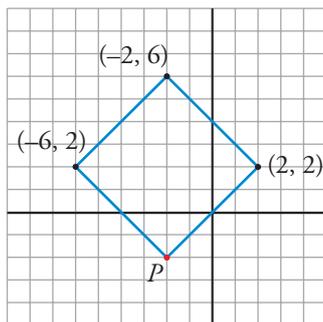


PÁGINA 180

PRACTICA

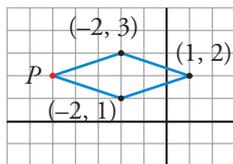
Puntos

- 1 Si los puntos $(-6, 2)$, $(-2, 6)$ y $(2, 2)$ son vértices de un cuadrado, ¿cuál es el cuarto vértice?



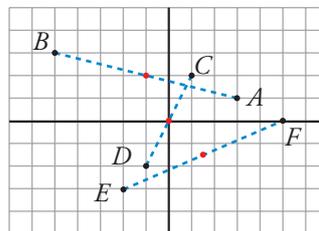
$P(-2, 2)$

- 2 Los puntos $(-2, 3)$, $(1, 2)$ y $(-2, 1)$ son vértices de un rombo. ¿Cuáles son las coordenadas del cuarto vértice?



$P(-5, 2)$

- 3 Representa los puntos $A(3, 1)$, $B(-5, 3)$, $C(1, 2)$, $D(-1, -2)$, $E(-2, -3)$, $F(5, 0)$ y halla las coordenadas del punto medio de los segmentos \overline{AB} , \overline{CD} y \overline{EF} .

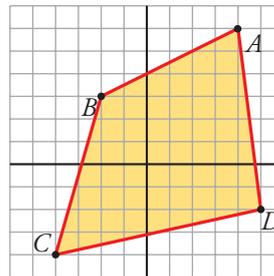


$$M_{AB} = \left(\frac{3-5}{2}, \frac{1+3}{2} \right) = (-1, 2)$$

$$M_{CD} = \left(\frac{1-1}{2}, \frac{2-2}{2} \right) = (0, 0)$$

$$M_{EF} = \left(\frac{-2+5}{2}, \frac{-3+0}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{-3}{2} \right)$$

- 4 ■■■ Calcula las coordenadas de los puntos medios de los lados y de las diagonales del cuadrilátero $ABCD$.



$$A(4, 6), B(-2, 3), C(-4, -4), D(5, -2)$$

$$M_{AB} = \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{3+6}{2} \right) = \left(1, \frac{9}{2} \right) \quad M_{BC} = \left(\frac{-2-4}{2}, \frac{3-4}{2} \right) = \left(-3, -\frac{1}{2} \right)$$

$$M_{CD} = \left(\frac{-4+5}{2}, \frac{-4-2}{2} \right) = \left(\frac{1}{2}, -3 \right) \quad M_{AD} = \left(\frac{5+4}{2}, \frac{6-2}{2} \right) = \left(\frac{9}{2}, 2 \right)$$

$$M_{AC} = \left(\frac{4-4}{2}, \frac{6-4}{2} \right) = (0, 1) \quad M_{BD} = \left(\frac{-2+5}{2}, \frac{3-2}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

- 5 ■■■ Halla, en cada caso, el punto simétrico de $A(-3, -5)$ respecto de:

a) $P(-2, 0)$

b) $Q(2, -3)$

c) $O(0, 0)$

$$\text{a) } \left(\frac{-3+x}{2}, \frac{-5+y}{2} \right) = (-2, 0); \left\{ \begin{array}{l} \frac{-3+x}{2} = -2 \rightarrow x = -1 \\ \frac{-5+y}{2} = 0 \rightarrow y = 5 \end{array} \right\} A'(-1, 5)$$

$$\text{b) } \left(\frac{-3+x}{2}, \frac{-5+y}{2} \right) = (2, -3); \left\{ \begin{array}{l} \frac{-3+x}{2} = 2 \rightarrow x = 7 \\ \frac{-5+y}{2} = -3 \rightarrow y = -1 \end{array} \right\} A'(7, -1)$$

$$\text{c) } \left(\frac{-3+x}{2}, \frac{-5+y}{2} \right) = (0, 0); \left\{ \begin{array}{l} \frac{-3+x}{2} = 0 \rightarrow x = 3 \\ \frac{-5+y}{2} = 0 \rightarrow y = 5 \end{array} \right\} A'(3, 5)$$

- 6 ■■■ Si $M(-3, 5)$ es el punto medio del segmento AB , halla el punto B en cada uno de los siguientes casos:

a) $A(-1, 5)$

b) $A(6, -4)$

c) $A(-4, -7)$

$$\text{a) } \left(\frac{-1+x}{2}, \frac{5+y}{2} \right) = (-3, 5) \rightarrow x = -5; y = 5 \rightarrow B(-5, 5)$$

$$\text{b) } \left(\frac{6+x}{2}, \frac{-4+y}{2} \right) = (-3, 5) \rightarrow x = -12; y = 14 \rightarrow B(-12, 14)$$

$$\text{c) } \left(\frac{-4+x}{2}, \frac{-7+y}{2} \right) = (-3, 5) \rightarrow x = -2; y = 17 \rightarrow B(-2, 17)$$

- 7 ■■■ Los segmentos \overline{AC} y \overline{BD} tienen el mismo punto medio. Halla las coordenadas del punto D , sabiendo que $A(-2, 3)$, $B(-3, -1)$, $C(4, -2)$.

$$M_{AC} = \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{3-2}{2} \right) = \left(1, \frac{1}{2} \right)$$

$$M_{BD} = \left(\frac{-3+x}{2}, \frac{-1+y}{2} \right) = \left(1, \frac{1}{2} \right) \left\{ \begin{array}{l} \frac{-3+x}{2} = 1 \rightarrow x = 5 \\ \frac{-1+y}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow y = 2 \end{array} \right\} D(5, 2)$$

- 8 ■■■ Comprueba, en cada caso, que los puntos dados están alineados:

a) $A(1, 2)$, $B(4, 3)$, $C(19, 8)$ b) $P(-2, -3)$, $Q(2, 0)$, $R(-26, -21)$

a) $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \rightarrow \frac{3-2}{4-1} = \frac{8-3}{19-4} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ Cierto.

b) $\frac{0+3}{2+2} = \frac{-21-0}{-26-2} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{21}{28}$ Cierto.

- 9 ■■■ Comprueba, en cada caso, si los puntos dados están alineados:

a) $A(-1, 3)$, $B\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $C(-4, -2)$ b) $A(1, 0)$, $B(-3, -2)$, $C(5, 2)$

a) $\frac{1/2-3}{-5/2+1} = \frac{-2-1/2}{-4+5/2} \rightarrow \frac{5}{3} = \frac{5}{3}$ Sí están alineados.

b) $\frac{-2-0}{-3-1} = \frac{2+2}{5+3} \rightarrow \frac{-2}{-4} = \frac{4}{8}$ Sí están alineados.

- 10 ■■■ Calcula m para que los puntos $R(5, -2)$, $S(-1, 1)$ y $T(2, m)$ estén alineados.

$$\frac{-2-1}{5+1} = \frac{m-1}{2+1} \rightarrow \frac{-1}{2} = \frac{m-1}{3} \rightarrow m = -\frac{3}{2} + 1 \rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Rectas

- 11 ■■■ Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos dados:

a) $A(-1, 0)$, $B(0, 3)$ b) $A(0, -2)$, $B(5, -2)$ c) $A(-2, 3)$, $B(4, -1)$

a) $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1} \rightarrow \frac{y-0}{3-0} = \frac{x+1}{0+1} \rightarrow y = 3x+3$

b) $\frac{y+2}{-2+2} = \frac{x-0}{5-0} \rightarrow \frac{y+2}{0} = \frac{x}{5} \rightarrow y+2=0 \rightarrow y=-2$

c) $\frac{y-3}{-1-3} = \frac{x+2}{4+2} \rightarrow 6(y-3) = -4(x+2) \rightarrow 6y-18 = -4x-8 \rightarrow$
 $\rightarrow 4x+6y-10=0 \rightarrow 2x+3y-5=0$

12 ■■■ Escribe la ecuación de las siguientes rectas:

a) Pasa por $(-4, 2)$ y su pendiente es $\frac{1}{2}$.

b) Pasa por $(1, 3)$ y su pendiente es -2 .

c) Pasa por $(5, -1)$ y su pendiente es 0 .

a) $y = 2 + \frac{1}{2}(x + 4)$

b) $y = 3 - 2(x - 1)$

c) $y = -1 + 0(x - 5) \rightarrow y = -1$

13 ■■■ Halla la ecuación de las siguientes rectas:

a) Paralela a $y = -2x + 3$ y pasa por $(4, 5)$.

b) Paralela a $2x - 4y + 3 = 0$ y pasa por $(4, 0)$.

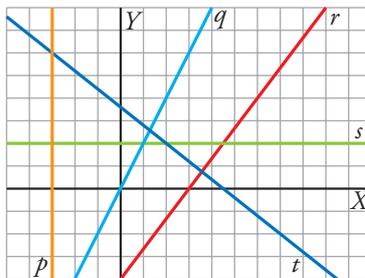
c) Paralela a $3x + 2y - 6 = 0$ y pasa por $(0, -3)$.

a) $m = -2$; $y = 5 - 2(x - 4)$

b) $m = \frac{1}{2}$; $y = 0 + \frac{1}{2}(x - 4) \rightarrow y = \frac{1}{2}(x - 4)$

c) $m = -\frac{3}{2}$; $y = -3 - \frac{3}{2}(x - 0) \rightarrow y = -3 - \frac{3}{2}x$

14 ■■■ Escribe la ecuación de las rectas p , q , r , s y t .



r : $(0, -4)$ y $(3, 0)$

$$\frac{y + 4}{0 + 4} = \frac{x - 0}{3 - 0} \rightarrow 3y + 12 = 4x \rightarrow 4x - 3y - 12 = 0$$

s : $y = 2$

t : $(2, 2)$ y $(-3, 6)$

$$\frac{y - 2}{6 - 2} = \frac{x - 2}{-3 - 2} \rightarrow -5y + 10 = 4x - 4 \rightarrow 4x + 5y - 14 = 0$$

p : $x = -3$

q : $(0, 0)$ y $(2, 4)$

$$\frac{y - 0}{4 - 0} = \frac{x - 0}{2 - 0} \rightarrow 2y = 4x \rightarrow y = 2x$$

15 ■■■ Escribe la ecuación de la recta perpendicular a r y que pasa por el punto P en los siguientes casos:

a) $r: y = -2x + 3; P(-3, 2)$

b) $r: 3x - 2y + 1 = 0; P(4, -1)$

c) $r: x = 3; P(0, 4)$

a) $m = \frac{1}{2}; y = 2 + \frac{1}{2}(x + 3)$

b) $m = -\frac{2}{3}; y = -1 - \frac{2}{3}(x - 4)$

c) $y = 4$

16 ■■■ Comprueba si los puntos $A(18, 15)$ y $B(-43, -5)$ pertenecen a la recta $x - 3y + 27 = 0$.

$A: 18 - 3 \cdot 15 + 27 = 0 \rightarrow A \in r$

$B: -43 - 3 \cdot (-5) + 27 \neq 0 \rightarrow B \notin r$

17 ■■■ Dados los puntos $A(-3, 2)$ y $B(5, 0)$, halla las ecuaciones de las rectas siguientes:

r : pasa por A y es perpendicular a \overline{AB} .

s : pasa por B y es perpendicular a \overline{AB} .

$$m_{AB} = \frac{0 - 2}{5 + 3} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$$

r : pendiente = 4; $y = 2 + 4(x + 3) \rightarrow y = 4x + 14$

s : pendiente = 4; $y = 0 + 4(x - 5) \rightarrow y = 4x - 20$

18 ■■■ Calcula n y m para que las rectas

$$r: 3x + my - 8 = 0 \quad s: nx - 2y + 3 = 0$$

se corten en el punto $P(1, 5)$.

$r: 3x + my - 8 = 0 \rightarrow 3 \cdot 1 + m \cdot 5 - 8 = 0 \rightarrow m = 1$

$s: nx - 2y + 3 = 0 \rightarrow n \cdot 1 - 10 + 3 = 0 \rightarrow n = 7$

PÁGINA 181

19 ■■■ Halla el punto de intersección de las rectas r y s en los casos siguientes:

a) $\begin{cases} r: 3x - 5y + 17 = 0 \\ s: 7x + 3y - 63 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} r: 3x + 6 = 0 \\ s: 2y - 5 = 0 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x - 5y = -17 \\ 7x + 3y = 63 \end{array} \right\} &\rightarrow \begin{array}{l} 9x - 15y = -51 \\ 35x + 15y = 315 \end{array} \\ &\hline &44x = 264 \rightarrow x = 6 \\ 7 \cdot 6 + 3y = 63 &\rightarrow 3y = 21 \rightarrow y = 7 \\ r \text{ y } s &\text{ se cortan en el punto } P(6, 7). \end{aligned}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x = -2 \\ y = 5/2 \end{array} \right\} P\left(-2, \frac{5}{2}\right)$$

20 ■■■ Estudia la posición relativa de las rectas:

$$r: 3x - 5y + 15 = 0 \quad \text{y} \quad s: \text{pasa por } (-2, -3) \text{ y } (8, 3)$$

$$r: 3x - 5y + 15 = 0$$

$$s: m = \frac{3 + 3}{8 + 2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}; \quad y = -3 + \frac{3}{5}(x + 2) \rightarrow$$

$$\rightarrow 5y = -15 + 3x + 6 \rightarrow 3x - 5y - 9 = 0$$

Las rectas r y s son paralelas.

21 ■■■ Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas:

$$\text{a) } \left\{ \begin{array}{l} r: 2x - 5y + 3 = 0 \\ s: P(3, 1), Q(-2, 3) \end{array} \right. \quad \text{b) } \left\{ \begin{array}{l} r: 5x - 4y + 8 = 0 \\ s: A(4, 7), B(0, 2) \end{array} \right.$$

$$\text{a) } \bullet s: P(3, 1), Q(-2, 3)$$

$$m = \frac{3 - 1}{-2 - 3} = \frac{2}{-5} = -\frac{2}{5}$$

$$y = 1 - \frac{2}{5}(x - 3) \rightarrow 5y = 5 - 2x + 6 \rightarrow 2x + 5y - 11 = 0$$

$$\bullet r: 2x - 5y + 3 = 0$$

$$s: 2x + 5y - 11 = 0$$

$$\hline 4x - 8 = 0 \rightarrow x = 2$$

$$2 \cdot 2 - 5y + 3 = 0 \rightarrow 5y = 7 \rightarrow y = \frac{7}{5}$$

r y s se cortan en el punto $\left(2, \frac{7}{5}\right)$.

$$\text{b) } \bullet s: A(4, 7), B(0, 2)$$

$$m = \frac{2 - 7}{-4} = \frac{5}{4}; \quad y = 2 + \frac{5}{4}(x - 0) \rightarrow y = 2 + \frac{5}{4}x \rightarrow$$

$$\rightarrow 4y = 8 + 5x \rightarrow 5x - 4y + 8 = 0$$

$$r: 5x - 4y + 8 = 0$$

r y s son la misma recta.

- 22** ■■■ Halla la ecuación de la recta perpendicular a \overline{AB} en su punto medio, siendo $A(-5, 3)$ y $B(2, 7)$.

$$A(-5, 3), B(2, 7) \rightarrow m = \frac{7-3}{2+5} = \frac{4}{7}; m' = -\frac{7}{4}$$

$$M_{AB} = \left(\frac{-5+2}{2}, \frac{3+7}{2} \right) = \left(-\frac{3}{2}, 5 \right)$$

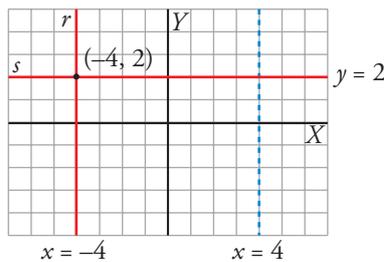
$$y = 5 - \frac{7}{4} \left(x + \frac{3}{2} \right) \rightarrow y = 5 - \frac{7}{4}x - \frac{21}{8} \rightarrow 8y = 40 - 14x - 21 \rightarrow 14x + 8y - 19 = 0$$

- 23** ■■■ Las rectas r y s pasan por el punto $(-4, 2)$; r es paralela a $3x - 12 = 0$ y s es perpendicular a ella. Representa r y s y halla su ecuación.

$$3x - 12 = 0 \rightarrow x = 4$$

$$\text{Paralela a } x = 4 \text{ que pasa por } (-4, 2) \rightarrow r: x = -4$$

$$\text{Perpendicular a } x = 4 \text{ que pasa por } (-4, 2) \rightarrow s: y = 2$$



- 24** ■■■ La recta r es paralela a $5x - 4y + 3 = 0$, y la recta s es perpendicular a ellas. Ambas pasan por el punto $(1, 3)$. Escribe las ecuaciones de las rectas r y s .

$$5x - 4y + 3 = 0 \rightarrow m = \frac{5}{4}$$

r es la recta de pendiente $\frac{5}{4}$ que pasa por $(1, 3)$:

$$r: y = 3 + \frac{5}{4}(x - 1) \rightarrow 4y = 12 + 5x - 5 \rightarrow 5x - 4y + 7 = 0$$

s es la recta de pendiente $-\frac{4}{5}$ que pasa por $(1, 3)$:

$$s: y = 3 - \frac{4}{5}(x - 1) \rightarrow 5y = 15 - 4x + 4 \rightarrow 4x + 5y - 19 = 0$$

Distancias y circunferencia

- 25** ■■■ Calcula la distancia entre P y Q :

a) $P(3, 5)$, $Q(3, -7)$

b) $P(-8, 3)$, $Q(-6, 1)$

c) $P(0, -3)$, $Q(-5, 1)$

d) $P(-3, 0)$, $Q(15, 0)$

$$a) d = \sqrt{(3-3)^2 + (5+7)^2} = \sqrt{12^2} = 12$$

$$b) d = \sqrt{(-8+6)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$c) d = \sqrt{5^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$$

$$d) d = \sqrt{(-3-15)^2 + 0^2} = 18$$

26 ■■■ a) Halla el punto medio del segmento de extremos $A(-2, 0)$, $B(6, 4)$.

b) Comprueba que la distancia del punto medio a cada uno de los extremos es la misma.

$$a) M\left(\frac{-2+6}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = (2, 2)$$

$$b) A(-2, 0) \rightarrow \overline{AM} = \sqrt{(-2-2)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$$

$$B(6, 4) \rightarrow \overline{MB} = \sqrt{(6-2)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$$

27 ■■■ Comprueba que el triángulo de vértices $A(-1, 0)$, $B(3, 2)$, $C(7, 4)$ es isósceles. ¿Cuáles son los lados iguales?

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \sqrt{(-1-3)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} \\ \overline{AC} = \sqrt{(-1-7)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} \\ \overline{BC} = \sqrt{(7-3)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} \end{array} \right\} \overline{AB} = \overline{BC}$$

28 ■■■ Comprueba, mediante el teorema de Pitágoras, que el triángulo de vértices $A(-2, -1)$, $B(3, 1)$, $C(1, 6)$ es rectángulo.

$$\overline{AB} = \sqrt{(-2-3)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(-2-1)^2 + (-1-6)^2} = \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(3-1)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$$

$$\sqrt{58^2} = \sqrt{29^2} + \sqrt{29^2}$$

29 ■■■ Escribe la ecuación de la circunferencia de centro C y radio r :

a) $C(4, -3)$, $r = 3$

b) $C(0, 5)$, $r = 6$

c) $C(6, 0)$, $r = 2$

d) $C(0, 0)$, $r = 5$

a) $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 9$

b) $x^2 + (y-5)^2 = 36$

c) $(x-6)^2 + y^2 = 4$

d) $x^2 + y^2 = 25$

30 ■■■ Di cuál es el centro y el radio de las circunferencias siguientes:

a) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$ b) $(x+1)^2 + y^2 = 81$ c) $x^2 + y^2 = 10$

a) $C(2, -3)$; $r = 4$

b) $C(-1, 0)$; $r = 9$

c) $C(0, 0)$; $r = \sqrt{10}$

31 ■■■ Halla la ecuación de las circunferencias siguientes:

a) Centro $C(0, 0)$ y pasa por $(-3, 4)$.

b) Centro $C(1, 2)$ y pasa por $(5, 4)$.

a) radio: $\sqrt{(0+3)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{9+16} = 5$

$$x^2 + y^2 = 25$$

b) $r = \sqrt{(1-5)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 20$$

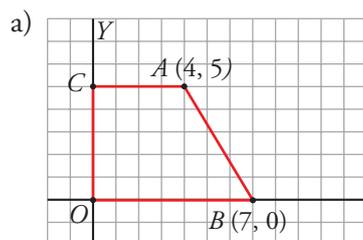
PIENSA Y RESUELVE

32 ■■■ Los puntos $A(4, 5)$ y $B(7, 0)$ son vértices de un trapecio rectángulo que tiene dos lados sobre los ejes de coordenadas y otro lado paralelo al eje X . Dibuja el trapecio y halla:

a) Las ecuaciones de sus lados.

b) Su perímetro.

c) Su área.



$$OC: x = 0$$

$$OB: y = 0$$

$$AC: y = 5$$

$$AB: \frac{y-0}{5-0} = \frac{x-7}{4-7} \rightarrow -3y = 5x - 35 \rightarrow 5x + 3y - 35 = 0$$

b) $\overline{AC} = 4$; $\overline{OC} = 5$; $\overline{OB} = 7$; $\overline{AB} = \sqrt{(7-4)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

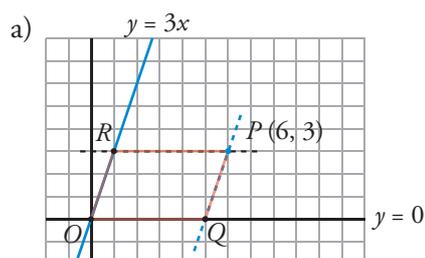
$$P = 4 + 5 + 7 + \sqrt{34} = 16\sqrt{34} \text{ u}$$

c) $A = \frac{7+4}{2} \cdot 5 = \frac{11}{2} \cdot 5 = \frac{55}{2} \text{ u}^2$

33 ■■■ Dibuja un paralelogramo que tenga dos de sus lados sobre las rectas $y = 3x$ e $y = 0$ y un vértice en el punto $P(6, 3)$.

a) Halla las ecuaciones de los otros dos lados.

b) Di cuáles son las coordenadas de los otros vértices.



$$OR: y = 3x$$

$$OQ: y = 0$$

$$PR: y = 3$$

$$PQ: y = 3 + 3(x-6) \rightarrow$$

$$\rightarrow y = 3 + 3x - 18 \rightarrow 3x - y - 15 = 0$$

b) $O(0, 0)$, $Q(5, 0)$, $R(1, 3)$, $P(6, 3)$

- 34** ■■■ Determina los puntos que dividen al segmento de extremos $A(-5, -2)$, $B(7, 2)$ en cuatro partes iguales.

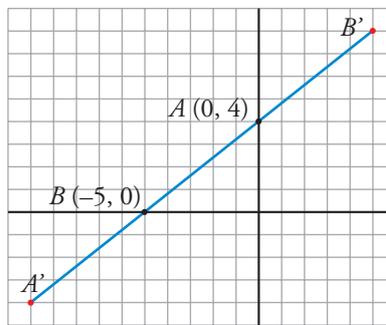
$$\text{Punto medio de } AB, M\left(\frac{-5+7}{2}, \frac{-2+2}{2}\right) = (1, 0)$$

$$\text{Punto medio de } AM, P\left(\frac{-5+1}{2}, \frac{-2+0}{2}\right) = (-2, -1)$$

$$\text{Punto medio de } BM, Q\left(\frac{7+1}{2}, \frac{2+0}{2}\right) = (4, 1)$$

Los puntos buscados son $M(1, 0)$, $P(-2, -1)$ y $Q(4, 1)$.

- 35** ■■■ Dados los puntos $A(0, 4)$ y $B(-5, 0)$, halla el punto simétrico de B respecto de A y el simétrico de A respecto de B .



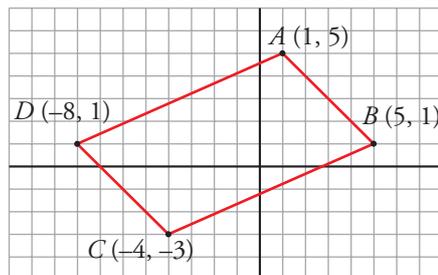
Simétrico de A respecto de B :

$$A'\left(\frac{0+x}{2}, \frac{4+y}{2}\right) = (-5, 0) \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{2} = -5 \rightarrow x = -10 \\ 4+y = 0 \rightarrow y = -4 \end{array} \right. \left. \vphantom{\frac{0+x}{2}} \right\} A'(-10, -4)$$

Simétrico de B respecto de A :

$$B'\left(\frac{-5+x}{2}, \frac{0+y}{2}\right) = (0, 4) \left\{ \begin{array}{l} -5+x = 0 \rightarrow x = 5 \\ y = 8 \end{array} \right. \left. \vphantom{\frac{-5+x}{2}} \right\} B'(5, 8)$$

- 36** ■■■ Comprueba que el cuadrilátero de vértices $A(1, 5)$, $B(5, 1)$, $C(-4, -3)$ y $D(-8, 1)$ es un paralelogramo. Para ello, prueba que los puntos medios de sus diagonales coinciden.



- Punto medio de AC :

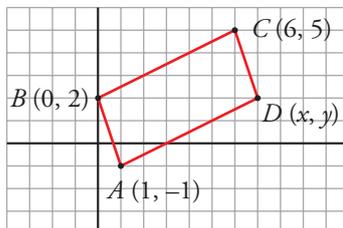
$$M_{AC} = \left(\frac{1-4}{2}, \frac{5-3}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}, 1\right)$$

- Punto medio de BD :

$$M_{BD} = \left(\frac{5-8}{2}, \frac{1+1}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}, 1\right)$$

Los puntos medios de las diagonales coinciden.

- 37** ■■■ Halla las coordenadas del punto D , de modo que $ABCD$ sea un paralelogramo, siendo $A(1, -1)$, $B(0, 2)$ y $C(6, 5)$.



- Punto medio de AC :

$$M_{AC} = \left(\frac{6+1}{2}, \frac{5-1}{2} \right) = \left(\frac{7}{2}, 2 \right)$$

- Punto medio de BD :

$$M_{BD} = \left(\frac{x+0}{2}, \frac{y+2}{2} \right)$$

Los puntos medios de las diagonales deben coincidir.

$$\frac{x}{2} = \frac{7}{2} \rightarrow x = 7$$

$$\frac{y+2}{2} = 2 \rightarrow y = 4 - 2 = 2$$

El punto D tiene coordenadas $D(7, 2)$.

- 38** ■■■ El segmento AB está sobre la recta $x - 4y + 10 = 0$. Su mediatriz es la recta $4x + y - 11 = 0$. ¿Cuáles serán las coordenadas de B si las de A son $(-2, 2)$? Resuélvelo de forma gráfica y analítica.

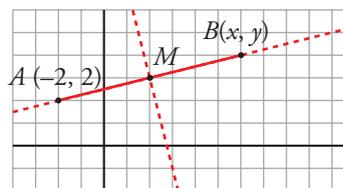
- Calculamos el punto de intersección de las rectas dadas:

$$\begin{array}{l} x - 4y = -10 \\ 4x + y = 11 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x - 4y = -10 \\ 16x + 4y = 44 \end{array} \right.$$

$$\hline 17x = 34 \rightarrow x = 2$$

$$y = 11 - 4 \cdot 2 = 3$$

El punto es $M(2, 3)$.



- El punto medio de AB es $(2, 3)$:

$$\left(\frac{x-2}{2}, \frac{y+2}{2} \right) = (2, 3) \rightarrow \begin{cases} x-2 = 4 \rightarrow x = 6 \\ y+2 = 6 \rightarrow y = 4 \end{cases}$$

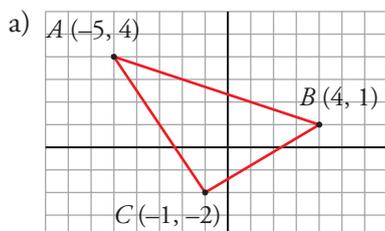
El punto buscado es $B(6, 4)$.

PÁGINA 182

- 39** ■■■ Resuelto en el libro de texto.

40 ■■■ Dado el triángulo de vértices $A(-5, 4)$, $B(4, 1)$, $C(-1, -2)$, halla:

- Las ecuaciones de los tres lados.
- El punto medio del lado AC .
- La ecuación de la mediana del vértice B .



• Lado AB :

$$m = \frac{4 - 1}{-5 - 4} = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$$

$$y = 1 - \frac{1}{3}(x - 4) \rightarrow 3y = 3 - x + 4 \rightarrow \\ \rightarrow x + 3y - 7 = 0$$

• Lado AC :

$$m = \frac{4 + 2}{-5 + 1} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$y = -2 - \frac{3}{2}(x + 1) \rightarrow 2y = -4 - 3x - 3 \rightarrow 3x + 2y + 7 = 0$$

• Lado BC :

$$m = \frac{1 + 2}{4 + 1} = \frac{3}{5}$$

$$y = 1 + \frac{3}{5}(x - 4) \rightarrow 5y = 5 + 3x - 12 \rightarrow 3x - 5y - 7 = 0$$

b) $M_{AC} = \left(\frac{-5 - 1}{2}, \frac{4 - 2}{2} \right) = (-3, 1)$

c) La mediana que corresponde a B pasa, también, por el punto medio de AC , M_{AC} .

$$m = \frac{1 - 1}{4 + 3} = 0$$

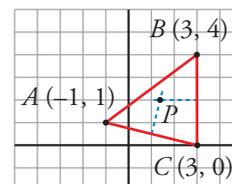
$$y = 1 + 0(x + 3) \rightarrow y = 1$$

41 ■■■ En el triángulo de vértices $A(-1, 1)$, $B(3, 4)$, y $C(3, 0)$, halla:

- La ecuación de la mediatriz de BC .
- La ecuación de la mediatriz de AC .
- El punto de intersección de las mediatrices (el circuncentro del triángulo).

a) La mediatriz de BC es la perpendicular a BC por su punto medio, M_{BC} .

$$M_{BC} = \left(\frac{3 + 3}{2}, \frac{4 + 0}{2} \right) = (3, 2)$$



La recta que contiene a BC es $x = 3$. Su perpendicular por $(3, 2)$ es $y = 2$, mediatriz de BC .

$$b) M_{AC} = \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{1+0}{2} \right) = \left(1, \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{Pendiente de la recta que contiene a } AC, m = \frac{1-0}{-1-3} = -\frac{1}{4}.$$

$$\text{Pendiente de la perpendicular a } AC, m' = 4.$$

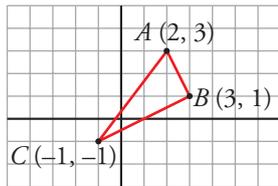
$$\text{Mediatriz de } AC: y = \frac{1}{2} + 4(x-1) \rightarrow 2y = 1 + 8x - 8 \rightarrow 2y - 8x + 7 = 0$$

c) Circuncentro, P :

$$\left. \begin{array}{l} y = 2 \\ 2y - 8x + 7 = 0 \end{array} \right\} 4 - 8x + 7 = 0 \rightarrow 8x = 11 \rightarrow x = 11/8$$

Las coordenadas de P son $\left(\frac{11}{8}, 2 \right)$.

42 ■■■ Comprueba que el triángulo de vértices $A(2, 3)$, $B(3, 1)$ y $C(-1, -1)$ es rectángulo y halla su perímetro y su área.



$$\overline{AB} = \sqrt{(3-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(2+1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(3+1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

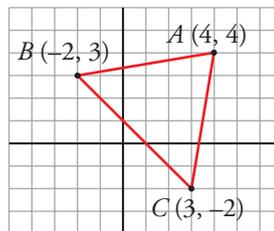
Comprobamos que el triángulo es rectángulo aplicando el teorema de Pitágoras:

$$5^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{20})^2 \rightarrow 25 = 5 + 20$$

$$\text{Perímetro} = \sqrt{5} + 5 + \sqrt{20} = 5 + 3\sqrt{5} \text{ u}$$

$$\text{Área} = \frac{\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}}{2} = 5 \text{ u}^2$$

43 ■■■ Comprueba que el triángulo de vértices $A(4, 4)$, $B(-2, 3)$ y $C(3, -2)$ es isósceles y calcula su área.



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \sqrt{(4+2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37} \\ \overline{AC} = \sqrt{(4-3)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37} \end{array} \right\} \overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(3+2)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Calculamos la altura sobre el lado BC :

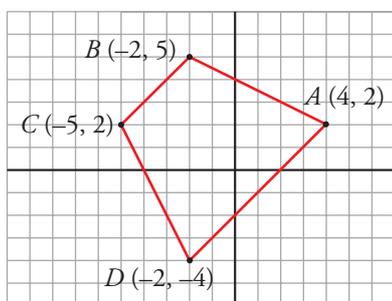
$$M_{BC} = \left(\frac{-2+3}{2}, \frac{3-2}{2} \right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

La altura es la distancia entre A y el punto medio de BC :

$$h = \sqrt{\left(4 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} \cdot 2} = \frac{7}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{Área} = \frac{5\sqrt{2} \cdot (7/2)\sqrt{2}}{2} = \frac{35}{2} \text{ u}^2$$

- 44** ■■■ Prueba que el cuadrilátero de vértices $A(4, 2)$, $B(-2, 5)$, $C(-5, 2)$ y $D(-2, -4)$ es un trapecio isósceles y calcula su perímetro.



- Probamos que BC es paralelo a AD hallando las pendientes de las rectas que los contienen:

$$m_{BC} = \frac{5-2}{-2+5} = \frac{3}{3} = 1$$

$$m_{AD} = \frac{2+4}{4+2} = 1$$

- Probamos que $\overline{AB} = \overline{CD}$:

$$\overline{AB} = \sqrt{(-2-4)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{(-5+2)^2 + (2+4)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

Por tanto, el trapecio $ABCD$ es isósceles.

- Perímetro:

$$\overline{BC} = \sqrt{(-2+5)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(4+2)^2 + (2+4)^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$$

$$P = 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 6\sqrt{5} + 9\sqrt{2} \text{ u}$$

- 45** ■■■ Halla en cada caso la ecuación de la circunferencia concéntrica con la dada y cuyo radio mida la mitad:

a) $x^2 + (y-5)^2 = 36$

b) $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 12$

- a) Centro, $(0, 5)$; radio, 6.

La circunferencia con centro en $(0, 5)$ y radio 3 es: $x^2 + (y-5)^2 = 9$

- b) Centro $(4, -3)$; radio, $\sqrt{12}$.

La circunferencia de centro $(4, -3)$ y radio $\frac{\sqrt{12}}{2}$ es:

$$(x-4)^2 + (y+3)^2 = \left(\frac{\sqrt{12}}{2}\right)^2 \rightarrow (x-4)^2 + (y+3)^2 = 3$$

- 46** ■■■ Halla la ecuación de la circunferencia de diámetro PQ , siendo $P(-5, 2)$ y $Q(3, -6)$.

El centro de la circunferencia es el punto medio de PQ , $M = \left(\frac{-5+3}{2}, \frac{2-6}{2}\right) = (-1, -2)$.

El radio es la mitad de \overline{PQ} :

$$\overline{PQ} = \sqrt{(3+5)^2 + (-6-2)^2} = \sqrt{64+64} = \sqrt{2 \cdot 64} = 8\sqrt{2}$$

$$\text{Radio} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{Ecuación: } (x+1)^2 + (y+2)^2 = (4\sqrt{2})^2$$

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 32$$

- 47** ■■■ Determina los puntos de corte de la circunferencia $x^2 + y^2 = 50$ con la bisectriz del primer cuadrante.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 50 \\ x = y \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} x^2 + x^2 = 50 \rightarrow 2x^2 = 50 \rightarrow x^2 = 25 \\ x = 5 \rightarrow y = 5 \\ x = -5 \rightarrow y = -5 \end{array} \right\}$$

Los puntos de corte son $P(5, 5)$ y $Q(-5, -5)$.

- 48** ■■■ Calcula k para que el punto $(-3, k)$ pertenezca a la circunferencia $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$.

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$$

$$(-3-1)^2 + (k+2)^2 = 25 \rightarrow 16 + k^2 + 4k + 4 - 25 = 0 \rightarrow k^2 + 4k - 5 = 0$$

$$k = \frac{-4 \pm 6}{2} \begin{cases} k = -5 \\ k = 1 \end{cases}$$

Hay dos soluciones, $k = -5$, $k = 1$.

- 49** ■■■ Dadas las rectas:

$$r: 3x + by - 12 = 0 \quad s: ax - y + 6 = 0$$

calcula el valor de a y b sabiendo que r y s son perpendiculares y que r pasa por el punto $(9, -15/2)$.

- Como $r: 3x + by - 12 = 0$ pasa por $\left(9, -\frac{15}{2}\right)$:

$$3 \cdot 9 + b \cdot \left(-\frac{15}{2}\right) - 12 = 0 \rightarrow 27 - \frac{15b}{2} - 12 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 15 = \frac{15b}{2} \rightarrow \frac{2 \cdot 15}{15} = b \rightarrow b = 2$$

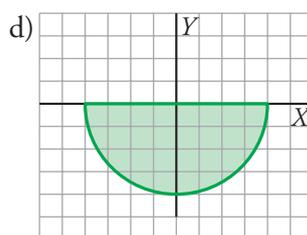
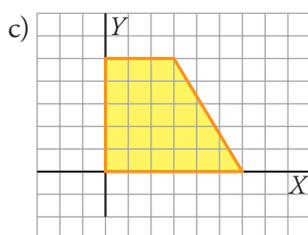
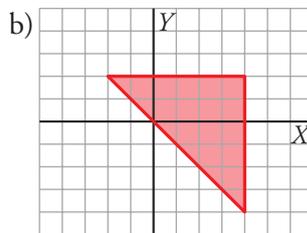
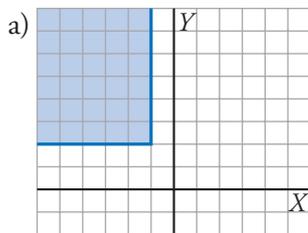
- r y s son perpendiculares:

$$m_r = -\frac{3}{2} \rightarrow m_s = \frac{2}{3} = a \rightarrow a = \frac{2}{3}$$

- 50** ■■■ Resuelto en el libro de texto.

PÁGINA 183

51 Describe mediante inecuaciones o sistemas de inecuaciones, los siguientes recintos:



$$a) \left. \begin{array}{l} x \leq -1 \\ y \geq 2 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} x+1 \leq 0 \\ y-2 \geq 0 \end{cases}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} y \leq 2 \\ x \leq 4 \\ x \geq -y \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} y-2 \leq 0 \\ x-4 \leq 0 \\ x+y \geq 0 \end{cases}$$

c) El lado oblicuo del trapecio pasa por (6, 0) y (3, 5). Su ecuación es:

$$\frac{y-5}{0-5} = \frac{x-3}{6-3} \rightarrow 3y-15 = -5x+15 \rightarrow 5x+3y=30$$

Probamos con el punto (1, 1) que está dentro del recinto:

$$5 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 8 < 30$$

Las ecuaciones del recinto son:

$$\begin{cases} 5x+3y \leq 30 \\ x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 5 \end{cases}$$

d) • El arco corresponde a una circunferencia de centro (0, 0) y radio 4. Su ecuación es $x^2 + y^2 = 16$.

Para el punto (0, -1), que está dentro de la región, $x^2 + y^2 \leq 16$.

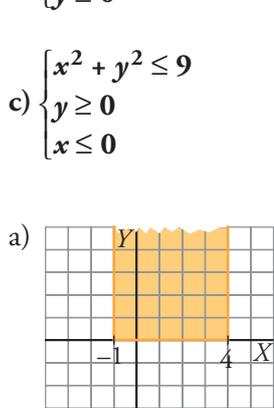
• El segmento recto corresponde a la recta de ecuación $y = 0$.

Para el punto (0, -1), que está dentro de la región, $y \leq 0$.

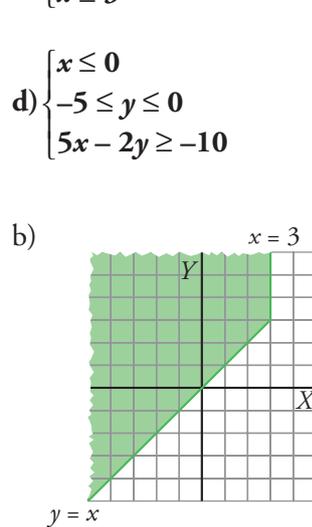
Expresiones que representan la región:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

52 ■■■ Representa gráficamente los siguientes recintos:

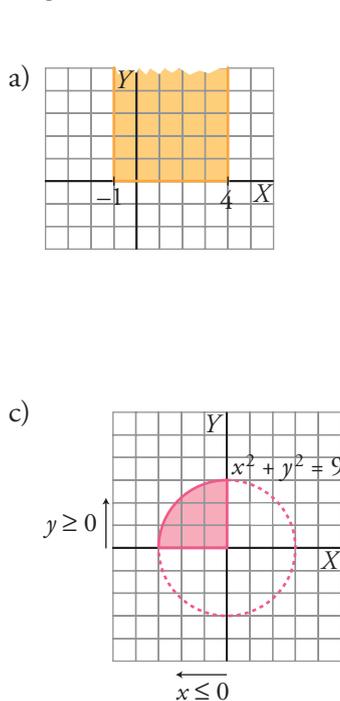
a) $\begin{cases} -1 \leq x \leq 4 \\ y \geq 0 \end{cases}$



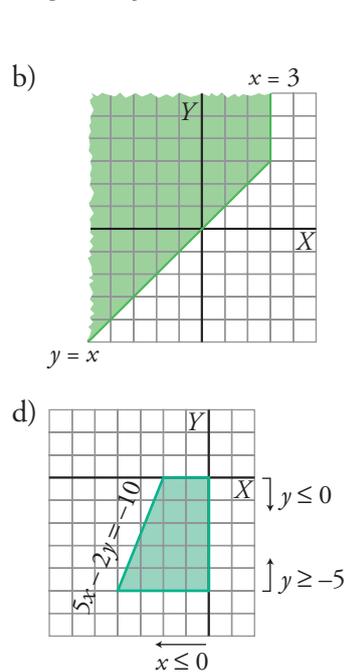
b) $\begin{cases} x - y \leq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$



c) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ y \geq 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$



d) $\begin{cases} x \leq 0 \\ -5 \leq y \leq 0 \\ 5x - 2y \geq -10 \end{cases}$



REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

53 ■■■ Si dos rectas r_1 y r_2 son perpendiculares, ¿cuál de estas condiciones cumplirán sus pendientes?

a) $m_1 = \frac{1}{m_2}$

b) $m_1 = -m_2$

c) $m_1 \cdot m_2 = -1$

d) $m_1 + m_2 = -1$

La c), $m_1 \cdot m_2 = -1$, que equivale a $m_1 = -\frac{1}{m_2}$.

54 ■■■ Sabes que la expresión $ax + by + c = 0$ es la ecuación de una recta. Di cómo es la recta en los siguientes casos:

a) $a = 0$

b) $b = 0$

c) $c = 0$

d) $a = 0, c = 0$

a) $by + c = 0$ es paralela al eje OX .

b) $ax + c = 0$ es paralela al eje OY .

c) $ax + by = 0$ es una recta que pasa por el origen de coordenadas, $(0, 0)$.

d) $by = 0 \rightarrow y = 0$. Es el eje OX .

55 ■■■ ¿Cuál de las rectas

$$r: y = 3x + 1 \quad s: y = -\frac{1}{3}x \quad t: y + 3x = 0$$

es perpendicular a $y = \frac{1}{3}x + 1$?

La pendiente de $y = \frac{1}{3}x + 1$ es $m = \frac{1}{3}$.

La pendiente de una recta perpendicular a ella debe ser -3 .

$t: y + 3x = 0$ es perpendicular a la recta $y = \frac{1}{3}x + 1$.

56 ■■■ ¿Cuál de estas dos ecuaciones

$$x^2 + (y + 1)^2 = \frac{4}{9} \quad x^2 + y^2 + 25 = 0$$

representa una circunferencia? Di su centro y su radio.

$x^2 + (y + 1)^2 = \frac{4}{9}$ representa una circunferencia.

Su centro es el punto $(0, -1)$, y su radio, $\frac{2}{3}$.

57 ■■■ ¿Cuál de estas expresiones nos da la distancia entre $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$?

- a) $(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)$ b) $\sqrt{(x_2 + x_1)^2 - (y_2 + y_1)^2}$
 c) $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ d) $|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$

La c), $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.

58 ■■■ Si las rectas $ax + by + c = 0$ y $a'x + b'y + c' = 0$ son paralelas, ¿cuál de estas dos condiciones cumplen?

- a) $aa' + bb' = 0$ b) $ab' - a'b = 0$

¿Y si son perpendiculares?

Las pendientes de las rectas son, respectivamente:

$$m = -\frac{a}{b}, \quad m' = -\frac{a'}{b'}$$

Si las rectas son paralelas, sus pendientes son iguales:

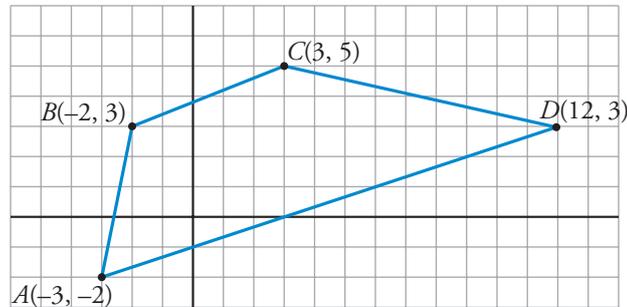
$$-\frac{a}{b} = -\frac{a'}{b'} \rightarrow ab' = a'b \rightarrow ab' - a'b = 0$$

Si las rectas son perpendiculares, $m = -\frac{1}{m'}$:

$$-\frac{a}{b} = \frac{b'}{a'} \rightarrow -aa' = bb' \rightarrow aa' + bb' = 0$$

PROFUNDIZA

- 59** ■■■ La figura adjunta parece un trapecio. Comprueba si realmente lo es. Si no lo es, rectifica las coordenadas del punto D para que sí lo sea.



Veamos si BC es paralelo a AD , calculando sus pendientes:

$$\left. \begin{aligned} m_{BC} &= \frac{5-3}{3+2} = \frac{2}{5} \\ m_{AD} &= \frac{3+2}{12+3} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \end{aligned} \right\} m_{BC} \neq m_{AD} \rightarrow ABCD \text{ no es un trapecio.}$$

Rectificamos el punto D para que las pendientes m_{BC} y m_{AD} sean iguales. Sea $D(a, b)$:

$$m_{AD} = \frac{b+2}{a+3} = m_{BC} = \frac{2}{5}$$

Si, por ejemplo, mantenemos la primera coordenada de $D(12, b)$:

$$\frac{b+2}{12+3} = \frac{2}{5} \rightarrow b+2 = 6 \rightarrow b = 4$$

Podemos tomar $D(12, 4)$ (también es válido $D(7, 2)$).

- 60** ■■■ Halla un punto de la bisectriz del primer cuadrante que diste 5 unidades del punto $(8, 7)$.

Un punto de la bisectriz del primer cuadrante es de la forma (a, a) , con $a \geq 0$.

$$\text{dist} = \sqrt{(8-a)^2 + (7-a)^2} = 5 \rightarrow a^2 + 64 - 16a + a^2 + 49 - 14a = 25 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2a^2 - 30a + 88 = 0 \rightarrow a^2 - 15a + 44 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 176}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{15 \pm 7}{2} = \begin{cases} 11 \\ 4 \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $P(4, 4)$, $Q(11, 11)$.

- 61** ■■■ Las rectas $r: x - y + 1 = 0$; $s: x + y + 9 = 0$; $t: 4x - y - 14 = 0$ forman un triángulo ABC .

a) Calcula las coordenadas de A , B y C .

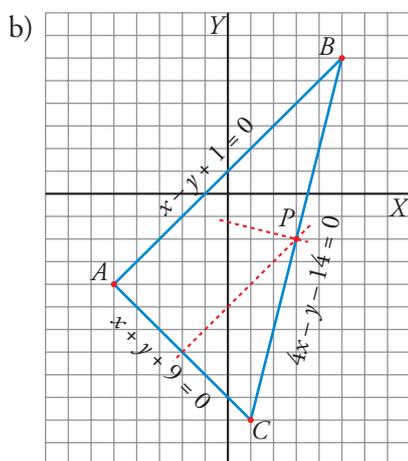
b) Halla el circuncentro del triángulo.

a) Los vértices del triángulo son los puntos donde se intersecan las rectas.

$$r \cap s \left\{ \begin{array}{l} x - y + 1 = 0 \\ x + y + 9 = 0 \\ 2x + 10 = 0 \rightarrow x = -5, y = -4 \end{array} \right\} r \cap s: A(-5, -4)$$

$$r \cap t \left\{ \begin{array}{l} x - y + 1 = 0 \\ 4x - y - 14 = 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} -x + y - 1 = 0 \\ 4x - y - 14 = 0 \\ 3x - 15 = 0 \rightarrow x = 5, y = 6 \end{array} \right\} r \cap t: B(5, 6)$$

$$s \cap t \left\{ \begin{array}{l} x + y + 9 = 0 \\ 4x - y - 14 = 0 \\ 5x - 5 = 0 \rightarrow x = 1, y = -10 \end{array} \right\} s \cap t: C(1, -10)$$



El circuncentro es el punto en el que se intersecan las mediatrices.

La mediatriz es la perpendicular por el punto medio.

- Mediatriz de AC :

Pendiente de la recta que contiene a AC , $m_{AC} = \frac{-10 + 4}{1 + 5} = -1$.

Pendiente de la mediatriz de AC , $m'_1 = 1$.

Punto medio de AC , $M_{AC} = \left(\frac{-5 + 1}{2}, \frac{-4 - 10}{2} \right) = (-2, -7)$.

Ecuación de la mediatriz de AC :

$$y = -7 + (x + 2) \rightarrow y = x - 5$$

- Mediatriz de BC :

Pendiente de la recta que contiene a BC , $m_{BC} = \frac{-10 - 6}{1 - 5} = 4$.

Pendiente de la mediatriz de BC , $m'_2 = -\frac{1}{4}$.

Punto medio de BC , $M_{BC} = \left(\frac{5 + 1}{2}, \frac{6 - 10}{2} \right) = (3, -2)$.

Ecuación de la mediatriz de BC :

$$y = -2 - \frac{1}{4}(x - 3) \rightarrow 4y = -8 - x + 3 \rightarrow 4y + x + 5 = 0$$

- Calculamos el circuncentro:

$$\left. \begin{array}{l} y = x - 5 \\ 4y + x + 5 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4x - 20 + x + 5 = 0 \rightarrow 5x = 15 \rightarrow x = 3 \\ x = 3 \rightarrow y = -2 \end{array}$$

El circuncentro es el punto $P(3, -2)$.

62 ■■■ Dada la recta $r: x - 2y + 1 = 0$ y el punto $A(-1, 5)$, calcula:

- La ecuación de la recta s perpendicular a r y que pasa por A .
- El punto de intersección de r y s , M .
- El simétrico de A respecto de M .

a) $m_r = \frac{1}{2} \rightarrow m_s = -2$

$$s: y = 5 - 2(x + 1) \rightarrow y = 3 - 2x$$

b) $\left. \begin{array}{l} x - 2y + 1 = 0 \\ y = 3 - 2x \end{array} \right\} \begin{array}{l} x - 2(3 - 2x) + 1 = 0 \rightarrow \\ \rightarrow x - 6 + 4x + 1 = 0 \rightarrow 5x = 5 \rightarrow x = 1 \end{array}$

$$x = 1 \rightarrow y = 3 - 2 = 1$$

Las coordenadas de M son $M(1, 1)$.

- c) M es el punto medio de A y su simétrico $A'(x, y)$:

$$\left(\frac{-1 + x}{2}, \frac{5 + y}{2} \right) = (1, 1) \begin{cases} -1 + x = 2 \rightarrow x = 3 \\ 5 + y = 2 \rightarrow y = -3 \end{cases}$$

Las coordenadas de A' son $A'(3, -3)$.

63 ■■■ La recta $y = 2x + 1$ es la mediatriz de un segmento que tiene un extremo en el punto $A(-6, 4)$. Halla las coordenadas del otro extremo.

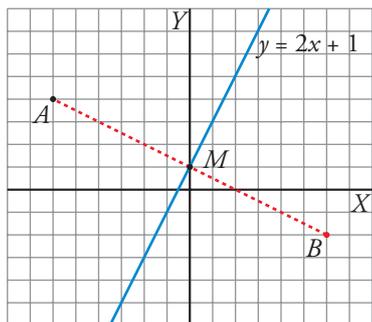
Sea B el otro extremo del segmento.

La pendiente de la mediatriz es $m = 2$.

La recta que contiene a AB tiene pendiente $-\frac{1}{2}$ y pasa por $A(-6, 4)$:

$$r: y = 4 - \frac{1}{2}(x + 6) \rightarrow 2y = 8 - x - 6 \rightarrow x + 2y - 2 = 0$$

El punto de corte de la mediatriz con esta recta r será el punto medio de AB . Lo calculamos:



$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 0 \\ y = 2x + 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x + 4x + 2 - 2 = 0 \rightarrow \\ \rightarrow 5x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x = 0 \rightarrow y = 1; M(0, 1) \end{array}$$

$$A(-6, 4), B(a, b), M(0, 1)$$

$$\left(\frac{-6 + a}{2}, \frac{4 + b}{2} \right) = (0, 1) \begin{cases} -6 + a = 0 \rightarrow a = 6 \\ 4 + b = 2 \rightarrow b = -2 \end{cases}$$

El otro extremo del segmento es $B(6, -2)$.