

ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

Ecuaciones de primer grado

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $\frac{1+12x}{4} + \frac{x-4}{2} = \frac{3(x+1)-(1-x)}{8}$
- b) $\frac{3x-2}{6} - \frac{4x+1}{10} = -\frac{2}{15} - \frac{2(x-3)}{4}$
- c) $\frac{2x-3}{6} - \frac{3(x-1)}{4} - \frac{2(3-x)}{6} + \frac{5}{8} = 0$
- d) $\frac{2}{3}(x+3) - \frac{1}{2}(x+1) = 1 - \frac{3}{4}(x+3)$
- e) $6\left(\frac{x+1}{8} - \frac{2x-3}{16}\right) = 3\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}\right) - \frac{3}{8}(3x-2)$

Ecuaciones de segundo grado

2. Las siguientes ecuaciones son de segundo grado:

- a) $\frac{(x+1)(x-3)}{2} + x = \frac{x}{4}$
- b) $\frac{(2x-1)(2x+1)}{3} + \frac{(x-2)^2}{4} = \frac{3x+4}{6} + \frac{x^2}{3}$
- c) $\frac{x^2+2}{3} - \frac{x^2+1}{4} = 1 - \frac{x+7}{12}$
- d) $\frac{x}{3}(x-1) - \frac{x}{4}(x+1) + \frac{3x+4}{12} = 0$
- e) $(x+1)^2 - (x-2)^2 = (x+3)^2 + x^2 - 20$

Ecuaciones bicuadradas

3. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas, comprobando las soluciones obtenidas:

- 1) $x^4 - 26x^2 = -25$
- 2) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$
- 3) $4x^4 + 9 = 37x^2$
- 4) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$
- 5) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

Ecuaciones radicales

4. Resuelve las siguientes ecuaciones radicales, comprobando las soluciones obtenidas:

- 1) $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$
- 2) $\sqrt{5x-7} - \sqrt{1-x} = 0$

- 3) $\sqrt{2x-3} + \sqrt{x+10} - 7 = 0$
 4) $\sqrt{x^2+7} + 2 = 2x$
 5) $36 + x + 4 - 12\sqrt{x+4} = 2x - 1$
 6) $x + 5 - 49 - 2x = 8 - 14\sqrt{2x+8}$
 7) $7 + 2x = 1 + x + 3 + 2\sqrt{3+x}$

Ecuaciones con fracciones algebraicas

5. Resuelve las siguientes ecuaciones con fracciones algebraicas (y recuerda que hay que comprobar los valores obtenidos para ver cuáles son realmente solución):

- a) $\frac{1}{x+3} - \frac{2}{x} = \frac{2-5x}{x^2+3x}$ e) $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3$
 b) $\frac{2x+3}{2x-1} - \frac{1}{x} = 4$ f) $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2}$
 c) $\frac{x+1}{x-2} + \frac{2x}{x+2} + 2 = 0$ g) $-3 - \frac{1-2x}{3} + \frac{x}{9} = \frac{5-3x}{2} + x$
 d) $\frac{x+1}{x+5} + \frac{1-x}{x-4} = \frac{5}{2}$ h) $\frac{x+7}{x+3} + \frac{x^2-3x+6}{x^2+2x-3} = 1$

Inecuaciones con una incógnita de primer y de segundo grado

6. Resuelve las siguientes inecuaciones de primer grado:

- a) $2x - 3x + 5 > 6x - 1$ c) $x + 4(3 - x) < 15$
 b) $4x - 2(x + 1) \leq 0$ d) $3(x - 1)^2 - 2(x + 1) < 3x^2 + 2$

7. Resuelve las ecuaciones del ejercicio 1 como inecuaciones de primer grado, cambiando el signo = por:

- a) > b) < c) $\geq$ d) $\leq$ e) >

8. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

- a) $x^2 - 3 > 3x + 1$
 b) $x^2 - 3x \leq 4$
 c) $3x - 2x^2 > x + x^2$

9. Resuelve las ecuaciones del ejercicio 2 como inecuaciones de segundo grado, cambiando el signo = por:

- a) > b) < c) $\geq$ d) $\leq$ e) >

Inecuaciones con dos incógnitas de primer grado

10. Resuelve las siguientes inecuaciones con dos incógnitas de primer grado:

- a) $2x + 3y \leq 5$ b) $2x - y > 5$ c) $3x + 2y \geq 4$

ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

Sistemas de ecuaciones lineales 3×3

11. Resuelve los siguientes sistemas por el método de Gauss:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} x + y - 2z = -5 \\ 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + z = 5 \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ -x + 2z = 1 \\ -2y + 6z = -4 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 2x - z = 2 \\ x + y = -3 \end{cases} \\ \text{b)} \begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ 3x + y - z = 2 \\ -x + 2y - z = 0 \end{cases} & \text{g)} \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ -x + 3y - z = -2 \\ 2x - y + 4z = 6 \end{cases} & \text{i)} \begin{cases} x + y + z = 5 \\ -x + 2y - z = -2 \\ x + 4y + 2z = 0 \end{cases} \\ \text{c)} \begin{cases} -3x + 2y - z = 0 \\ x - 2z = -1 \\ 2y - 7z = 3 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \\ x + y = 0 \end{cases} & \text{j)} \begin{cases} x + y - 3z = 8 \\ -2x + 4y = 2 \\ y + z = 1 \end{cases} \end{array}$$

Sistemas de ecuaciones no lineales

12. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales, por el método que creas más conveniente:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} y - x = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} & 5) \begin{cases} x^2 + y^2 = 58 \\ x^2 - y^2 = 40 \end{cases} \\ 2) \begin{cases} x - y = 15 \\ xy = 100 \end{cases} & 6) \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases} \\ 3) \begin{cases} 2x - y = 2 \\ x^2 + xy = 0 \end{cases} & 7) \begin{cases} x + y = 1 \\ xy + 2y = 2 \end{cases} \\ 4) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} & 8) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{cases} \end{array}$$

Sistemas de inecuaciones

13. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con una incógnita:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x - 5 > 1 \\ 3x + 1 \leq 0 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x^2 - 3x - 4 \geq 0 \\ 2x - 7 > 5 \end{cases} \\ \text{b)} \begin{cases} 2x - 5 \geq 6 \\ 3x + 1 > 15 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} x - 4 > 1 \\ x^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \end{array}$$

14. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y \leq 5 \\ -2x + 3y \geq 6 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 2x - y \leq 4 \\ -x + 3y \geq -1 \end{cases} \end{array}$$

$$b) \begin{cases} 2x - y > 6 \\ 3x + 5y < 10 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} y \leq 2 - x \\ y \leq x + 2 \end{cases}$$

Ecuaciones exponenciales

15. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

$$1) 2^x \cdot 2^{x-1} \cdot 2^{x+1} = 64$$

$$6) \left(\frac{1}{16}\right)^{-x+3} = 32^{3x-2}$$

$$2) 7^{3x-2} = \sqrt{7^{x-1}}$$

$$7) 9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$$

$$3) \sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{1-x}$$

$$8) 5^{x+1} + 5^{x-2} + 5^x = \frac{151}{25}$$

$$4) 11^{x^2-3x+2} = 1$$

$$9) a^{x^2-2x+4} = \frac{a^{11}}{a^8}$$

$$5) 5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$$

$$10) 5^{4x} - 3 \cdot 5^{2x} - 10 = 0$$

Sistemas de ecuaciones exponenciales

16. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones exponenciales:

$$a) \begin{cases} 3^x + 3^y = 90 \\ 3^{x+y} = 729 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 7^{x+y} = 49^3 \\ 7^{x-y} = 49 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2^x + 2^y = 24 \\ 2^{x+y} = 128 \end{cases}$$

d)

Ecuaciones logarítmicas

17. Halla la solución de las siguientes ecuaciones logarítmicas:

$$a) \log_2 x^2 - \log_2 \left(x - \frac{3}{4}\right) = 2$$

$$e) 2 \log x - \log(x - 16) = 2$$

$$b) 2[1 - \log(2x + 3)] = 4 \log \sqrt{5x - 3}$$

$$f) 3 \ln x - \ln 32 = \frac{\ln x}{2}$$

$$c) \frac{\log 2 + \log(11 - x^2)}{\log(5 - x)} = 2$$

$$g) \ln 2 + \ln(11 - x^2) = 2 \ln(5 - x)$$

$$d) 2 \log x - 4 \log 2 = 3 \log x$$

$$h) 2 \log x = 3 + \log \frac{x}{10}$$

Sistemas de ecuaciones exponenciales

18. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones exponenciales:

$$a) \begin{cases} 3^x + 3^y = 90 \\ 3^{x+y} = 729 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 7^{x+y} = 49^3 \\ 7^{x-y} = 49 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2^x + 2^y = 24 \\ 2^{x+y} = 128 \end{cases}$$

ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

$$d) \begin{cases} 2^{x+y} = 2^2 2^{x-y} \\ 3^{xy} = 3^{12} \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2^y - 2^x = 2 \\ x - y = -6 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 2^{x+2y} = 32 \\ 2^{3x-5y} = 8 \end{cases}$$

Ecuaciones logarítmicas

19. Halla la solución de las siguientes ecuaciones logarítmicas:

$$a) \log_2 x^2 - \log_2 \left(x - \frac{3}{4} \right) = 2$$

$$f) 2 \log x - \log(x-16) = 2$$

$$b) 2[1 - \log(2x+3)] = 4 \log \sqrt{5x-3}$$

$$g) 3 \ln x - \ln 32 = \frac{\ln x}{2}$$

$$c) \frac{\log 2 + \log(11-x^2)}{\log(5-x)} = 2$$

$$h) \ln 2 + \ln(11-x^2) = 2 \ln(5-x)$$

$$d) 2 \log x - 4 \log 2 = 3 \log x$$

$$i) 2 \log x = 3 + \log \frac{x}{10}$$

$$e) 3 \log_2 x - 2 \log_2 \frac{x}{3} = 2 \log_2 3 + 1$$

$$j) \frac{10^{\log x}}{1 + 10^{2 \log x}} = \frac{1}{2}$$

Sistemas de ecuaciones logarítmicas

20. Resuelve los siguientes sistemas logarítmicos:

$$a) \begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ 2 \log x - 2 \log y = -1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \log x - \log y = 1 \\ 3x + 5y = 35 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2 \log y - 3 \log x = 1 \\ \log(xy) = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \log x + 3 \log y = 5 \\ \log \frac{x^2}{y} = 3 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} \log_x(y-18) = 2 \\ \log_y(x+3) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Problemas de ecuaciones de primer grado

21. Problema número 26 del papiro de Ahmes (siglo XVII a.C.)

“Calcula el valor de *Aha* si *Aha* y la cuarta parte de *Aha* es igual a 15”.

22. Problema de Bhaskara del libro *Lilavati* (siglo XII):

“Un quinto de un enjambre de abejas se posa sobre una flor de kadamba, un tercio sobre una flor de silinda; tres veces la diferencia de esos dos números voló a las flores de una kutuja, y quedó una sola abeja que se elevó por el aire igualmente atraída por el perfume de un jazmín y de un pandamus.

Dime tú ahora, mujer fascinante, cuál era el número de abejas del enjambre.”

Problemas de ecuaciones de segundo grado

23. Al sumar los cuadrados de dos números enteros consecutivos se obtiene 181. ¿Cuáles son esos números?

24. La suma de los cuadrados de dos números enteros pares consecutivos es 452. ¿Cuáles son estos números?

25. Al aumentar en dos centímetros el lado de un cuadrado obtenemos otro cuya área coincide con el triple de su lado. ¿De qué cuadrado se trata?

Problemas de ecuaciones con radicales

26. La raíz cuadrada de la edad que tendrá una niña dentro de dos años es igual a la que tuvo hace 10 años. ¿Cuál es su edad actual?

27. Dentro de tres años, la edad de una persona será un cuadrado perfecto y hace tres años su edad era precisamente la raíz de ese mismo cuadrado. ¿Qué edad tiene?

28. Al ser preguntada por la edad de su hija Rosa contestó: “Hace seis años, su edad era la raíz cuadrada del doble de la edad que tiene menos cuatro años.” ¿Cuántos años tiene la hija?

Problemas de sistemas de ecuaciones no lineales

29. Halla las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro es 34 cm y su diagonal mide 13 cm.

30. Si se aumenta en 3 m el lado de un cuadrado, la superficie aumenta en 75 m^2 . ¿Cuál es su lado?

31. Calcula los lados de un triángulo rectángulo isósceles cuyo perímetro es de 24 cm.

32. Si acortamos en 2 cm la base de un rectángulo y en 1 cm su altura, el área disminuye en 13 cm^2 . Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que su perímetro es de 24 cm.