1 **Indica, considerando constante el valor de la aceleración de la gravedad, de qué factores depende el alcance máximo en un lanzamiento oblicuo.**

Solución:
El alcance máximo en un lanzamiento oblicuo es:

$$x_{máx} = \frac{v_0^2 sen 2\alpha}{g}$$

Depende, en consecuencia, de la velocidad inicial del móvil y del ángulo α de lanzamiento con la horizontal.

2 **Señala qué movimientos componen un lanzamiento oblicuo y cuál es la trayectoria obtenida.**

Solución:
Un lanzamiento oblicuo se compone de dos movimientos, uno rectilíneo uniforme y horizontal, y otro rectilíneo uniformemente acelerado vertical hacia abajo. La trayectoria resultante es una parábola de eje vertical.

3 **Calcula el módulo de la velocidad del movimiento resultante de la composición de dos movimientos rectilíneos uniformes perpendiculares que tienen la misma velocidad u.**

Solución:
La composición de dos movimientos rectilíneos uniformes perpendiculares da lugar a un movimiento rectilíneo uniforme de velocidad:

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{u^2 + u^2} = u\sqrt{2}$$

4 **Señala qué movimientos componen un lanzamiento horizontal y cuál es la trayectoria obtenida.**

Solución:
Un lanzamiento horizontal se compone de dos movimientos, uno rectilíneo uniforme y horizontal, y otro rectilíneo uniformemente acelerado vertical hacia abajo.
La trayectoria resultante es una parábola de eje vertical.

5 **Justifica cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas para el caso de un avión en vuelo horizontal que suelta un objeto:**
a) Un observador situado en el avión observa que el objeto describe una trayectoria parabólica.
b) El objeto se mantiene durante su caída en la misma vertical que el avión.
c) Un observador situado en el avión observa que el objeto cae con un movimiento rectilíneo uniforme.
d) Un observador que cae junto con el objeto observa que éste cae con un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.
e) Un observador en tierra observa que el objeto describe una trayectoria parabólica.

Solución:
a) Falsa. El observador del avión y el objeto se encuentran en la misma vertical. El observador ve, por tanto, un movimiento rectilíneo.
b) Verdadera. El objeto posee la misma velocidad horizontal que el avión y, por tanto, en su caída siempre se encuentra bajo el avión en la misma vertical.
c) Falsa. Aunque el objeto posee la misma velocidad horizontal que el avión y en su caída siempre se encuentra bajo el avión, al ser un objeto en caída libre, posee un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado respecto al avión.
d) Falsa. Ambos caen a la vez y se encuentran en reposo uno respecto al otro.
e) Verdadera. El movimiento resultante es la composición de un movimiento rectilíneo uniforme horizontal (el del avión) y un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado vertical (el de caída libre).

6 **Una persona viaja sobre una cinta transportadora de un aeropuerto que posee una velocidad respecto al suelo de 0,5 m /s. Para ir más deprisa, anda sobre ella con una velocidad de 1,5 m/s. Calcula:**
a) La velocidad de la persona respecto al suelo.
b) La distancia que ha recorrido sobre la cinta en 10 s.
c) La distancia que ha recorrido en ese tiempo para un observador en reposo en el suelo.

Solución:
a) Sea O el origen de la cinta, O' la posición inicial de la persona sobre la cinta y P la posición de la persona en el instante t.
La velocidad respecto al suelo es: v = v' + V = 1,5 + 0,5 = 2 m /s

b) La distancia recorrida en el sistema de referencia ligada a la cinta, de origen O', será:
$x' = O'P = x_0' + v' \cdot t = 0 + 1{,}5 \cdot 10 = 15\ m$

c) Para un observador en reposo en el suelo, fijo en el sistema de origen O, la distancia recorrida es:
$x = x_0' + x' = (x_0 + v \cdot t) + x' = (0 + 0{,}5 \cdot 10) + 15 = 20\ m$

7 **Un móvil se encuentra en el instante t = 0 s en la posición de coordenadas (1, 1) y se mueve con una velocidad de 3 m /s en la dirección y sentido del eje X positivo y con una velocidad de 4 m /s en la dirección y sentido del eje Y positivo. Calcula:**
a) La velocidad resultante del móvil.
b) Su posición después de 2 s.
Las coordenadas están expresadas en metros.

Solución:
a) Velocidad resultante:
$\vec{v}_T = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = 3\vec{i} + 4\vec{j}\ (m/s)$
El módulo de esta velocidad es:
$v_T = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ m/s$

b) Posición para t = 2 s:
$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_T \cdot t = (\vec{r}_{01} + \vec{r}_{02}) + \vec{v}_T \cdot t = (\vec{i} + \vec{j}) + (3\vec{i} + 4\vec{j}) \cdot 2 = 7\vec{i} + 9\vec{j}$ (m)
La nueva posición del móvil, expresada en metros, es (7, 9).

8 **Un barco de 250 metros de longitud se aleja del muelle con una velocidad constante de 2 m/s. Una persona, situada en el extremo de la cubierta mas alejado del muelle, se pone en movimiento con una velocidad constante de 1,5 m/s, en sentido contrario a la velocidad del barco, en el mismo instante que este comienza a moverse. Calcula:**

a) La velocidad de la persona en un sistema de referencia solidario con el barco y situado en el centro de la cubierta.
b) La posición de la persona al cabo de 20 s en este sistema de referencia.
c) La velocidad de la persona en un sistema de referencia fijo en el muelle.
d) La posición de la persona al cabo de 20 s en este sistema de referencia.

Solución:
En todos los casos se considera el movimiento en el eje X.
a) v' = -1,5 m/s

b) En este sistema de referencia, x'_0 = 125 m, ya que la persona se encuentra inicialmente a una distancia del centro del barco igual a la mitad de la longitud de éste: $x' = x'_0 + v' \cdot t = 125 - 1{,}5 \cdot 20 = 95\ m$

c) v = v' + V = - 1,5 + 2 = 0,5 m/s

d) En este otro sistema de referencia, la posición inicial de la persona es x_0 = 250 m. Así:
$x = x_0 + (v' + V) \cdot t = 250 + 0{,}5 \cdot 20 = 260\ m$

9 **Se lanza oblicuamente un proyectil. Calcula el radio de curvatura en el punto más alto de la trayectoria.**

Solución:
En el punto más alto de la trayectoria sólo existe la componente horizontal de la velocidad; la componente vertical es nula. El valor de la componente horizontal, que no cambia en toda la trayectoria, es:
$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\alpha$
La aceleración tangencial a la trayectoria en el punto más alto es nula porque en ese instante no hay variación del módulo de la velocidad:
$$a_t = \frac{dv}{dt} = 0$$
La aceleración total es la aceleración de la gravedad:
$\vec{a} = -9{,}8\vec{j}$
Por tanto , la aceleración normal es:
$\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t = -9{,}8\vec{j}$
El radio r de curvatura es:
$$a_N = \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(v_0 \cos\alpha)^2}{9{,}8}$$

10 **Un cañón dispara un proyectil con una velocidad que forma un ángulo α con la horizontal. Muestra para qué otro ángulo de lanzamiento se obtiene el mismo alcance máximo con la misma velocidad inicial.**

Solución:

El alcance máximo en un lanzamiento oblicuo es: $x_{máx} = \frac{v_0^2\ sen2\alpha}{g}$

Para otro ángulo de lanzamiento α' y la misma velocidad inicial, el alcance máximo sería: $x'_{máx} = \frac{v_0^2\ sen2\alpha'}{g}$

Los alcances máximos serán iguales si: sen 2α = sen 2α', lo que se cumple para 2α = 180º - 2α '
Por tanto: α ' = 90º - α

11 **Deduce las componentes cartesianas del vector de posición de un móvil cuyo movimiento es el resultante de la composición de dos movimientos rectilíneos uniformes perpendiculares.**

Solución:
La composición de dos movimientos rectilíneos uniformes perpendiculares da lugar a un movimiento rectilíneo uniforme de ecuación:

$$\vec{r} = \vec{x} + \vec{y} = (\vec{x}_0 + \vec{y}_0) + (\vec{v}_x + \vec{v}_y) \cdot t = (\vec{x}_0 + \vec{v}_x t) + (\vec{y}_0 + \vec{v}_y t) = (x_0 + v_x t) \cdot \vec{i} + (y_0 + v_y t) \cdot \vec{j}$$

Las componentes cartesianas del vector de posición son, por tanto:

$$x = x_0 + v_x t$$

$$y = y_0 + v_y t$$

12 **Indica si las siguiente afirmaciones son verdaderas o falsas para un lanzamiento oblicuo:**
a) El alcance máximo depende de la velocidad inicial.
b) La altura máxima que alcanza el proyectil no depende de su velocidad inicial.
c) En el punto más alto de la trayectoria, la velocidad sólo posee componente vertical.

Solución:

a) Verdadera. El alcance máximo depende de la velocidad inicial: $x_{máx} = \frac{v_0^2 sen2\alpha}{g}$

b) Falsa. La altura máxima alcanzada depende de la velocidad inicial: $y_{máx} = \frac{v_0^2 sen^2\alpha}{2g}$

c) Falso, sólo posee componente horizontal. En ese instante la componente vertical es nula.

13 **Un globo aerostático asciende con una velocidad constante v. Cuando se encuentra a una altura h sobre el suelo deja caer un objeto. Escribe la ecuación de movimiento de este objeto.**

Solución:
La composición de un movimiento rectilíneo uniforme con otro movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en la misma dirección da lugar a un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado en la misma dirección. En este caso suman un movimiento uniforme de velocidad v con otro uniformemente acelerado de aceleración igual a la de la gravedad. El movimiento resultante tiene velocidad inicial v y altura inicial h. Su altura "y" sobre el suelo será:

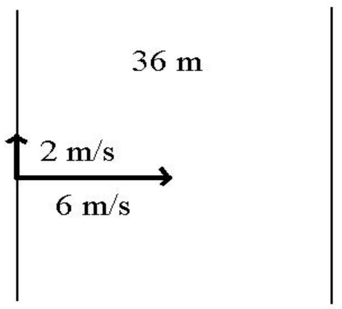
$$y = h + v \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-9{,}8) \cdot t^2 \Rightarrow y = h + v \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2$$

14 **Justifica cuál es la trayectoria resultante de la composición de dos movimientos rectilíneos de la misma dirección, uno uniforme y otro uniformemente acelerado.**

Solución:
La composición de un movimiento rectilíneo uniforme con otro movimiento rectilíneo uniformemente acelerado de la misma dirección da lugar a un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado de la misma dirección. En consecuencia, la trayectoria del movimiento resultante es una recta.

15 **Un piragüista quiere cruzar un canal de 36 m de ancho en el que la corriente tiene una velocidad de 2 m/s. Si el piragüista desarrolla una velocidad constante de 6 m/s en dirección perpendicular a la orilla, calcula:**
a) El tiempo que necesita para atravesar el canal.
b) La distancia que ha sido arrastrado aguas abajo.
El módulo del vector velocidad de la piragua.

Solución:
a) El movimiento de la piragua es la composición de dos movimientos rectilíneos uniformes, uno en la dirección de la corriente con velocidad 2 m /s y otro perpendicular a ella con velocidad 6 m /s; el movimiento resultante es otro movimiento rectilíneo uniforme.



Tomando como eje X la dirección perpendicular a la de la corriente y como eje Y la dirección de la orilla y de la corriente, las ecuaciones del movimiento son:

$x = v_x t = 6t$

$y = v_y t = 2t$

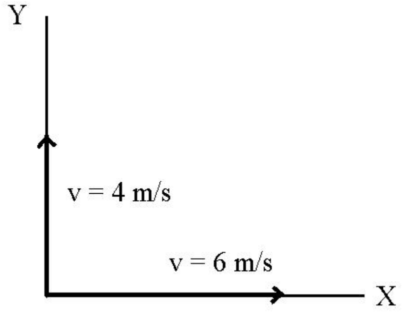
Cuando la piragua llega a la orilla opuesta (x = 36 m) se tiene: 36 = 6t $\Rightarrow$ t = 6 s

b) La distancia arrastrada por la corriente en ese tiempo es: y = 2· 6 = 12 s

c) El vector velocidad es: $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$

$v = \sqrt{6^2 + 2^2} = 6{,}3\ m/s$

16 **El gráfico siguiente representa un móvil situado en el origen de coordenadas, que tiene las velocidades constantes que se indican según los ejes cartesianos:**



Calcula:
a) El vector de posición del móvil para t = 3 s.
b) El módulo del vector velocidad.

Solución:
a) Las componentes cartesianas del vector velocidad son:
$v_x = 4\ m/s;\quad v_y = 6\ m/s$
El vector de posición para t = 3 s es:
$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v} \cdot t = (\vec{r}_{0x} + \vec{r}_{oy}) + (v_x\vec{i} + v_y\vec{j}) \cdot t = (4\vec{i} + 6\vec{j}) \cdot 3 = 12\vec{i} + 18\vec{j}\ (m)$
El móvil se encuentra en la posición (12, 18) en el instante t = 3 s.

b) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 7{,}2\ m/s$

17 **Un tren circula con movimiento rectilíneo uniforme a la velocidad de 144 km/h. Una persona, que se encuentra en un puente situado 5 m por encima del techo del tren, deja caer cada segundo una gota de pintura. Calcula la distancia entre las marcas que deja la pintura en el techo del tren.**

Solución:
La velocidad del tren es: v = 144 km/h = 40 m /s
Las gotas llegan al techo del tren con intervalos de un segundo, con independencia del valor de la altura del puente. La distancia entre las marcas es igual al espacio recorrido por el tren en un segundo:
s = v · t = 40 · 1 = 40 m

18 **Un globo aerostático asciende con una velocidad constante de 5 m/s. Se deja caer un objeto desde el globo cuando su altura sobre el suelo es de 400 m. Calcula:**
a) El tiempo que tarda el objeto en llegar al suelo.
b) Su velocidad en ese instante.
No se tiene en cuenta la resistencia del aire.

Solución:
a) El objeto tiene un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Su velocidad inicial es la que tenía cuando estaba en el globo, 5 m/s (positiva porque tiene sentido hacia arriba); su aceleración es la de la gravedad, y su altura inicial sobre el suelo, 400 m. Por tanto, la ecuación de movimiento que da la altura sobre el suelo (h = 0) es:

$$h = h_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 400 + 5 \cdot t + 0{,}5 \cdot (-9{,}8) \cdot t^2 = 400 + 5 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2$$

En el momento de llegar al suelo (h = 0), se tiene:

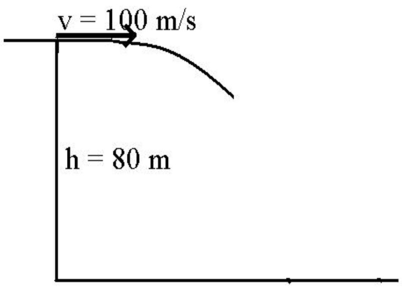
$$0 = 400 + 5 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2 \Rightarrow t = 9{,}6 s$$

b) La ecuación de la velocidad del móvil es:

$$v = v_0 + g \cdot t = 5 + (-9{,}8) \cdot 9{,}6 = -89\ m/s$$

El signo "–" indica que el sentido de la velocidad es hacia abajo.

19 **El gráfico siguiente representa un lanzamiento horizontal:**



Calcula:
a) La altura del móvil sobre el suelo en el instante t = 2 s.
b) El vector velocidad en ese momento.

Solución:
a) Las ecuaciones de movimiento en el lanzamiento horizontal son :

$$x = v_0 t$$

$$y = h - 4{,}9 \cdot t^2$$

Para t = 2 s, la altura "y" sobre el suelo es: $y = h - 4{,}9 \cdot t^2 = 80 - 4{,}9 \cdot 2^2 = 60\ m$

b) Las componentes del vector velocidad para t = 2 s son:

$$v_x = v_0 = 100\ m/s$$

$$v_y = -9{,}8 \cdot t = -9{,}8 \cdot 2 = -19{,}6\ m/s$$

El vector velocidad para t = 2 s es:

$$\vec{v} = 100\vec{i} - 19{,}6\vec{j}\ (m/s)$$

20 **Un avión se encuentra en el instante t = 0 s en la posición de coordenadas (0, 1) en km y se mueve con una velocidad de 1 200 km/h en la dirección y sentido del eje X positivo. Al mismo tiempo sopla un viento de velocidad 120 km/h en la dirección y sentido del eje Y positivo. Calcula:**
c) La velocidad resultante del avión.
d) Su posición después de 2 s.
Las coordenadas están expresadas en kilómetros.

Solución:
a) Velocidad resultante:

$\vec{v}_T = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = 1200\vec{i} + 120\vec{j}\ (km/h)$

$\vec{v}_T = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = 333\vec{i} + 33{,}3\vec{j}\ (m/s)$

El módulo de esta velocidad es:

$v_T = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{1\,200^2 + 120^2} = 1\,206\ km/h$

b) Posición para t = 2 s:

$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_T \cdot t = (\vec{r}_{01} + \vec{r}_{02}) + \vec{v}_T \cdot t = (1\,000\vec{j}) + (333 \cdot \vec{i} + 33{,}3 \cdot \vec{j}) \cdot 2 = 666\vec{i} + 1\,066{,}6\vec{j}\ (m)$

La nueva posición del avión, expresada en kilómetros, es (0,666; 1,066).