

Calcular los siguientes límites. Explica razonadamente el por qué de los resultados cuyo cálculo sea directo.

1) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x}{(x+2)^3}$

2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2 - x}{3x^2 + 6x + 3}$

3) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6}{x-3} - \frac{x+9}{x^2-3x} \right)$

4) $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{\frac{x^2 - 4x + 6}{x-5}}$

5) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x-9}$

6) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 3x + 21}{5x^2 - 4x^3 + 2x}$

7) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{5}{x-2} - \frac{2x+6}{x^2-2x} \right)$

8) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x-15}{\sqrt{x+4}-3}$

9) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4+x-2x^3}{2x^2-3x+11}$

10) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-1}{x} - \frac{1+2x^2}{2x-1} \right)$

11) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-8}{x^2+x-2}$

12) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x+1}{\sqrt{3x^4-x}}$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x^2+3x^3}{x^3-5x^4-4x^2}$

14) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+5x^2+6x}{x^3+x^2-8x-12}$

15) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3-18x^2+27x}{5x^2-20x+15}$

16) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-x}{\sqrt{x+4}-2}$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{4x}$

18) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+2x+1}{x^3+3x^2+3x+1}$

19) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{1+4x})$

20) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{x^3-2x^2+x}$

21) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{6x^2}{3x-1} - 2x \right)$

22) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-1}{x+2} - \frac{x^3}{x^2+1} \right)$

23) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-2\sqrt{x^4+1}}{\sqrt{2x^4+1}}$

24) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x^2-1} - 2x)$

25) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+2}{\sqrt{5x^2-3x+1}}$

26) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2+x-2}{x^3+x^2-x-1}$

27) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{\frac{2x^3-3x^2+1}{3x^2-8x^2+7x-2}}$

28) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+x+x})$

29) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{x^3+3x}}{\sqrt{x^2+2}}$

30) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+6x^2+12x+8}{x^5+8x^4+24x^3+32x^2+16x}$

31) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1})$

32) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

33) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2-4}}$

34) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x\sqrt{2x\sqrt{2x}}}}{\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}$

Soluciones (los resultados están simplificados y, en su caso, racionalizados).

$$1) \begin{cases} +\infty & \text{si } x \rightarrow -2^- \\ -\infty & \text{si } x \rightarrow -2^+ \end{cases}$$

$$2) -\frac{2}{9}$$

$$3) \begin{cases} -\infty & \text{si } x \rightarrow 3^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow 3^+ \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \text{no existe} & \text{si } x \rightarrow 5^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow 5^+ \end{cases}$$

$$5) \frac{1}{6}$$

$$6) 0$$

$$7) \frac{3}{2}$$

$$8) 18$$

$$9) +\infty$$

$$10) -\frac{1}{2}$$

$$11) 0$$

$$12) 0$$

$$13) \frac{1}{2}$$

$$14) \begin{cases} -\infty & \text{si } x \rightarrow -2^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow -2^+ \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} +\infty & \text{si } x \rightarrow -1^- \\ -\infty & \text{si } x \rightarrow -1^+ \end{cases}$$

$$16) -4$$

$$17) \frac{1}{8}$$

$$18) \begin{cases} -\infty & \text{si } x \rightarrow -1^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow -1^+ \end{cases}$$

$$19) +\infty$$

$$20) \begin{cases} -\infty & \text{si } x \rightarrow 1^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow 1^+ \end{cases}$$

$$21) \frac{2}{3}$$

$$22) -2$$

$$23) -\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$

$$24) -\infty$$

$$25) \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$26) \begin{cases} -\infty & \text{si } x \rightarrow -1^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow -1^+ \end{cases}$$

$$27) 0$$

$$28) -\frac{1}{2}$$

$$29) 0$$

$$30) \begin{cases} +\infty & \text{si } x \rightarrow -2^- \\ -\infty & \text{si } x \rightarrow -2^+ \end{cases}$$

$$31) +\infty$$

$$32) \begin{cases} -1 & \text{si } x \rightarrow 0^- \\ 1 & \text{si } x \rightarrow 0^+ \end{cases}$$

$$33) \begin{cases} \text{no existe} & \text{si } x \rightarrow 2^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow 2^+ \end{cases}$$

$$34) \sqrt[8]{128}$$