

UNIDAD 1: Números	2
ACTIVIDADES ANTES DE EMPEZAR -PÁG. 9	2
ACTIVIDADES Y TAREAS -PÁG. 12	2
ACTIVIDADES Y TAREAS-PÁG. 13	5
ACTIVIDADES Y TAREAS: Investiga - PÁG. 13.....	6
ACTIVIDADES Y TAREAS-PÁG. 16	7
ACTIVIDADES Y TAREAS: Aplicación a la vida cotidiana - PÁG. 16.....	11
ACTIVIDADES Y TAREAS - PÁG. 17	12
ACTIVIDADES-PÁG. 19	13
ACTIVIDADES-PÁG. 22	16
ACTIVIDADES-PÁG. 23	18
ACTIVIDADES-PÁG. 25	21
ACTIVIDADES-PÁG. 27	23
TRABAJAMOS COMPETENCIAS-PÁG. 28.....	25
ACTIVIDADES-PÁG. 29	27
DESAFÍO PISA-PÁG. 30.....	30
INFORMÁTICA MATEMÁTICA-PÁG. 31	31
EVALUACIÓN-PÁG. 32.....	32
MI PROYECTO-PÁG. 34	34

UNIDAD 1: Números

ACTIVIDADES ANTES DE EMPEZAR - PÁG. 9

- Indica cuáles de estos números no son números enteros:

a) -4 b) 12,5 c) -0,1 d) 1 003 e) $\frac{2}{5}$

No son enteros: a) 12,5; b) -0,1 y c) $\frac{2}{5}$

- Si ayer la temperatura media fue de -4°C y hoy está previsto que suba 6 grados, ¿cuál será la temperatura media hoy?

2°C

- Cuántos alumnos hay en PMAR II en un instituto si son la séptima parte de un total de 105 alumnos.

Hay 15 alumnos en PMAR II

- Pon un ejemplo del uso en la vida cotidiana de cada uno de los siguientes números:

a) 250 b) -10 c) $\frac{3}{4}$ d) 10,55

a) Había 250 espectadores en el concierto de ayer.

b) Se esperan temperaturas de -10°C esta noche.

c) Estuve esperando $\frac{3}{4}$ de hora.

d) El libro me ha costado 10,55 €

ACTIVIDADES Y TAREAS - PÁG. 12

- Copia y completa la siguiente tabla en tu cuaderno escribiendo SÍ o NO en cada casilla si los siguientes números pertenecen a los distintos conjuntos de números:

Números	Naturales (N)	Enteros(Z)	Racionales(Q)	Reales (R)
2,45151515151...	NO	NO	SI	SI
-6	NO	SI	SI	SI
π	NO	NO	NO	SÍ
13	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ
$\frac{1}{3}$	NO	NO	SÍ	SÍ
- 0,5	NO	NO	SÍ	SÍ
0,333333...	NO	NO	SÍ	SÍ
0	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ
12,41411411141111...	NO	NO	NO	SÍ
$-\frac{3}{4}$	NO	NO	SÍ	SÍ
1013,16	NO	NO	SÍ	SÍ

2. Calcula el valor absoluto de los siguientes números enteros:

a) $|+3| =$

a) 3

c) $|0| =$

c) 0

e) $|-1,5| =$

e) 1,5

b) $|-11| =$

b) 11

d) $|-25| =$

d) 25

f) $|+4,66| =$

f) 4,66

3. Resuelve las siguientes sumas y restas de números enteros:

a) $(+7) + (+5)$

a) 12

b) $(+4) + (-3)$

b) 1

c) $(-7) + (+1)$

c) -6

d) $(-11) + (-3)$

d) -14

e) $(-2) + (+10)$

e) 8

f) $(+4) - (+2)$

f) 2

g) $(+5) - (-6)$

g) 11

h) $(-1) - (+12)$

h) -13

i) $(-10) - (-4)$

i) -6

j) $(+6) - (+15)$

j) -9

k) $(-5) + (+7) - (-1)$

k) 3

l) $(+4) - (+14) + (-3)$

l) -13

4. Resuelve:

a) $8 - 16$

a) -8

b) $5 + 1 - 7$

b) -1

c) $2 + (-4) - 12$

c) -14

d) $-9 - 11 + 5$

d) -15

e) $1 - 6 - 12$

e) -17

f) $-7 + 8 - (-3)$

f) 4

g) $-10 + 11 - 3$

g) -2

h) $-5 + (-4) - (-1)$

h) -8

5. Resuelve los siguientes productos y divisiones de números enteros:

a) $(+5) \cdot (-2)$

b) -10

b) $(-5) \cdot (-4)$

b) 20

c) $(+11) \cdot (+3)$

c) 33

d) $(-6) \cdot (+2)$

d) -12

e) $(-24) : (-4)$

e) 6

f) $(-15) : (+3)$

f) -5

g) $35 : (-7)$

g) -5

h) $40 \cdot 5 : (-8)$

h) -25

6. Resuelve las siguientes operaciones combinadas de números enteros:

a) $7 - (-3) \cdot (-6)$

a) -9

e) $11 - (1 - 9) : (-4) + 5$

e) 14

b) $(-4) + (-12) : (+3)$
 b) -8

c) $-15 \cdot 2 - (-1) \cdot 5$
 c) -25

d) $8 + (10 - 6) : (-2)$
 d) 6

f) $12 - [(-3) \cdot 2 - 7] + 2$
 f) 27

g) $[10 + (-2)] : (-4) + 1$
 g) -1

h) $3 - (-3) \cdot (-1) + [(-3 + 1) : (-2)]$
 h) 1

ACTIVIDADES Y TAREAS - PÁG. 13

7. Resuelve las siguientes sumas y restas de números racionales:

a) $\frac{2}{3} + \frac{5}{4}$

a) $\frac{23}{12}$

b) $\frac{1}{4} - \frac{5}{8}$

b) $-\frac{3}{8}$

c) $\frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{2}\right)$

c) $\frac{1}{10}$

d) $\frac{5}{6} - 2$

d) $-\frac{7}{6}$

e) $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{5}{7}$

e) $\frac{191}{140}$

f) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}$

f) $\frac{1}{4}$

g) $\frac{4}{3} + \left(-\frac{2}{5}\right) - \frac{1}{10}$

g) $\frac{5}{6}$

h) $-\frac{3}{4} - \left(-\frac{4}{7}\right) + 1$

h) $\frac{23}{28}$

8. Resuelve las siguientes multiplicaciones y divisiones de números racionales simplificando el resultado siempre que sea posible:

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}$

a) $\frac{3}{20}$

c) $\frac{1}{5} : \frac{10}{3}$

c) $\frac{3}{50}$

e) $\left(+\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$

e) $-\frac{15}{2}$

g) $\left(+\frac{9}{4}\right) : \left(+\frac{1}{2}\right)$

g) $\frac{9}{2}$

b) $\frac{7}{6} \cdot \frac{3}{2}$ d) $\frac{4}{3} : 3$ f) $\left(-\frac{7}{11}\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)$ h) $2 : \left(\frac{1}{5}\right)$

b) $\frac{7}{4}$ d) $\frac{4}{9}$ f) $\frac{49}{22}$ h) $\frac{1}{10}$

9. Resuelve las siguientes operaciones combinadas de números racionales:

a) $\frac{1}{5} - \left(+\frac{3}{2}\right) \cdot \frac{2}{5}$ b) $-\frac{4}{3} + 2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$ c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} - \frac{5}{6} : \frac{1}{10}$

a) $-\frac{2}{5}$ b) $-\frac{26}{15}$ c) $-\frac{49}{6}$

d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right)$ e) $\left(+\frac{3}{4}\right) \cdot \left(+\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) : \left(-\frac{4}{5}\right)$ f) $\left[\left(\frac{2}{3} - 1\right) + \frac{4}{5}\right] + \frac{3}{5}$

d) $\frac{1}{2}$ e) $-\frac{3}{8}$ f) $\frac{16}{15}$

g) $-\frac{2}{5} + \left[\frac{3}{2} - \left(-\frac{7}{5}\right)\right] + 1$ h) $\left[3 - \left(-\frac{2}{3}\right)\right] : \frac{4}{5} + \frac{1}{2}$ i) $-\frac{5}{4} + \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{5} - 2$

g) $\frac{7}{2}$ h) $\frac{61}{12}$ i) $-\frac{23}{20}$

ACTIVIDADES Y TAREAS: Investiga - PÁG. 13

10. En esta actividad vamos a estudiar las propiedades básicas de los números naturales. Para ello vas a necesitar alrededor de 20 objetos iguales (fichas, trozos de papel, caramelos...) que sean cómodos de manipular.

Vamos a representar cada número con un conjunto de objetos equivalente. Por ejemplo, el número 6 estará representado por 6 caramelos.

a) ¿Podemos colocar los 6 caramelos formando dos filas? ¿Y cinco caramelos?

Podemos colocar 6 caramelos, se puede construir como 2 filas de 3 caramelos. Cinco caramelos no.

b) ¿Qué tipo de números podremos colocar siempre en dos filas y cuáles no?

Los números pares pueden colocarse siempre en dos filas y los impares no.

c) Forma ahora dos números que no puedan organizarse como dos filas de caramelos. ¿Qué ocurre si sumamos ambos números?

Al sumar dos números impares siempre se obtiene un número par.

d) Trata ahora de organizar todos los números del 1 al 20 formando rectángulos, aunque no sean de dos filas. ¿Cuáles se pueden poner en forma de rectángulo y cuáles no?

Los números primos sólo pueden ponerse en una fila. El resto pueden colocarse como uno o más rectángulos. Cada rectángulo tiene como lados dos divisores del número.

e) Repite el apartado anterior pero trata ahora de organizar los caramelos para formar cuadrados. ¿Qué números se pueden representar como un cuadrado de caramelos? ¿Reconoces a estos números?

Los cuadrados representan a los cuadrados perfectos: 4, 9, 16...

ACTIVIDADES Y TAREAS - PÁG. 16

1. Clasifica en tu cuaderno los siguientes números decimales en decimales exactos, periódicos puros, periódicos mixtos e irracionales:

a) 1,2

a) Decimal exacto.

b) 4,566666...

b) Decimal periódico mixto.

c) 9,121221222...

c) Irracional.

d) – 4,34343434...

d) Decimal periódico puro.

e) – 4,5

e) Decimal exacto.

f) 0,111919191...

f) Decimal periódico mixto.

g) 6,333

g) Decimal exacto.

h) – 2,013014015...

h) Irracional.

2. Resuelve en tu cuaderno las siguientes operaciones con números decimales

a) $0,5 + 12,33 =$

a) 12,83

b) $32,07 - 1,25 =$

b) 30,82

c) $0,001 + 12,4 =$

c) 12,401

d) $2,3 - 10,25 =$

d) $-7,95$

e) $1,5 \cdot 5,72 =$

e) 8,58

f) $3,44 \cdot (-1,2) =$

f) $-4,128$

g) $24,3 : 1,5 =$

g) 16,2

h) $(-5,76) : 0,03 =$

h) -192

i) $2,5 + 1,2 \cdot 4,55 =$

i) 7,96

j) $3,75 - 1,2 : 0,6 =$

j) 1,75

k) $10,5 + (1,2 - 4,5) =$

k) 7,2

l) $2,4 \cdot (1,3 + 0,75) =$

l) 4,92

m) $2,3 \cdot 1,5 + 1,3 \cdot 8,6 =$

m) 14,63

n) $12,5 : 2,4 - 3 \cdot 1,6 =$

n) 0,40833333...

ñ) $15,6 : 3 + 1,5 \cdot 4 =$

ñ) 11,2

o) $3,5 - 1,2 \cdot 0,5 + 9,3 =$

o) 12,2

3. Ocho amigos han pasado el fin de semana en una casa rural. El precio del alquiler es de 250 € por noche. Además los gastos en comida han sido de 125,60 €. Calcula cuánto dinero ha de pagar cada uno de ellos.

Cada uno debe pagar 78,20 €

4. En la tabla están reflejadas las temperaturas mínimas que se han alcanzado en Madrid durante una semana de enero de 2011:

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
-3,2 °C	-3,5 °C	-2,7 °C	0,1 °C	1,3 °C	1,3 °C	2,1 °C

a) Calcula la media de estas temperaturas.

a) -0,7 °C

b) ¿Qué diferencia de temperatura se produjo entre el domingo y el lunes?

b) 5,3 °C

c) ¿Entre qué dos días consecutivos se produjo una mayor variación de temperaturas?

Entre el miércoles y el jueves (+2,8 °C)

5. Halla en tu cuaderno la fracción generatriz de cada uno de los siguientes números decimales:

a) $0,6$

a) $\frac{2}{3}$

b) 12,5

b) $\frac{25}{2}$

c) $0,5\overline{3}$

c) $\frac{8}{15}$

d) 3,4

$$d) \frac{17}{5}$$

e) 5,15

$$e) \frac{170}{33}$$

f) - 2,125

$$f) - \frac{2123}{999}$$

g) 1,233

$$g) \frac{1232}{999}$$

h) - 12,03

$$h) - \frac{361}{30}$$

i) 100,2

$$i) \frac{501}{5}$$

j) 3,2

$$j) \frac{29}{9}$$

k) - 4,125

$$k) - \frac{33}{8}$$

$$l) 0,0\widehat{8}1$$

$$l) \frac{3}{37}$$

6. Resuelve las siguientes operaciones, en tu cuaderno, escribiendo primero los números decimales en forma de fracción:

$$a) 0,3\widehat{+} \frac{2}{3} = 1$$

$$b) \frac{1}{5} \cdot 1,4\widehat{=} \frac{13}{45}$$

$$c) 4,5\widehat{-} \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{67}{18}$$

$$d) \frac{4}{3} + 0,5 \cdot \frac{2}{3} - 1,6\widehat{=} 0$$

$$e) \frac{2}{5} - \left(\frac{2}{3} + 2,7\widehat{) = -\frac{137}{45}} \right)$$

ACTIVIDADES Y TAREAS: Aplicación a la vida cotidiana - PÁG. 16

7. Un grupo de 12 alumnos quiere organizar un viaje y decide contratar un minibús. El precio es de 80 €. ¿Cuánto debe pagar cada alumno? Ten en cuenta que al tratarse de euros debes redondear a las centésimas, ya que no se puede pagar una cantidad inferior a un céntimo.

6,67 € (sobrarían 4 céntimos)

8. Observa los precios que encontramos en una frutería:

Sandía: 0,82 €/kg

Manzana roja: 2,10 €/Kg

Naranjas: 1,05 €/kg

Calcula cuánto tenemos que pagar si compramos medio kilo de manzanas, 3 kilos y medio de naranjas y un trozo de sandía que pesa 749 g.

$$0,5 \cdot 2,10 + 3,5 \cdot 1,05 + 0,749 \cdot 0,82 = 5,33918$$

Tendríamos que pagar 5,34 €

ACTIVIDADES Y TAREAS - PÁG. 17

9. Redondea las siguientes cantidades al orden de cifras indicado:

a) 1,245 a las decenas

a) 1,2

b) 0,0369 a las milésimas

b) 0,037

c) 25,5561 a las centésimas

c) 25,56

d) 0,6̂ a las diez milésimas

d) 0,6667

e) 3,51̂ a las milésimas

e) 3,511

f) 4,5107 a las centésimas

f) 4,511

10 La siguiente lista muestra los archivos que Darío quiere compartir con Adriana mediante un servicio de alojamiento online:

Archivo	Tamaño	Archivo	Tamaño
IMG_3975	5,6 MB	IMG_3981	6,3 MB
IMG_3976	12,7 MB	IMG_3982	10,1 MB
IMG_3977	8,7 MB	VID_8705	236,6 MB
VID_8702	356,8 MB	AUD_3375	12,5 MB
IMG_3978	6,1 MB	AUD_3376	21,6 MB
VID_8703	125,4 MB	AUD_3377	5 MB
VID_8704	204,2 MB	IMG_3983	8,7 MB
IMG_3979	5,9 MB	IMG_3984	10,3 MB
IMG_3980	5,6 MB	IMG_3985	7,5 MB

a) Si este servicio tiene un límite de 1GB (1GB = 1 024 MB), ¿podría subir todos los archivos?

a) No ya que sumando el tamaño de todos los archivos obtenemos 1 049,6 MB así que supera el límite.

b) Si los va subiendo de uno en uno, ¿cuál sería el último archivo que podría subir antes de alcanzar el máximo permitido?

b) AUD_3375

c) Si utiliza una herramienta para comprimir video y reduce los 4 archivos de video (VID) a la mitad, ¿podrá ahora compartir con Adriana todos los archivos?

c) Como los cuatro archivos de video ocupan en total 923 MB, al comprimirlos ahorraremos 461,5 MB, más que suficiente para que pueda compartir los archivos sin sobrepasar el límite de 1 GB.

ACTIVIDADES Y TAREA PÁG. 19

1. Calcula el valor de las siguientes potencias:

a) 4^2	e) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$	i) $(-1,6)^4$
a) 16	e) $\frac{9}{25}$	i) 6,5536
b) 2^6	f) $\left(-\frac{1}{6}\right)^3$	j) $4,5^2$
b) 64	f) $-\frac{1}{216}$	j) 20,25
c) $(-3)^4$	g) $\left(-\frac{2}{7}\right)^4$	k) $(-1,2)^3$
c) 81	g) $\frac{16}{2.401}$	k) -1,728
d) $(-5)^3$	h) $\left(-\frac{10}{3}\right)^0$	l) $0,5^2$
d) -125	h) 1	l) 0,25

2. Escribe las siguientes potencias con exponente positivo:

a) 5^{-2}	c) $(-3)^{-6}$	e) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-8}$
a) $\frac{1}{5^2}$	c) $\frac{1}{3^6}$	e) $\left(\frac{5}{2}\right)^8$
b) 12^{-7}	d) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$	f) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-4}$
b) $\frac{1}{12^7}$	d) $\left(\frac{5}{4}\right)^3$	f) 64

3. Calcula el valor de las siguientes potencias con exponente negativo.

Para ello tendrás que convertirlas primero en potencias de exponente positivo:

a) 2^{-3}

c) $(-9)^{-2}$

e) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$

a) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{1}{81}$

e) $\frac{81}{16}$

b) 3^{-5}

d) $\left(\frac{7}{2}\right)^{-3}$

f) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-5}$

b) $\frac{1}{243}$

d) $\frac{8}{343}$

f) 3.125

4. Resuelve las siguientes operaciones con potencias:

a) $5^3 \cdot 5^4$

e) $3^7 : 3^4$

i) $2^8 \cdot 2^{-3}$

a) 5^7

e) 3^3

i) 2^5

b) $(13)^7 \cdot (-13)^2$

f) $(-9)^6 \cdot (-9)^4$

j) $7^{-6} \cdot 7^{-2}$

b) $(-13)^9$

f) $(-9)^{10}$

j) 7^{-8}

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^8 : \left(\frac{2}{5}\right)^{10}$

g) $\left(\frac{4}{7}\right)^2 : \left(\frac{4}{7}\right)^5$

k) $16^5 : 16^{-8}$

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{25}{4}$

g) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-3} = \frac{7^3}{4}$

k) 16^{13}

d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 : \left(-\frac{1}{2}\right)^7$

h) $\left(\frac{11}{2}\right)^3 : \left(\frac{11}{2}\right)$

l) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} : \left(\frac{3}{2}\right)^{-5}$

d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = -\frac{4}{1}$

h) $\left(\frac{11}{2}\right)^2$

l) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$

5. Resuelve las siguientes operaciones:

a) $\frac{1}{3} - \left(\frac{3}{4}\right)^2$

c) $\frac{2}{5} - 2^{-2}$

e) $\frac{4}{5} + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

a) $-\frac{5}{12}$

c) $\frac{3}{20}$

e) $\frac{124}{5}$

$$b) \quad 2 - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + \frac{2}{3}$$

$$d) \quad \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{-1}$$

$$f) \quad 2^{-3} + \frac{7}{5} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

$$b) \quad -\frac{40}{3}$$

$$d) \quad \frac{2}{15}$$

$$f) \quad \frac{269}{360}$$

6. Calcula

$$a) (4^7)^5$$

$$c) [(-3)^4]^{10}$$

$$e) [(-4)^3]^5$$

$$a) 4^{35}$$

$$c) 3^{40}$$

$$e) (-4)^{15}$$

$$b) \quad \left[\left(\frac{2}{5}\right)^3\right]^5$$

$$d) (6^{-2})^7$$

$$f) \quad \left[\left(\frac{4}{5}\right)^{-4}\right]^{-1}$$

$$b) \quad \left(\frac{2}{5}\right)^{15}$$

$$d) 6^{-14}$$

$$f) \quad \left(\frac{4}{5}\right)^4$$

7. Calcula utilizando potencias:

- Los lapiceros que hay en 24 paquetes, cada uno de los cuales contiene 24 cajas con 24 lapiceros cada una.
 $24^3 = 13\,824$ lapiceros
- Los naranjos que hay plantados en una huerta si hay 9 filas de 9 naranjos cada una.
 $9^2 = 81$ naranjos
- La nota musical denominada redonda equivale a dos notas blancas. Cada nota blanca equivale a dos notas negras. Cada negra equivale a dos corcheas y cada corchea a dos semicorcheas. ¿A cuántas semicorcheas equivale una redonda?
 $24 = 16$ semicorcheas equivalen a una redonda

ACTIVIDADES Y TAREAS - PÁG. 22

1. Copia y completa la siguiente tabla en tu cuaderno:

Radical	Radicando	Índice	Resultado	Comprobación
$\sqrt{16}$	16	2	± 4	$4^2 = 16$ $(-4)^2 = 16$
$\sqrt[3]{125}$				
	36	2		
$\sqrt[4]{81}$				
$\sqrt[5]{-243}$				
	81		± 9	
$\sqrt{\frac{4}{9}}$				
	$\frac{1}{4}$	2		

Radical	Radicando	Índice	Resultado	Comprobación
$\sqrt{16}$	16	2	± 4	$4^2 = 16$ $(-4)^2 = 16$
$\sqrt[3]{125}$	125	3	5	$5^3 = 125$
$\sqrt{36}$	36	2	± 6	$6^2 = 36$ $(-6)^2 = 36$
$\sqrt[4]{81}$	81	4	± 3	$3^4 = 81$ $(-3)^4 = 81$
$\sqrt[3]{8}$	8	3	2	$2^3 = 8$
$\sqrt[5]{-243}$	-243	5	-3	$(-3)^5 = -243$
$\sqrt{81}$	81	2	± 9	$9^2 = 81$ $(-9)^2 = 81$
$\sqrt{\frac{4}{9}}$	$\frac{4}{9}$	2	$\pm \frac{2}{3}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\frac{1}{4}$	2	$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
----------------------	---------------	---	---------------	---

2. Calcula las siguientes raíces cuadradas:

- | | | | |
|---|-------------------------------------|---|---|
| a) $\sqrt{64}$
a) ± 8 | d) $\sqrt{10.000}$
d) ± 100 | g) $\sqrt{256}$
g) ± 16 | j) $\sqrt{-64}$
j) No existe en R |
| b) $\sqrt{1.600}$
b) ± 40 | e) $\sqrt{121}$
e) ± 11 | h) $\sqrt{\frac{1}{25}}$
h) $\pm \frac{1}{25}$ | k) $\sqrt{810.000}$
k) ± 900 |
| c) $\sqrt{\frac{4}{9}}$
c) $\pm \frac{2}{3}$ | f) $\sqrt{-4}$
f) No existe en R | i) $\sqrt{-100}$
i) No existe en R | l) $\sqrt{\frac{16}{81}}$
l) $\pm \frac{4}{9}$ |

3. Calcula las siguientes raíces:

- | | | | |
|--|---|---|-----------------------------|
| a) $\sqrt[3]{27}$
a) 3 | d) $\sqrt[3]{-216}$
d) -6 | g) $\sqrt[4]{\frac{625}{16}}$
g) $\pm \frac{5}{2}$ | j) $\sqrt{1}$
j) ± 1 |
| b) $\sqrt[4]{16}$
b) ± 2 | e) $\sqrt[5]{\frac{32}{243}}$
e) $\frac{2}{3}$ | h) $\sqrt[5]{-243}$
h) -3 | k) $\sqrt[11]{-1}$
k) -1 |
| c) $\sqrt[3]{\frac{125}{8}}$
c) $\frac{5}{2}$ | f) $\sqrt[4]{-81}$
f) No existe en R | i) $\sqrt[8]{-216}$
i) 2 | l) $\sqrt[6]{0}$
l) 0 |

4. Copia y completa en tu cuaderno el siguiente cuadro que resume las posibles soluciones que podemos obtener al resolver raíces:

Índice	Radicando	Solución/es
Par	Positivo	Dos soluciones
	Ejemplo:	$\sqrt{9} = \pm 3$
	Negativo	Sin solución
	Ejemplo:	$\sqrt{-4}$ no tiene solución en los números reales.
Impar	Positivo	Una solución positiva
	Ejemplo:	$\sqrt[3]{8} = 2$
	Negativo	Una solución negativa
	Ejemplo:	$\sqrt[3]{-8} = -2$

ACTIVIDADES Y TAREAS - PÁG. 23

5. Resuelve las siguientes operaciones con radicales:

- a) $\sqrt[3]{5^2} \times \sqrt[11]{5^3}$ c) $\sqrt{3^5} \cdot \sqrt[4]{3^3}$ e) $\sqrt[5]{2} : \sqrt[4]{2^3}$ g) $7 \times \sqrt[3]{7^2}$ i) $\sqrt{2^3} \cdot \sqrt[5]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^2}$
 a) $\sqrt[33]{5^{31}}$ c) $\sqrt[4]{3^{13}}$ e) $\sqrt[20]{2^{-11}}$ g) $\sqrt[3]{7^5}$ i) $\sqrt[30]{2^{83}}$
 b) $\sqrt[5]{11^3} : \sqrt[10]{11^2}$ d) $\sqrt[7]{10^4} : \sqrt{10^3}$ f) $\sqrt{13} \cdot \sqrt[7]{13^4}$ h) $3^2 : \sqrt[2]{3^5}$ j) $\sqrt[3]{5^7} \cdot \sqrt{5^3} : \sqrt[6]{5}$
 b) $\sqrt[10]{11^8}$ d) $\sqrt[14]{10^{29}}$ f) $\sqrt[14]{13^{15}}$ h) $\sqrt{3^{-1}}$ j) $\sqrt[6]{5^{22}}$

6. Simplifica las siguientes expresiones:

- a) $\left(\sqrt[3]{5^2}\right)^4$ e) $\left(\sqrt{4^3}\right)^5$ i) $\sqrt[4]{\sqrt[5]{10^2}}$
 a) $\sqrt[3]{5^8} = 5^2 \sqrt[3]{5^2}$ e) $4^7 \sqrt{4}$ i) $\sqrt[10]{10}$

$$b) \left(\sqrt[5]{7^3} \right)^8$$

$$f) \left(\sqrt[3]{5} \right)^{10}$$

$$j) \sqrt[7]{\sqrt{3^4}}$$

$$b) 7^4 \sqrt[5]{7^4}$$

$$f) 5^3 \sqrt[3]{5}$$

$$j) \sqrt[7]{3^2}$$

$$c) \left(\sqrt[4]{2^3} \right)^2$$

$$g) \sqrt[3]{\sqrt[5]{7^2}}$$

$$k) \sqrt[11]{\sqrt[3]{5}}$$

$$c) 2\sqrt{2}$$

$$g) \sqrt[15]{7^2}$$

$$k) \sqrt[33]{5}$$

$$d) \left(\sqrt[2]{11^7} \right)^2$$

$$h) \sqrt[10]{\sqrt[3]{2^7}}$$

$$l) \sqrt[3]{\left(\sqrt[4]{2} \right)^6}$$

$$d) 11^7$$

$$h) \sqrt[30]{2^7}$$

$$l) \sqrt{2}$$

7. Resuelve las siguientes operaciones:

$$a) \sqrt[5]{3^2} : \left(\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{3^3} \right)$$

$$d) \sqrt[3]{\frac{5}{4}} \cdot \sqrt[5]{\left(\frac{5}{4} \right)^2}$$

$$g) \sqrt[3]{2} : \sqrt[5]{2^3}$$

$$a) \sqrt[15]{3^{-8}}$$

$$d) \sqrt[5]{\left(\frac{5}{4} \right)^{11}}$$

$$g) \sqrt[30]{2}$$

$$b) \sqrt[3]{7^8} : \left(\sqrt[5]{7} \cdot 7^2 \right)$$

$$e) \sqrt[3]{3^2} \cdot \left(\sqrt[3]{3^2} \right)^2$$

$$h) \sqrt[4]{15^7} : \sqrt[3]{\sqrt{15}}$$

$$b) \sqrt[15]{7^7}$$

$$e) 3^2$$

$$h) \sqrt[12]{15^{19}}$$

$$c) \sqrt[5]{\left(\frac{2}{7}\right)^2} \cdot \sqrt[4]{\left(\frac{2}{7}\right)^3}$$

$$f) \sqrt[4]{11^7} : \left(\sqrt[3]{11^2}\right)^5$$

$$i) \left(\sqrt[5]{6} \times \sqrt{6}\right)^4$$

$$c) \sqrt[20]{\left(\frac{2}{7}\right)^{23}}$$

$$f) \sqrt[12]{11^{-19}}$$

$$i) \sqrt[5]{6^{14}}$$

8. Simplifica los siguientes radicales extrayendo todos los factores posibles:

$$a) \sqrt{3^5}$$

$$e) \sqrt{12}$$

$$i) \sqrt[3]{154}$$

$$a) 3^2\sqrt{3}$$

$$e) 2\sqrt{3}$$

$$i) \sqrt[3]{154} \text{ (no se puede simplificar)}$$

$$b) \sqrt{10^3}$$

$$f) \sqrt{500}$$

$$j) \sqrt[3]{80}$$

$$b) 10\sqrt{10}$$

$$f) 10\sqrt{5}$$

$$j) 2\sqrt[3]{10}$$

$$c) \sqrt[3]{5^4}$$

$$g) \sqrt{180}$$

$$k) 5\sqrt{27}$$

$$c) 5\sqrt[3]{5}$$

$$g) 6\sqrt{5}$$

$$k) 15\sqrt{3}$$

$$d) \sqrt[3]{3^5}$$

$$h) \sqrt{8}$$

$$l) 10\sqrt{75}$$

$$d) 3\sqrt[3]{3^2}$$

$$h) 2\sqrt{2}$$

$$l) 50\sqrt{3}$$

9. Resuelve las siguientes sumas y restas de radicales:

$$a) \sqrt{20} + \sqrt{45}$$

$$c) \sqrt{300} + \sqrt{75}$$

$$e) 5\sqrt{54} - 10\sqrt{600}$$

$$a) 5\sqrt{5}$$

$$c) 15\sqrt{3}$$

$$e) -85\sqrt{6}$$

$$b) \sqrt{18} - \sqrt{8}$$

$$d) 5\sqrt{8} + 3\sqrt{50}$$

$$f) 3\sqrt{7} - 5\sqrt{343}$$

$$b) \sqrt{2}$$

$$d) 25\sqrt{2}$$

$$f) -32\sqrt{7}$$

10. Resuelve las siguientes sumas y restas de radicales:

a) $\sqrt{63} + 5\sqrt{28}$

d) $7\sqrt[3]{243} + 2\sqrt[3]{72}$

g) $5\sqrt{12} - 2\sqrt{75} + \sqrt{200}$

a) $13\sqrt{7}$

d) $25\sqrt[3]{9}$

g) $10\sqrt{2}$

b) $2\sqrt{28} - \sqrt{175}$

e) $10\sqrt{3} - 2\sqrt{405} + 7\sqrt{108}$

h) $\sqrt{99} + 2\sqrt{125} - 5\sqrt{44}$

b) $-\sqrt{7}$

e) $52\sqrt{3} - 18\sqrt{5}$

h) $10\sqrt{5} - 7\sqrt{11}$

c) $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54}$

f) $11\sqrt{50} - 2\sqrt{18} + 6\sqrt{72}$

i) $7\sqrt{24} - 8\sqrt{54} + \sqrt{216}$

c) $5\sqrt[3]{2}$

f) $85\sqrt{2}$

i) $-4\sqrt{6}$

11. Simplifica las siguientes operaciones:

a) $(2\sqrt{5^2})^3$

d) $10(\sqrt{3} + 1)$

g) $(2 + \sqrt{3})(5 + \sqrt{5})$

a) 1 000

d) $10\sqrt{3} + 10$

g) $10 + 2\sqrt{5} + 5\sqrt{3} + \sqrt{15}$

b) $(10\sqrt{3^5})^2$

e) $\sqrt{2}(5 - \sqrt{2})$

h) $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$

b) 24300

e) $5\sqrt{2} - 2$

h) 7

c) $3(2 + \sqrt{5})$

f) $\sqrt{3}(\sqrt{5} - 2)$

i) $(5 + \sqrt{7})^2$

c) $6 + 3\sqrt{5}$

f) $\sqrt{15} - 2\sqrt{3}$

i) $32 + 10\sqrt{7}$

ACTIVIDADES Y TAREAS-PÁG. 25

1. Expresa las siguientes cantidades en notación científica:

a) 0,0000000005

a) $5 \cdot 10^{-10}$

- c) El número aproximado de estrellas de la Vía Láctea: $3 \cdot 10^{11}$ estrellas
c) 300.000.000.000 estrellas

- d) La población total de la Tierra: $7 \cdot 10^9$ personas
d) 7.000.000.000 personas

5. Resuelve las siguientes operaciones según los siguientes ejemplos, expresando el resultado en notación científica:

$$(3,5 \cdot 10^4) \cdot (6 \cdot 10^7) = (3,5 \cdot 6) \cdot (10^4 \cdot 10^7) = 21 \cdot 10^{11} = 2,1 \cdot 10^{12}$$

$$(8,4 \cdot 10^6) : (4 \cdot 10^3) = (8,4 : 4) \cdot (10^6 : 10^3) = 2,1 \cdot 10^3$$

- a) $(5,1 \cdot 10^6) \cdot (2,5 \cdot 10^2)$
a) $1,275 \cdot 10^9$

- b) $(1,02 \cdot 10^9) \cdot (1,6 \cdot 10^{-4})$
b) $1,632 \cdot 10^5$

ACTIVIDADES Y TAREAS - PÁG. 27

1. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- a) Si ponemos el cuidado suficiente podemos tomar medidas completamente exactas, sin ningún tipo de error.

Falsa

- b) El error relativo nos indica la diferencia entre una medida y el supuesto valor exacto.

Falsa

- c) Al dar el resultado de un experimento con su error absoluto, realmente indicamos el margen dentro del cual debe encontrarse el resultado que buscábamos.

Verdadera

- d) Para comparar la precisión de dos medidas distintas debemos utilizar el error absoluto.

Falsa

- e) El error relativo multiplicado por 100 nos da el porcentaje de error.

Verdadera

- f) Un error absoluto muy alto significa que el experimento se ha hecho mal.

Falsa

2. Como resultado de un experimento una revista científica publica que la masa obtenida en una reacción química de una determinada sustancia es $2 \pm 0,1$ g.

- a) Calcula el error relativo y el porcentaje de error de esta medida.

$$E_R = 0,05$$

$$\% \text{ error} = 5 \%$$

b) Indica cuáles de las siguientes opciones son válidas como posible resultado exacto del experimento:

2,05 g	1,93 g	1,98 g	1,87 g	2,11 g	2,07 g	1,89 g
SÍ	SÍ	SÍ	NO	NO	SÍ	NO

3. Un alumno mide la longitud de un hilo de 5 m y halla el valor de 6 m. Otro alumno mide la longitud de un paseo de 600 m y halla 601 m. ¿Qué medida fue más exacta?

Primer caso: $E_a = |5 \text{ m} - 6 \text{ m}| = 1 \text{ m}$

Segundo caso: $E_a = |600 \text{ m} - 601 \text{ m}| = 1 \text{ m}$

El error relativo es el cociente entre el error absoluto y el verdadero valor o el tomado como exacto. Se suele expresar en tanto por ciento.

Primer caso: $E_r = \frac{E_a}{V_v} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20 \%$

Segundo caso: $E_r = \frac{E_a}{V_v} = \frac{1}{600} = 1,67 \cdot 10^{-3} = 0,17 \%$

La medida más exacta es la del segundo caso.

4. ¿Cuál de estas medidas es más precisa?:

a) Radio de la Tierra: 6.500 km $E_a = 100 \text{ km}$

b) Anchura de un folio: 210 mm $E_a = 1 \text{ mm}$

La precisión de una medida nos la da el error relativo.

Para el primer caso el error relativo es:

$$E_r = \frac{E_a}{V_v} = \frac{100 \text{ km}}{6.500 \text{ km}} = 0,015, \text{ o sea un } 1,5 \%$$

Para el segundo caso y operando igual, nos sale un error relativo de $4,76 \cdot 10^{-3}$ o sea 0,48 %. Luego la segunda medida es la más exacta, pues tiene un menor error relativo.

5. Conociendo el error absoluto, ¿podemos saber si una medida es más precisa que otra?

No. El error absoluto de una medida nos indica el error en exceso o en defecto que cometemos al medir; pero la precisión de la medida nos la da el error relativo.

6. Realizamos un experimento en el laboratorio que consiste en colgar un mismo peso de un muelle para determinar cuánto se estira. Colgamos el peso 5 veces y obtenemos los siguientes resultados:

Medida 1	13,45 cm	0,06
Medida 2	13,50 cm	0,01
Medida 3	13,57 cm	0,06
Medida 4	13,55 cm	0,04
Medida 5	13,48 cm	0,03

Calcula:

a) El error absoluto de cada medida.

b) El promedio del error absoluto.

$$E_A = 0,04 \text{ cm}$$

c) El error relativo.

$$E_R = 0,04/13,51 = 0,003$$

d) El porcentaje de error.

$$0,3\%$$

7. Al medir la distancia entre las orillas de un río se ha obtenido el resultado de 220 m con un error de ± 40 cm. Al medir la longitud de una mesa se obtiene como resultado 2,5 m con un error de ± 10 cm. ¿Cuál de las dos medidas es más precisa?

La precisión de una medida nos la da el error relativo.

$$\text{Para el primer caso el error relativo es: } E_r = \frac{E_a}{V_v} = \frac{0,4 \text{ m}}{220 \text{ m}} = 1,82 \cdot 10^{-3}, \text{ o sea un } 0,182 \%.$$

Para el segundo caso y operando igual, nos sale un error relativo de 0,04, o sea un 4%. Luego la primera medida es la más exacta, pues tiene un menor error relativo.

8. En un trabajo de laboratorio hemos obtenido los siguientes resultados al medir repetidamente el tiempo que tardaba un metal en pasar de 55 °C a 50 °C:

Medida 1	145 s
Medida 2	160 s
Medida 3	151 s
Medida 4	154 s
Medida 5	148 s

a) Calcula el error absoluto, el error relativo y el porcentaje de error.

$$E_A = 4,32 \text{ s}$$

$$E_R = 0,03$$

$$\% \text{ error} = 3\%$$

b) Compara la precisión obtenida en este experimento con la del experimento descrito en la actividad número 6

Este experimento es más preciso (en concreto tiene una precisión aproximadamente 10 veces mayor)

TRABAJAMOS COMPETENCIAS-PÁG. 28

1. Señala en tu cuaderno si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) Todos los números naturales son números enteros.

a) Verdadero.

b) Cualquier número que sea racional es también un número entero.

b) Falso.

c) Los números reales están formados por los racionales y los irracionales.

c) Verdadero.

d) Las fracciones negativas son números enteros.

d) Falso.

e) Todos los números decimales son números racionales.

e) Falso.

f) Un número natural también es entero, racional y real.

f) Verdadero

g) Un número entero es siempre un número natural.

g) Falso

h) Todos los números enteros positivos son números naturales.

h) Verdadero

i) Los números racionales incluyen a los enteros negativos.

i) Verdadero

j) Los números irracionales forman parte de los números racionales.

j) Falso

2. Efectúa los siguientes cálculos:

a) $7 \cdot (-3) + 2 + 4 : (-2) + (-9)$

a) -5

b) $5 + (-5) \cdot (-3) - [4 \cdot (-6) + (8 + 9 : 3^2)]$

b) 35

c) $[(4 \cdot 7) : (-2)] - 10$

c) -24

d) $15 : (-7 + 4) + 3 - 16 : 2^2$

d) -6

e) $(-72 : 12) - 3 + (-5) - 1$

e) -15

f) $6 + 4 \cdot (-2) + (16 : 2^2) + (-3)$

f) -1

g) $[(5 \cdot 2) : (8 : 4)] \cdot (-7) - (+2)$

g) -37

h) $20 : (-5 + 3) \cdot (-2)^2 + (-1)$

h) -41

3. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{4}{7} - \frac{6}{5} + \frac{2}{3}$

a) $\frac{4}{105}$

c) $1\frac{2}{4} + 2\frac{1}{2} + \frac{5}{9}$

c) $\frac{529}{116}$

e) $\frac{6}{8} \cdot \frac{15}{3} + \frac{1}{-2}$

e) $\frac{13}{4}$

b) $\left(\frac{3}{-4} : 2\right) \cdot \frac{-2}{5}$

d) $\left(\frac{-5}{10}\right)^2$

f) $\left(\frac{7}{-3}\right)^{-3}$

b) $\frac{3}{20}$

d) $\frac{1}{4}$

f) $\frac{-27}{343}$

4. Resuelve las siguientes operaciones con potencias:

a) $2^8 \cdot 2$ c) $\left(\frac{3}{5}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$ e) $(-13)^4 \cdot (-13)^4$ g) $\left[\left(\frac{5}{12}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{12}\right)^8\right]^2$

a) 2^9 c) $\left(\frac{3}{5}\right)^5$ e) $(-13)^8 = 13^8$ g) $\left(\frac{5}{12}\right)^{22}$

b) $11^6 \cdot 11^5$ d) $\left(-\frac{4}{3}\right)^{-10} : \left(-\frac{4}{3}\right)^7$ f) $\left(\frac{11}{2}\right)^5 : \left(\frac{11}{2}\right)^{-5}$ h) $[(-4)^{-1} : (-4)^{-11}]^7$

b) 11^{11} d) $\left(-\frac{4}{3}\right)^{-17}$ f) $\left(\frac{11}{2}\right)^{10}$ h) $(-4)^{70} = 4^{70}$

5. Resuelve las siguientes operaciones con raíces:

a) $\sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt[10]{3}$ d) $\left(\sqrt[11]{5} : \sqrt[6]{5^5}\right)^2$ g) $2\sqrt{63} + 10\sqrt{28}$

a) $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ d) $5^{-49/33}$ g) $26\sqrt{7}$

b) $14^2 : \sqrt{14}$ e) $\sqrt[3]{\sqrt{5^2} \sqrt[4]{5^3}}$ h) $7\sqrt[3]{80} - 2\sqrt[3]{270}$

b) $14\sqrt{14}$ e) $\sqrt[12]{5^7}$ h) $8\sqrt[3]{10}$

c) $\sqrt[5]{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^2}$ f) $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^2} : \sqrt{\frac{1}{2}}$ i) $5\sqrt{8} + 3^3\sqrt{98} - 5\sqrt{12}$

c) $\sqrt[15]{\left(\frac{3}{2}\right)^{13}}$ f) $\sqrt[6]{\frac{1}{2}}$ i) $31\sqrt{2} - 10\sqrt{3}$

TRABAJAMOS COMPETENCIAS - PÁG. 29

6. Expresa los siguientes números utilizando la notación científica:

a) La velocidad de la luz: 300.000.000 m/s.

a) $3 \cdot 10^8$ m/s

b) La distancia media entre la Tierra y el Sol: 150.000.000.000 m.

b) $1,5 \cdot 10^{11}$ m

c) Tamaño de una célula: 0,00002 m.

c) $2 \cdot 10^{-5}$ m

d) Los espectadores de un estadio de fútbol: 80.000 espectadores.

d) $8 \cdot 10^4$ espectadores.

e) La edad aproximada del Sol: 4.500.000.000 años.

e) $4,5 \cdot 10^9$ años

7. Escribe las siguientes medidas utilizando las unidades del sistema internacional y la notación científica:

a) 0,05 cm

a) $5 \cdot 10^{-4}$ m

c) 500 Mg

c) $5 \cdot 10^5$ kg

e) 150.000 dam

e) $1,5 \cdot 10^6$ m

g) 10 h

g) $3,6 \cdot 10^4$ s

b) 14.000 ms

b) $1,4 \cdot 10$ s

d) 12 ns

d) $1,2 \cdot 10^{-8}$ s

f) 0,008 mg

f) $8 \cdot 10^{-9}$ kg

h) 0,000075 µg

h) $7,5 \cdot 10^{-14}$ kg

8. Realizamos un experimento en el que queremos determinar la temperatura final de una sustancia después de aplicarle un campo magnético. Repetimos el experimento 6 veces y obtenemos los siguientes resultados:

34,7 °C 33,1 °C 33,7 °C 35,1 °C 34,5 °C 33,0 °C

a) Calcula el error absoluto.

$E_A = 0,75$ °C

b) Calcula el error relativo y el porcentaje de error.

$E_R = 0,022 = 2,2\%$ de error

9. Busca información sobre cuándo y dónde empezaron a utilizarse los distintos conjuntos de números. Trabaja en grupo con tus compañeros y realiza una presentación que debe contar al menos con los siguientes apartados:

a) Números naturales

Al estar asociados a la habilidad de contar, el origen de los números naturales no puede determinarse ya que está asociado al desarrollo del lenguaje y la capacidad de abstracción de los primeros humanos. Las primeras evidencias del uso de números que se han encontrado son huesos con marcas regulares de más de 30 000 años de antigüedad. El primer sistema de numeración conocido data del 4 000 AC en Mesopotamia (escritura cuneiforme).

b) Números racionales

Los primeros números racionales de los que hay constancia escrita provienen de Egipto. Se hallaron en el conocido como "Papiro de Rhind" (2 000 – 1 800 a.C.) donde sólo utilizaban fracciones unitarias.

c) Números irracionales

Fueron descubiertos por los griegos y aunque no está del todo claro en qué momento lo hicieron, se atribuye a la Escuela Pitagórica el hallazgo de lo que ellos denominaron números inconmensurables. La formalización de este concepto la llevó a cabo Eudoxo de Cnido (408-355 AC).

d) Números enteros

Aunque parece ser que fue en China donde se empezó a usar por primera vez los números negativos para representar deudas, fue el gran astrónomo hindú Brahmagupta quien en el 628 consideró la opción de los números negativos como soluciones a ecuaciones y estableció reglas para operar con ellos.

10. a) Completa la siguiente tabla en tu cuaderno calculando el valor de la expresión $(-1)^n$ para distintos valores de n :

Valor de n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valor de $(-1)^n$	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••

Valor de n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valor de $(-1)^n$	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1

b) Completa la siguiente frase en tu cuaderno:

«El valor de $(-1)^n$ es NEGATIVO siempre que n es IMPAR y es POSITIVO siempre que n es PAR».

11. Algunos números irracionales tienen unas propiedades muy interesantes, lo que les convierte en números «famosos». Busca información sobre los siguientes números irracionales y completa en tu cuaderno la siguiente tabla:

Número	Nombre	Símbolo	Está relacionado con...
3,1415926...			
2,7182818...			
1,6180339...			

Número	Nombre	Símbolo	Está relacionado con...
3,1415926...	Pi	π	Geometría
2,7182818...	Número e	e	Biología (poblaciones), Física nuclear (desintegraciones)
1,6180339...	Número áureo	φ	Geometría, Arte

DESAFÍO PISA-PÁG. 30

Contraseñas seguras



La seguridad de una contraseña depende de muchos factores, pero uno de los más importantes es el número y el tipo de caracteres que utilices. La forma de ataque más básica es la denominada **ataque de fuerza bruta**. Consiste en un programa que prueba de forma aleatoria todas las combinaciones posibles según el número de caracteres.

Esta operación llevará más o menos tiempo en función del tipo de contraseña (si utiliza solo letras, mayúsculas y minúsculas, números, símbolos...) y de la capacidad de cálculo del ordenador. Por ejemplo, una contraseña que estuviese formada solo por una letra ofrece 26 posibilidades. Si utilizamos dos letras las combinaciones se multiplican por 26 y tenemos $26 \cdot 26 = 26^2 = 676$ posibilidades. Con tres letras, las opciones serían $26^3 = 17\,576$. A medida que la contraseña emplea más caracteres, el número de posibilidades aumenta, obligando al programa de ataque a tener que probar más y más combinaciones aleatorias.

Por otra parte, si en lugar de utilizar solo letras minúsculas empleas también letras mayúsculas, las opciones para cada carácter se duplican, pasando a ser 52. Si además incluimos números, pasamos a generar 62 opciones por cada carácter. En algunos sitios incluso se permite el uso de símbolos como * o \$, lo que aumentaría aún más las combinaciones posibles.

Actividad 1: Completa la siguiente tabla en tu cuaderno indicando cuántas combinaciones posibles existen según el número y el tipo de caracteres que empleemos:

Número de caracteres	Sólo letras minúsculas	Mayúsculas y minúsculas	Mayúsculas + Minúsculas + Números
1	26	52	62
2	676	2704	3844
3	17576	140608	238328
4	456976	7311616	14776336
5	11881376	380204032	916132832
6	308915776	19770609664	56800235584
7	8031810176	$1,02807 \cdot 10^{12}$	$3,52161 \cdot 10^{12}$
8	$2,08827 \cdot 10^{11}$	$5,34597 \cdot 10^{13}$	$2,1834 \cdot 10^{14}$
9	$5,4295 \cdot 10^{12}$	$2,77991 \cdot 10^{15}$	$1,35371 \cdot 10^{16}$
10	$1,41167 \cdot 10^{14}$	$1,44555 \cdot 10^{17}$	$8,39299 \cdot 10^{17}$

Actividad 2: Vamos a considerar que un ordenador personal puede realizar unos 10.000.000 intentos por segundo.

a) ¿Cuánto tardaría en «hackear» una contraseña de 8 caracteres en los que solo hemos usado letras minúsculas?

$$2,08827 \cdot 10^{11} / 10^7 = 20882,7 \text{ s} = 5 \text{ horas } 48 \text{ minutos}$$

b) ¿Y si la contraseña incluye también mayúsculas y números?

$$6 \text{ 065 horas} = 252 \text{ días } 16 \text{ horas } 48 \text{ minutos}$$

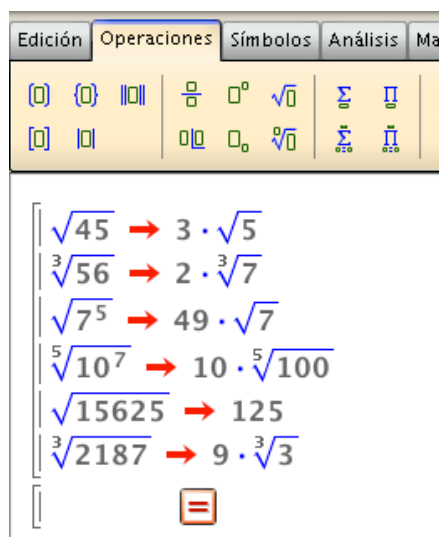
Actividad 3: Busca información sobre los ataques de diccionario. ¿Qué hay que evitar si queremos una contraseña segura también frente a este tipo de ataques?

Un ataque de diccionario se diferencia de un ataque de fuerza bruta porque la elección de combinaciones de caracteres para el intento de descubrir la contraseña no es aleatorio sino que prueba con una lista de palabras consideradas más probables. Esta lista puede ser el diccionario aunque en Internet también podemos encontrar “diccionarios” con nombres comunes, actores y actrices famosas, grupos de rock, etc. Es un ataque que disminuye significativamente el tiempo frente a los ataques de fuerza bruta pero que puede combatirse fácilmente utilizando claves que incluyan varias palabras, que sustituyan letras por números o alternen mayúsculas y minúsculas.

INFORMÁTICA MATEMÁTICA - PÁG. 31

1. Simplifica las siguientes expresiones utilizando la calculadora WIRIS:

a) $\sqrt{45}$ b) $\sqrt[3]{56}$ c) $\sqrt{7^5}$ d) $\sqrt[5]{10^7}$ e) $\sqrt{15625}$ f) $\sqrt[3]{2187}$



2. Resuelve las siguientes operaciones utilizando la calculadora WIRIS:

a) $\sqrt{5} \times \sqrt{125}$ b) $\sqrt[3]{7} : \sqrt[5]{7^2}$ c) $\left(\sqrt[3]{5^2}\right)^4$

d) $\sqrt{12} + 5\sqrt{27}$ e) $10 \cdot \sqrt{125} - 3 \cdot \sqrt{20}$ f) $\sqrt{2} \times \left(\sqrt{50} + 4\sqrt{72}\right)$

Edición Operaciones Símbolos Análisis Matric

$\sqrt{5} \cdot \sqrt{125} \rightarrow 25$
 $\sqrt[3]{7} / \sqrt[5]{7^2} \rightarrow \frac{\sqrt[15]{6782230728}}{7}$
 $(\sqrt[3]{5^2})^4 \rightarrow 25 \cdot \sqrt[3]{25}$
 $\sqrt{12+5\sqrt{27}} \rightarrow 17 \cdot \sqrt{3}$
 $10\sqrt{125}-3\sqrt{20} \rightarrow 44 \cdot \sqrt{5}$
 $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{50}+4\sqrt{72}) \rightarrow 58$

$\equiv$

3. Calcula el valor aproximado de los resultados de la actividad anterior utilizando la calculadora WIRIS para obtener su expresión como número decimal.

Edición Operaciones Símbolos Análisis Matri

$\sqrt{5} \cdot \sqrt{125} \rightarrow 25.$
 $\sqrt[3]{7} / \sqrt[5]{7^2} \rightarrow 0.87833$
 $(\sqrt[3]{5^2})^4 \rightarrow 73.1$
 $\sqrt{12+5\sqrt{27}} \rightarrow 29.445$
 $10\sqrt{125}-3\sqrt{20} \rightarrow 98.387$
 $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{50}+4\sqrt{72}) \rightarrow 58.$

$\equiv$

EVALUACIÓN - PÁG. 32

1. Indica cuál de los siguientes números no es un número racional:

- a) 3,55555... b) $-\frac{2}{3}$ c) 0,1212212221... d) -3
- c) 0,1212212221...

2. Resuelve la siguiente operación: $8 + (2 - 7) \cdot 3 - 1 \cdot 4$

- a) 5 b) 32 c) -11 d) 13
- c) -11

3. Resuelve la siguiente operación: $2 - \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \right)$

- a) $\frac{11}{6}$ b) $-\frac{11}{6}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $-\frac{5}{6}$

a) 11/6

4. Resuelve la siguiente operación con números decimales: $0,51 + 4,51 \cdot 1,7 =$

- a) 8,534 b) 85,34 c) 8,177 d) 81,77

c) 8,177

5. Calcula la fracción generatriz de 3,16666...

- a) $\frac{19}{6}$ b) $\frac{28}{9}$ c) $\frac{31}{10}$ d) $\frac{10}{3}$

a) $\frac{19}{6}$

6. Si el resultado de un experimento ha sido $23,4 \pm 0,5$ s, ¿qué error relativo hemos cometido?

- a) 0,021 b) 2,1 c) 0,468 d) 46,8

a) 0,021

7. Resuelve: $[(-2)^5 \cdot (-2)^{-3}]^{10}$

- a) $(-2)^{-80}$ b) $(-2)^{-20}$ c) $(-2)^{80}$ d) $(-2)^{20}$

b) $(-2)^{20}$

8. Expresa 56 km en unidades del Sistema Internacional y en notación científica :

- a) $5,6 \cdot 10^1$ km b) 56 000 m c) $5,6 \cdot 10^4$ m d) $5,6 \cdot 10^3$ m

d) $5,6 \cdot 10^3$ m

9. Resuelve la siguiente operación: $\sqrt[3]{2^4} : \sqrt{2}$

- a) $\sqrt[3]{2}$ b) 2 c) $\sqrt[6]{2^5}$ d) $2\sqrt[5]{2}$

c) $\sqrt[6]{2^5}$

10. Resuelve la siguiente operación con radicales $\sqrt{500} - 2\sqrt{80} + 6\sqrt{20} :$

- a) $3\sqrt{5}$ b) $14\sqrt{5}$ c) $5\sqrt{5}$ d) $10\sqrt{5}$

b) $14\sqrt{5}$

MI PROYECTO-PÁG. 34



Facilitar el acceso al agua potable a 17 500 habitantes

Situación de partida

La escasez de agua en el mundo

La escasez de agua afecta a todos los continentes. Cerca de 1200 millones de personas, casi una quinta parte de la población mundial, vive en áreas de escasez física de agua, mientras que 500 millones se aproximan a esta situación. Otros 1600 millones, alrededor de un cuarto de la población mundial, se enfrentan a situaciones de escasez económica de agua. Estos países carecen de la infraestructura necesaria para transportar el agua desde ríos y acuíferos.

La escasez de agua constituye uno de los principales desafíos del siglo XXI a los que se están enfrentando ya numerosas sociedades de todo el mundo.

A lo largo del último siglo, el uso y el consumo de agua creció a un ritmo dos veces superior al de la

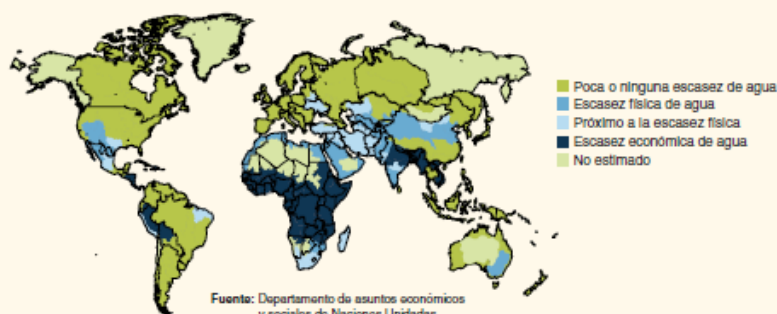
tasa de crecimiento de la población y, aunque no se puede hablar de escasez hídrica a nivel global, va en aumento el número de regiones con niveles crónicos de carencia de agua.

La escasez de agua es un fenómeno no solo natural sino también causado por la acción del ser humano. Hay suficiente agua potable en el planeta para abastecer a los 7000 millones de personas que lo habitamos, pero está distribuida de forma irregular, se desperdicia, está contaminada y se gestiona de forma insostenible.

Departamento de asuntos sociales y económicos
de Naciones Unidas.

<http://www.un.org/spanish/waterforlifedecade/scarcity.shtml>

Escasez física y/o económica de agua a nivel mundial



Lee atentamente el texto y contesta las siguientes preguntas. Si es necesario, busca información complementaria en internet.

1. ¿Cuántas personas se ven afectadas actualmente por la escasez de agua?

1. Unos 2 800 millones de personas incluyendo escasez física y económica.

2. ¿Qué diferencia hay entre escasez física y escasez económica de agua?

2. La escasez física se origina por la falta de agua en una región mientras que la escasez económica se debe a la falta de medios para acceder al agua que sí está presente.

3. Comenta con tus compañeros: ¿depende la escasez de agua únicamente del crecimiento de la población?

3. Aunque el aumento de la población puede originar problemas relativos al agua, el verdadero origen de estos problemas se sitúa en la falta de medios, el consumo de agua poco responsable y otras prácticas poco respetuosas con el medio ambiente que conducen a la desertización y la contaminación de las fuentes disponibles.

4. Observa el mapa: ¿qué continente tiene mayores problemas de acceso al agua potable? ¿Cuál crees que es el principal motivo?

4. La mayor zona de escasez se da en el África subsahariana y es debida principalmente a motivos económicos.

MI PROYECTO: - PÁG. 34

Lo que tenemos que hacer

Vuestro proyecto consiste en facilitar el acceso al agua potable a 17 500 habitantes reunidos en ocho aldeas de la región de Kara, en el país africano de Togo. Para ello vais a planificar la construcción de varios pozos, dotados de bombas de agua, que mediante energía solar suministrarán agua potable procedente de los acuíferos de la zona.

Pasos a seguir

Paso 1. Búsqueda de información

Reunid la siguiente información sobre Togo y sobre la región de Kara:

1. Mapa de Togo (con la región de Kara indicada).

1. El mapa de Togo con sus regiones puede encontrarse en Wikipedia.



2. Idioma(s) y clima de Togo.

2. El idioma oficial es el francés. Además se habla Gbe, Kotocoli y Kabiye. Clima subtropical en el norte y subecuatorial húmedo en el sur.

3. PIB por habitante y esperanza de vida en Togo.

3. PIB per cápita en 2009: 851 \$. Esperanza de vida: 63 años

4. Población y densidad de población de Togo.

4. Población: 6 791 000 de habitantes. Densidad de población: 93 hab/km².

5. Población y densidad de población de la región de Kara.

5. Población: 769 940 habitantes. Densidad de población: 66 hab/km².

Paso 2. Investigación: bombas de agua

¿Cuántas bombas de agua necesitaremos para abastecer a los 17 500 habitantes? ¿Cuánto nos costarán? Para poder tomar estas decisiones debéis seguir los siguientes pasos:

1. Buscad cuántos litros de agua son necesarios por persona y día para consumo e higiene según la OMS.

1. Si se incluye el agua de boca, el de higiene personal, el de lavado de ropa, limpieza del hogar y cocina. La OMS estima que son necesarios entre 50 y 100 L de agua por persona y día. Como esta estimación es bastante abierta (y pueden encontrarse otras referencias si se atiende a parte de las necesidades señaladas) lo más importante es que los alumnos investiguen, valoren y decidan qué objetivo se van a marcar para su proyecto.

2. Consultad en internet cuánto cuestan y qué caudal proporcionan (litros por hora) varios modelos de bombas de agua.

Con estos datos, elegid la opción más adecuada para vuestro proyecto: indicando el modelo, el número de bombas que hay que adquirir y el gasto total.

2. Es fácil encontrar numerosas opciones para esta actividad. El objetivo de esta actividad no es tanto que el alumno encuentre realmente la mejor opción disponible si no que investigue y adopte una decisión con cálculos correctos y argumentos coherentes.

Paso 3. Beneficios para la comunidad

Redactad un pequeño texto explicando los beneficios de vuestro proyecto para la comunidad local.

Para su redacción os ayudará buscar respuestas a las siguientes cuestiones:

1. ¿Cuáles son las enfermedades más habituales relacionadas con la escasez de agua?

2. ¿Quién o quiénes son los encargados de ir a por el agua en una aldea de este tipo?

3. ¿Qué relación hay entre la escasez de agua y la falta de asistencia a la escuela?

Respuesta libre.

Organizamos la información: presentación y conclusiones

Ordenad toda la información recopilada en los pasos uno, dos y tres e incorporadla como una nueva entrada en el blog de vuestra organización. No olvidéis incluir mapas e ilustraciones que ayuden a entender mejor la información.

Respuesta libre.

A la hora de valorar esta actividad es interesante trasladar al alumno la idea de que el objetivo es construir un blog lo más realista posible, es decir, lo más similar posible a un blog o página web de una ONG real, tratando de evitar que sea una simple exposición de las actividades previas a modo de cuaderno del alumno. En este sentido debe valorarse no sólo la corrección de las respuestas y cálculos si no de manera especial la forma de comunicarlos. En este sentido la entrada debe incluir los elementos necesarios (título, imágenes, etc.) para que el lector pueda comprender toda la información que incluye. Además debe valorarse que esta información se presente de forma atractiva y motivadora.

Al igual que en las actividades más convencionales es muy importante que la evaluación que lleve a cabo el profesor o profesora indiquen al alumno no sólo lo que no está bien resuelto si no cómo puede mejorarlo en los próximos proyectos.

Esta actividad puede resultar más enriquecedora si todos los alumnos pueden ver las publicaciones del resto de forma que se produzca una puesta en común que aporte elementos de juicio sobre su propio trabajo.