

1.- Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{3x+1}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{4-10x}{x^2-4}$ (1 punto)

b) $2^{2x} + 3 \cdot 2^{x+1} - 10 \cdot 2^{x-2} = 11$ (1 punto)

c) $-\frac{2}{3}(2x+7)(x^4 - 17x^2 - 38) = 0$ (0,75 puntos)

d) $2 \cdot \log x - \log(x-2) = \log(3x-4)$ (0,75 puntos)

2.- Resuelve las inecuaciones: (1,5 puntos)

a) $\frac{x^2}{x-2} \leq -1$ b) $|2x-1| \leq 5$

3.- Resuelve los sistemas de ecuaciones: (2 puntos)

a) $\left. \begin{array}{l} x+y=9 \\ \sqrt{x+5} - \sqrt{y-1} = 1 \end{array} \right\}$ b) $\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 5 \\ \log x - \log y = \log 2 \end{array} \right\}$

4.- Resuelve los sistemas de inecuaciones: (2 puntos)

a) $\left. \begin{array}{l} x^2 + 5x \leq 0 \\ 16 - 2x < 3x - 3 \end{array} \right\}$ b) $\left. \begin{array}{l} 2y - 1 \geq 1 \\ 3x - y < 0 \end{array} \right\}$

5.- Un cajero automático contiene 95 billetes de 10, 20 y 50 euros, lo que supone un total de 2000 €. Si el número de billetes de 10 € es el doble del número de billetes de 20 €. Averigua cuántos billetes hay de cada tipo . **Aplicando el método de Gauss.** (1 punto)

SOLUCIONES

$$1. a) \frac{3x+1}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{4-10x}{x^2-4} \quad \text{m.c.m.} = (x+2)(x-2)$$

$$\frac{(3x+1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{(x+2)(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{4-10x}{x^2-4} \rightarrow 3x^2 - 5x - 2 - x^2 - 4x - 4 = 4 - 10x$$

$$2x^2 + x - 10 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{4} = \begin{cases} 2 \\ -\frac{5}{2} \end{cases} \quad \text{Solución } x = -\frac{5}{2} \quad (2 \text{ no es válido})$$

$$b) 2^{2x} + 3 \cdot 2^{x+1} - 10 \cdot 2^{x-2} = 11 \rightarrow (2^x)^2 + 3 \cdot 2 \cdot 2^x - 10 \cdot 2^{-2} \cdot 2^x = 11$$

$$\text{hacemos el cambio } t = 2^x \rightarrow t^2 + 6t - \frac{10}{4}t - 11 = 0 \rightarrow t^2 + \frac{7}{2}t - 11 = 0$$

$$2t^2 + 7t - 22 = 0 \rightarrow t = \frac{-7 \pm \sqrt{49+176}}{4} = \frac{-7 \pm 15}{4} = \begin{cases} 2 \\ -\frac{11}{2} \end{cases}$$

$$t = 2^x = \begin{cases} 2 = 2^2 \Rightarrow x = 1 \\ -\frac{11}{2} \text{ imposible} \end{cases} \quad \text{Solución } x = 1$$

$$c) -\frac{2}{3}(2x+7)(x^4 - 17x^2 - 38) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x+7 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{2} \\ x^4 - 17x^2 - 38 = 0 \rightarrow x^2 = z \end{cases}$$

$$z^2 - 17z - 38 = 0 \rightarrow z = \frac{17 \pm \sqrt{289+152}}{2} = \frac{17 \pm 21}{2} = \begin{cases} 19 \\ -2 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} \pm \sqrt{19} \\ \pm \sqrt{-2} \end{cases}$$

$$\text{Soluciones: } x = -\frac{7}{2}, \quad x = +\sqrt{19}, \quad x = -\sqrt{19}$$

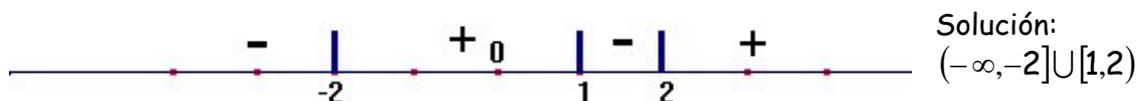
$$d) 2 \cdot \log x - \log(x-2) = \log(3x-4) \rightarrow \log x^2 - \log(x-2) = \log(3x-4)$$

$$\log \frac{x^2}{x-2} = \log(3x-4) \Rightarrow \frac{x^2}{x-2} = 3x-4 \Rightarrow x^2 = 3x^2 - 6x - 4x + 8$$

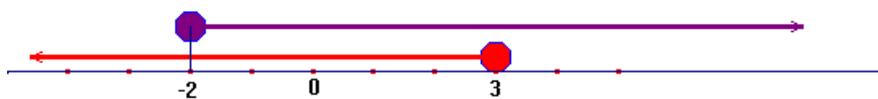
$$2x^2 - 10x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases} \quad \text{Solución } x=4 \quad (1 \text{ no es válido})$$

2.- Resuelve las inecuaciones:

$$a) \frac{x^2}{x-2} \leq -1 \Rightarrow \frac{x^2}{x-2} + 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + x - 2}{x-2} \leq 0 \quad x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$



$$b) |2x - 1| \leq 5 \rightarrow -5 \leq 2x - 1 \leq 5 \rightarrow \text{sistema } \begin{cases} 2x - 1 \geq -5 \\ 2x - 1 \leq 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \geq -4 \\ 2x \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 3 \end{cases}$$



Solución:
[-2,3]

3.- Resuelve los sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} x + y = 9 \\ \sqrt{x+5} - \sqrt{y-1} = 1 \end{cases} \left\{ \text{Por sustitución: } y = 9 - x \rightarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{9-x-1} = 1 \right.$$

$$\sqrt{x+5} = 1 + \sqrt{8-x} \Rightarrow (\sqrt{x+5})^2 = (1 + \sqrt{8-x})^2 \Rightarrow x+5 = 1 + 2\sqrt{8-x} + 8-x$$

$$x+5-1-8+x = 2\sqrt{8-x} \Rightarrow 2x-4 = 2\sqrt{8-x} \Rightarrow x-2 = \sqrt{8-x} \Rightarrow (x-2)^2 = 8-x$$

$$x^2 - 4x + 4 = 8 - x \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 4 \\ -1 \end{cases} \text{ comprobamos:}$$

$$\sqrt{4+5} = 1 + \sqrt{8-4} \rightarrow 3 = 1 + 2 \quad \text{sólo un valor de } x \text{ es válido } x = 4$$

$$\sqrt{-1+5} = 1 + \sqrt{8+1} \rightarrow 2 \neq 1 + 3$$

Y ahora calculamos $y = 9 - x = 9 - 4 = 5$, Solución: $x = 4, y = 5$

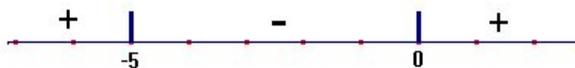
$$b) \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ \log x - \log y = \log 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ \log \frac{x}{y} = \log 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ \frac{x}{y} = 2 \rightarrow x = 2y \end{cases} \rightarrow (2y)^2 + y^2 = 5$$

$$4y^2 + y^2 = 5 \Rightarrow 5y^2 = 5 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ (no puede ser negativo)}$$

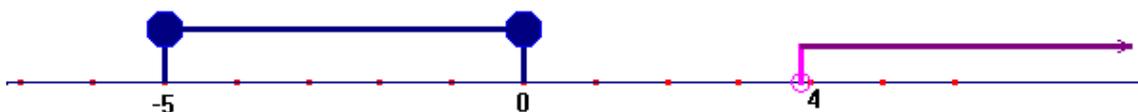
Hallemos ahora x : $x = 2y \Rightarrow x = 2$ Solución: $x = 2, y = 1$

4.- Resuelve los sistemas de inecuaciones:

$$a) \begin{cases} x^2 + 5x \leq 0 \\ 16 - 2x < 3x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(x+5) \leq 0 \\ 16 + 3 < 3x + 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(x+5) \leq 0 \\ 19 < 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{sol: } [-5, 0] \\ \text{sol: } \left(\frac{19}{5}, +\infty\right) \end{cases}$$



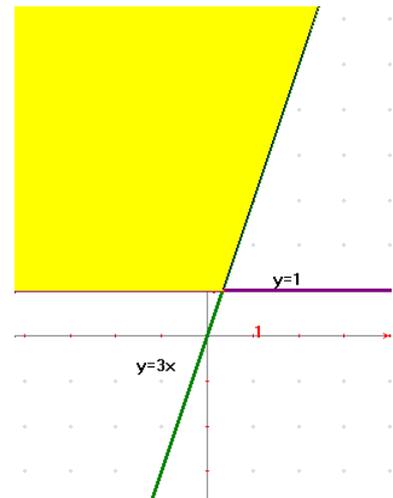
La solución del sistema será la intersección de las dos soluciones, es decir:



No hay intersección. Solución: \emptyset

$$b) \left. \begin{array}{l} 2y - 1 \geq 1 \\ 3x - y < 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 2y - 1 = 1 \\ 3x - y = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 1 \\ y = 3x \end{array} \right\} \text{representamos}$$

las dos rectas y hallamos los semiplanos solución de cada inecuación, la intersección de los dos será la solución del sistema, que es la zona en amarillo, entrando la semirrecta correspondiente a $y=1$ y no entrando la otra.



5.- Un cajero automático contiene 95 billetes de 10, 20 y 50 euros, lo que supone un total de 2000 €. Si el número de billetes de 10 € es el doble del número de billetes de 20 €. Averigua cuántos billetes hay de cada tipo . **Aplicando el método de Gauss.**

$$\left. \begin{array}{l} x - \text{billetes de 10} \\ y - \text{billetes de 20} \\ z - \text{billetes de 50} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 95 \\ 10x + 20y + 50z = 2000 \\ x = 2y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 95 \\ x + 2y + 5z = 200 \\ x - 2y = 0 \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{E_2 - 5E_1} \left. \begin{array}{l} x + y + z = 95 \\ -4x - 3y = -275 \\ x - 2y = 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{E_2 + 4E_3} \left. \begin{array}{l} x + y + z = 95 \\ -11y = -275 \\ x - 2y = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 95 \\ x - 2y = 0 \\ 11y = 275 \end{array} \right\}$$

$$y = \frac{275}{11} = 25 \rightarrow x - 2 \cdot 25 = 0 \Rightarrow x = 50 \rightarrow 50 + 25 + z = 95 \Rightarrow z = 20$$

Solución: Hay 50 billetes de 10 €, 25 billetes de 20 € y 20 billetes de 50 €.