indicar **razonadamente** si pertenecen a $\mathbb{Q}$ o $\mathbb{I}$: *(1 pto.)*

$\boxed{2,\widehat{3} \in \mathbb{Q}}$ pq. es periódico 0,2

$\boxed{2,3 \in \mathbb{Q}}$ pq. es decimal exacto 0,2

$\boxed{2,30330333\ldots \in \mathbb{I}}$ pq. tiene ∞ cifras decimales no periódicas 0,2

$\boxed{-23 \in \mathbb{Q}}$ pq. $\in \mathbb{Z}$ 0,2

$\boxed{\sqrt{23} \in \mathbb{I}}$ pq. es una raíz no exacta 0,2

2

4. **a)** Operar y simplificar: *(0,75 ptos.)*

$$-x^2y-\left(-3x^2\cdot 7y\right)+\frac{16x^2y^3z}{4y^2z}= -x^2y-\left(\boxed{-21x^2y}\right)+\boxed{4x^2y}=-x^2y+\boxed{21x^2y}+4x^2y=\boxed{24x^2y}$$

0,1 0,1 0,1 0,45

b) Hallar el valor numérico de $P(x)=x^3+\frac{x^2}{9}-\frac{x}{3}+27$ para $x=-3$ *(0,75 ptos.)*

$$P(-3)=(-3)^3+\frac{(-3)^2}{9}-\frac{-3}{3}+27=\cancel{-27}+\frac{9}{9}+\frac{3}{3}+\cancel{27}=1+1=\boxed{2}$$

0,25 0,25 0,25

se baja 0,25 por no utilizar correctamente los paréntesis

se baja 0,25 por no operar simplificando previamente las fracciones

c) Dados: $P(x)=x^3+3x-1$

$Q(x)=2x^3-x^2-1$

$R(x)=-x^2+3x+1$, hallar: *(1,25 ptos.)*

$$2P(x)-Q(x)\cdot R(x)=2\left(x^3+3x-1\right)-\left(2x^3-x^2-1\right).\left(-x^2+3x+1\right)=$$

$$=2x^3+6x-2-\left(-2x^5+6x^4+2x^3+x^4-3x^3\cancel{-x^2}+\cancel{x^2}-3x-1\right)= \quad 0,25$$

$$=2x^3+6x-2-\left(-2x^5+7x^4-x^3-3x-1\right)= \quad 0,25$$

$$=2x^3+6x-2+2x^5-7x^4+x^3+3x+1= \quad 0,25$$

$$=\boxed{2x^5-7x^4+3x^3+9x-1} \quad 0,5$$

d) Efectuar la siguiente división e indicar explícitamente el cociente y el resto: *(1,25 ptos.)*

$$\begin{array}{l|l}
x^4-2x^3+x^2-x+3 & x^2+x+1 \\ \hline
-x^4-x^3-x^2 & x^2-3x+3 \\
\hline
-3x^3\quad -x+3 & \\
3x^3+3x^2+3x & \\
\hline
3x^2+2x+3 & \\
-3x^2-3x-3 & \\
\hline
-x &
\end{array}$$

0,25 0,25 0,25

Soluc: $\boxed{\begin{array}{l} C(x)=x^2-3x+3 \\ R(x)=-x\end{array}}$ 0,5

$\boxed{4}$