



1. Porcentajes

■ Piensa y calcula

Fíjate cómo se expresan los siguientes porcentajes y completa la tabla calculando mentalmente:

Porcentaje	Calcula	Resultado
$10\% = 10/100 = 1/10$	10% de 4 320	
$20\% = 20/100 = 1/5$	20% de 5 000	
$25\% = 25/100 = 1/4$	25% de 3 600	
$50\% = 50/100 = 1/2$	50% de 3 400	

Solución:

Porcentaje	Calcula	Resultado
$10\% = 10/100 = 1/10$	10% de 4 320	432
$20\% = 20/100 = 1/5$	20% de 5 000	1 000
$25\% = 25/100 = 1/4$	25% de 3 600	900
$50\% = 50/100 = 1/2$	50% de 3 400	1 700

● Aplica la teoría

1. A un calzado deportivo que al comienzo de temporada costaba 48 € le hacen al final de la misma una rebaja del 15%. ¿Cuál es el precio de dicho calzado al finalizar la temporada?

Solución:

$$48 \cdot 0,85 = 40,8 \text{ €}$$

2. Tras aplicarle un 20% de descuento a unos pantalones, quedan a un precio de 72 €. ¿Cuál era el precio inicial de los mismos?

Solución:

$$72 : 0,8 = 90 \text{ €}$$

3. Una entrada de cine costaba el año pasado 4,2 €, y este año, 4,8 €. ¿Cuál es el porcentaje de subida?

Solución:

$$4,8/4,2 = 1,1429 \Rightarrow 14,29\%$$

4. El precio de un determinado artículo aumenta un 15%, con lo que queda en 287,5 €. ¿Cuál era su precio inicial?

Solución:

$$287,5/1,15 = 250 \text{ €}$$

5. Un hotel cobra 80 € por día. ¿A cuánto asciende la factura de siete días, si nos descuentan un 20% por un bono y aplican el 16% de IVA?

Solución:

$$80 \cdot 0,8 \cdot 1,16 = 74,24 \text{ €}$$

6. En una papelería realizan un descuento del 15% y cargan un 4% de IVA, con lo que el total de la factura asciende a 145,86 €. ¿Cuál era el precio inicial de la compra?

Solución:

$$145,86/(0,85 \cdot 1,04) = 165 \text{ €}$$

2. Interés simple

■ Piensa y calcula

Si se depositan 1 000 € en una libreta de ahorro y se paga un 5% de interés anual, ¿cuánto dinero se gana al cabo de un año? Si se pagara en impuestos el 20% del dinero ganado, ¿cuál sería, en porcentaje, el interés neto que se cobraría?

Solución:

Se ganarían: 50 €; el porcentaje neto sería: $0,05 \cdot 0,8 = 0,04 = 4\%$

● Aplica la teoría

7. Calcula el capital del que se dispondrá, después de 3 años, si se depositan 18 000 € en un banco que da el 7% de interés simple.

Solución:

$$I = 18\,000 \cdot 0,07 \cdot 3 = 3\,780 \text{ €}$$

$$C = 18\,000 + 3\,780 = 21\,780 \text{ €}$$

8. Calcula los intereses que generan 6 000 € si el banco paga un 10% anual y el dinero se deposita durante:

a) 8 meses.

b) 120 días.

Solución:

$$\text{a) } I = 6\,000 \cdot 0,1 \cdot 8/12 = 400 \text{ €}$$

$$\text{b) } I = 6\,000 \cdot 0,1 \cdot 120/360 = 200 \text{ €}$$

9. Calcula el rédito al que se han depositado 9 000 € durante 3 meses si se han obtenido 180 € de interés.

Solución:

$$r = \frac{12 \cdot 180}{9\,000 \cdot 3} = 0,08 \Rightarrow R = 8\%$$

10. En un depósito de una entidad financiera ofrecen un 6,5% de interés simple por 2 años. Hacienda retiene el 18%. Calcula el capital acumulado al finalizar el periodo si se depositan 7 500 €

Solución:

$$\text{El tanto por uno será: } 0,065 \cdot 0,82 = 0,0533$$

$$I = c \cdot r \cdot t = 7\,500 \cdot 0,0533 \cdot 2 = 799,5 \text{ €}$$

$$C = 7\,500 + 799,5 = 8\,299,5 \text{ €}$$

11. Calcula el tiempo en años que se ha depositado un capital de 15 000 € al 4,75% de interés, si se han generado 2 850 € de intereses.

Solución:

$$t = \frac{I}{c \cdot r} = \frac{2\,850}{15\,000 \cdot 0,0475} = 4 \text{ años}$$

12. Calcula el rédito al que se han depositado 20 000 € a interés simple durante 3 años si, una vez retenido el 18% de Hacienda, los intereses generados son de 2 460 €.

Solución:

$$\text{El rédito neto} = \frac{I}{c \cdot t} = \frac{2\,460}{20\,000 \cdot 3} = 0,041$$

$$\text{El rédito bruto: } r = 0,041 : 0,82 = 0,05 \Rightarrow r = 5\%$$

13. Una entidad financiera ofrece un 7% por un depósito a dos años referenciado a las acciones de una empresa, de forma que cuando acaba el plazo se recupera el capital y los intereses si el valor de las acciones es superior al momento de la contratación, y si no lo es, se cobran los intereses y se devuelve el capital en acciones de dicha empresa al valor que tenían cuando se hizo el contrato. El valor de las acciones es de 15 € cuando se contrata el depósito e ingresamos 30 000 €.

a) Si el valor de las acciones es de 16 €, ¿qué capital final recogemos y cómo?

b) Si el valor de las acciones es de 13 €, ¿qué capital final recogemos y cómo?

Solución:

a) Si el valor es de 16 €, se recogen el capital y los intereses en metálico:

$$I = c \cdot r \cdot t = 30\,000 \cdot 0,07 \cdot 2 = 4\,200 \text{ €}$$

$$C = 30\,000 + 4\,200 = 34\,200 \text{ €}$$

b) Si el valor es de 13 € se recogen el capital en acciones y los intereses en metálico:

$$I = c \cdot r \cdot t = 30\,000 \cdot 0,07 \cdot 2 = 4\,200 \text{ €}$$

El capital se recoge en 2 000 acciones.

Como el valor actual de las acciones es de 13 €, habría una pérdida si se vendiesen las acciones de 4 000 €

Como se han cobrado 4 200 € de intereses, habría un beneficio final de $4\,200 - 4\,000 = 200 \text{ €}$

3. Interés compuesto

■ Piensa y calcula

Se depositan 1 000 € en un banco durante 3 años al 5% de interés anual de forma que los intereses quedan depositados en la misma cuenta hasta el final del período. Completa la siguiente tabla:

Año	Capital inicial	Interés	Capital final
1	1 000	$1\,000 \cdot 0,05 = 50$	1 050
2	1 050		
3			

Solución:

Año	Capital inicial	Interés	Capital final
1	1 000	$1\,000 \cdot 0,05 = 50$	1 050
2	1 050	$1\,050 \cdot 0,05 = 52,5$	1 102,5
3	1 102,5	$1\,102,5 \cdot 0,05 = 55,13$	1 157,63

● Aplica la teoría

14. ¿Qué capital se acumula si se colocan 60 000 € al 5% de interés compuesto durante 4 años, si los intereses se abonan...?

- a) anualmente. b) trimestralmente.
c) mensualmente. d) diariamente.

Solución:

- a) $C = 60\,000(1 + 0,05)^4 = 72\,930,38 \text{ €}$
b) $C = 60\,000 \left(1 + \frac{0,05}{4}\right)^{4 \cdot 4} = 73\,193,37 \text{ €}$
c) $C = 60\,000 \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12 \cdot 4} = 73\,253,72 \text{ €}$
d) $C = 60\,000 \left(1 + \frac{0,05}{360}\right)^{360 \cdot 4} = 73\,283,15 \text{ €}$

15. ¿Qué capital inicial es necesario para que, a interés compuesto durante 4 años al 5% anual y con períodos de capitalización trimestrales, se acumule un capital final de 14 638,67 €?

Solución:

$$c \left(1 + \frac{0,05}{4}\right)^{4 \cdot 4} = 14\,638,67 \Rightarrow$$

$$1,22c = 14\,638,67 \Rightarrow c = 11\,998,9 = 12\,000 \text{ €}$$

16. ¿Durante cuánto tiempo hay que tener a interés compuesto 40 000 € al 5,5% de interés con abono de intereses anual para que se recupere un capital de 44 100 €?

Solución:

$$40\,000(1 + 0,055)^t = 44\,100 \Rightarrow 1,055^t = 1,1 \Rightarrow$$

$$t = \frac{\log 1,1}{\log 1,055} = 1,78$$

17. Calcula la tasa anual equivalente correspondiente a un rédito del 10% con períodos de capitalización...:

- a) anuales.
b) trimestrales.
c) mensuales.
d) diarios.

Solución:

- a) $TAE = [(1 + 0,1) - 1] \cdot 100 = 10\%$
b) $TAE = \left[\left(1 + \frac{0,1}{4}\right)^4 - 1\right] \cdot 100 = 10,38\%$
c) $TAE = \left[\left(1 + \frac{0,1}{12}\right)^{12} - 1\right] \cdot 100 = 10,47\%$
d) $TAE = \left[\left(1 + \frac{0,1}{360}\right)^{360} - 1\right] \cdot 100 = 10,52\%$

4. Capitalización

■ Piensa y calcula

Calcula la razón y aplica la fórmula de la suma de los términos de una progresión geométrica $S = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$ donde a_1 es el primer término, r la razón y a_n es el último:

a) 2, 4, 8, 16, 32, 64

b) 1, 3, 9, 27, 81

Solución:

$$\text{a) } r = 2 \Rightarrow S = \frac{64 \cdot 2 - 2}{2 - 1} = 126$$

$$\text{b) } r = 3 \Rightarrow S = \frac{81 \cdot 3 - 1}{3 - 1} = 121$$

● Aplica la teoría

18. En un fondo de pensiones que garantiza un 6% de interés se ingresan 100 € mensualmente. ¿Qué capital se habrá acumulado después de 20 años?

Solución:

$$C = \frac{100(1 + 0,06/12)[(1 + 0,06/12)^{12 \cdot 20} - 1]}{0,06/12} = 46\,435,11 \text{ €}$$

19. Se ingresan anualmente 7000 € en un fondo que garantiza un 7,5% de interés. ¿Qué capital se recuperará después de 30 años?

Solución:

$$C = \frac{7\,000(1 + 0,075)[(1 + 0,075)^{30} - 1]}{0,075} = 778\,080,50 \text{ €}$$

20. ¿Qué cantidad se debe depositar anualmente al 7% de interés anual si después de 35 años se quieren rescatar 300 000 €?

Solución:

$$\frac{a(1 + 0,07)[(1 + 0,07)^{35} - 1]}{0,07} = 300\,000$$
$$a = \frac{300\,000 \cdot 0,07}{1,07(1,07^{35} - 1)} = 2\,028,21 \text{ €}$$

21. ¿Durante cuántos años se deben invertir 5 880 € anualmente al 8% para poder rescatar 720 000 €?

Solución:

$$\frac{5\,880(1 + 0,08)[(1 + 0,08)^t - 1]}{0,08} = 720\,000$$
$$1,08^t = \frac{720\,000 \cdot 0,08}{5\,880 \cdot (1 + 0,08)} + 1 = 10,07$$
$$t = \frac{\log 10,07}{\log 1,08} = 30,009$$

Lo recibirá a partir de los 30 años.

5. Créditos

■ Piensa y calcula

Se recibe un préstamo de 10 000 € al 10% y se ha de devolver en cuatro años, pagando cada año los intereses de la cantidad que se debe más la cuarta parte del capital. Completa la tabla calculando mentalmente:

Año	Capital pendiente	Pago anual = intereses + capital	Deuda pendiente
1	10 000	$10\,000 \cdot 0,1 + 2\,500 = 3\,500$	7 500
2	7 500	$7\,500 \cdot 0,1 + 2\,500$	
3			
4			

Solución:

Año	Capital pendiente	Pago anual = intereses + capital	Deuda pendiente
1	10 000	$10\,000 \cdot 0,1 + 2\,500 = 3\,500$	7 500
2	7 500	$7\,500 \cdot 0,1 + 2\,500 = 3\,250$	5 000
3	5 000	$5\,000 \cdot 0,1 + 2\,500 = 3\,000$	2 500
4	2 500	$2\,500 \cdot 0,1 + 2\,500 = 2\,750$	0

● Aplica la teoría

22. Se piden prestados 20 000 € a un interés del 12%, a devolver en un único pago al transcurrir 3 años. ¿Qué cantidad hay que devolver al finalizar dicho período?

Solución:

$$D = 20\,000 \cdot 1,12^3 = 28\,098,56 \text{ €}$$

23. Calcula la mensualidad de amortización de un crédito de 48 000 € al 6% de interés durante 10 años. Hazlo aplicando la fórmula y con la tabla.

Solución:

a) Con la fórmula:

$$a = \frac{48\,000(1 + 0,06/12)^{120} \cdot 0,06/12}{(1 + 0,06/12)^{120} - 1} = 532,90 \text{ €}$$

b) Con la tabla:

$$111,02 \cdot 4,8 = 532,896 = 532,90 \text{ €}$$

24. Se ha solicitado una hipoteca a interés fijo del 6,5% de 90 000 €, para devolver en un período de 20 años. Calcula la mensualidad que se debe pagar.

Solución:

$$a = \frac{90\,000(1 + 0,065/12)^{12 \cdot 20} \cdot 0,065/12}{(1 + 0,065/12)^{12 \cdot 20} - 1} = 671,02 \text{ €}$$

25. ¿Qué deuda se amortiza mediante el pago de 10 anualidades de 13 910,5 € al 6,5% de interés?

Solución:

$$\frac{D \cdot 1,065^{10} \cdot 0,065}{1,065^{10} - 1} = 13\,910,5$$

$$D = \frac{13\,910,5(1,065^{10} - 1)}{1,065^{10} \cdot 0,065} = 100\,000 \text{ €}$$

26. ¿Durante cuántos años se debe pagar una hipoteca de 120 000 € al 5,5% de interés fijo si la anualidad que se puede pagar es de 8 256 €?

Solución:

Se puede partir de la fórmula de la anualidad de amortización y hacer los cálculos para despejar el tiempo:

$$\frac{120\,000 \cdot (1 + 0,055)^t \cdot 0,055}{(1 + 0,055)^t - 1} = 8\,256$$

$$6\,600 \cdot 1,055^t = 8\,256 \cdot 1,055^t - 8\,256$$

$$1,055^t = \frac{8\,256}{1\,656} = 4,99$$

$$t = \frac{\log 4,99}{\log 1,055} = 30,02$$

A los 30 años.

Ejercicios y problemas

1. Porcentajes

27. A un televisor que cuesta 450 € le hacen una rebaja del 20%. ¿Cuál es el precio final de la televisión?

Solución:

$$\text{Precio final} = 450 \cdot 0,8 = 360 \text{ €}$$

28. A un artículo le han aplicado un 15% de descuento y queda a un precio de 272 €. ¿Cuál era el precio inicial del mismo?

Solución:

$$\text{Precio final} = 272 : 0,85 = 320 \text{ €}$$

29. A un automóvil que cuesta 21 300 € se le incrementa en un 7% su precio. ¿Cuál es su precio final?

Solución:

$$\text{Precio final} = 21\,300 \cdot 1,07 = 22\,791 \text{ €}$$

30. En una factura aplican un 10% de descuento y un 16% de IVA. Si el precio de la compra era de 320 €, ¿cuánto se pagará en total?

Solución:

$$\text{Precio final} = 320 \cdot 0,9 \cdot 1,16 = 334,08 \text{ €}$$

31. En una clase suspenden el 30% de los alumnos, y de éstos el 50% recuperan el examen. Si el total de aprobados es de 17, ¿cuál es el porcentaje total de aprobados? ¿Cuántos alumnos son?

Solución:

Aprueban el examen, en tanto por uno:

$$0,7 + 0,3 \cdot 0,5 = 0,85$$

Es decir, el 85% aprueba.

El número de alumnos será:

$$17 : 0,85 = 20 \text{ alumnos.}$$

32. Hace 5 años un piso costaba 72 000 € y actualmente cuesta 82 800 €. ¿Qué porcentaje de subida ha experimentado?

Solución:

$$82\,800 : 72\,000 = 1,15 \Rightarrow 15\% \text{ de subida.}$$

2. Interés simple

33. En un depósito ofrecen un 7,5% de interés simple por 5 años. Si Hacienda retiene el 18%, ¿cuál es el capital acumulado al finalizar el período al depositar 12 450 €?

Solución:

$$\text{El tanto por uno será: } 0,075 \cdot 0,82 = 0,0615$$

$$I = 12\,450 \cdot 0,0615 \cdot 5 = 3\,828,38 \text{ €}$$

34. ¿Durante cuánto tiempo en años se ha depositado un capital de 35 500 € al 5,5% de interés si se han generado 5 857,5 €?

Solución:

$$t = \frac{5\,857,5}{35\,500 \cdot 0,055} = 3 \text{ años.}$$

35. ¿Cuál es el rédito o tanto por ciento al que se han depositado 25 300 € a interés simple durante 2 años, si una vez retenido el 18% de Hacienda los intereses generados son de 1 867,14 €?

Solución:

$$I\,867,14 = 25\,300 \cdot 0,82r \cdot 2$$

$$r = 1\,867,14 : 41\,492 = 0,045 \Rightarrow R = 4,5\%$$

36. Una entidad financiera ofrece un 3,5% anual por un depósito renovable todos los meses. Si los intereses no se acumulan en el depósito y se renueva 5 meses, ¿qué interés se obtiene por 20 000 €?

Solución:

$$I = 20\,000 \cdot 0,035 \cdot 5/12 = 291,67 \text{ €}$$

3. Interés compuesto

37. Calcula el capital que se acumula si se colocan 120 000 € al 5% de interés compuesto durante 3 años, si los intereses se abonan...:

- a) anualmente. b) trimestralmente.
c) mensualmente. d) diariamente.

Solución:

$$\text{a) } C = 120\,000(1 + 0,05)^3 = 138\,915 \text{ €}$$

$$\text{b) } C = 120\,000 \left(1 + \frac{0,05}{4}\right)^{4 \cdot 3} = 139\,290,54 \text{ €}$$

$$\text{c) } C = 120\,000 \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12 \cdot 3} = 139\,376,67 \text{ €}$$

$$\text{d) } C = 120\,000 \left(1 + \frac{0,05}{360}\right)^{360 \cdot 3} = 139\,418,66 \text{ €}$$

38. ¿Qué capital inicial es necesario tener depositado para que a interés compuesto durante 5 años al 6,5% anual y con períodos de capitalización mensuales se acumule un capital final de 21 434,16 €?

Ejercicios y problemas

Solución:

$$c \left(1 + \frac{0,065}{12} \right)^{12 \cdot 5} = 21\,434,16 \Rightarrow$$

$$1,38c = 21\,434,16 \Rightarrow c = 15\,532 \text{ €}$$

39. ¿En cuánto tiempo, a interés compuesto, un capital de 36 700 € al 5% de interés con abono de intereses anual se convertirá en 42 500 €?

Solución:

$$36\,700 \cdot 1,05^t = 42\,500$$

$$1,05^t = 1,16$$

$$t = \frac{\log 1,16}{\log 1,05} = 3,04$$

A los 3 años.

40. Calcula la tasa anual equivalente correspondiente a un rédito del 6,5% con periodos de capitalización...:

a) anuales.

b) trimestrales.

c) mensuales.

d) diarios.

Solución:

$$a) \text{ TAE} = [(1 + 0,065) - 1] \cdot 100 = 6,5\%$$

$$b) \text{ TAE} = \left[\left(1 + \frac{0,065}{4} \right)^4 - 1 \right] \cdot 100 = 6,66\%$$

$$c) \text{ TAE} = \left[\left(1 + \frac{0,065}{12} \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 6,7\%$$

$$d) \text{ TAE} = \left[\left(1 + \frac{0,065}{360} \right)^{360} - 1 \right] \cdot 100 = 6,72\%$$

4. Capitalización

41. Se ingresan anualmente 9 000 € en un fondo que garantiza un 4,7% de interés. ¿Qué capital se recuperará después de 20 años?

Solución:

$$C = \frac{9\,000 \cdot 1,047(1,047^{20} - 1)}{0,047} = 301\,882,11 \text{ €}$$

42. Se ingresan en un fondo de pensiones 220 € mensuales con un interés garantizado del 5,6%. ¿Qué capital se habrá acumulado después de 15 años?

Solución:

$$C = \frac{220(1 + 0,056/12)[(1 + 0,056/12)^{12 \cdot 15} - 1]}{0,056/12} = 62\,132,75 \text{ €}$$

43. ¿Qué cantidad se debe depositar mensualmente al 5% de interés si después de 30 años se quieren rescatar 300 000 €?

Solución:

$$\frac{a \cdot 1,05(1,05^{30} - 1)}{0,05} = 300\,000$$

$$a = \frac{300\,000 \cdot 0,05}{1,05(1,05^{30} - 1)} = 4\,300,41 \text{ €}$$

44. ¿Durante cuántos años debo invertir 1 800 €, al 6% anual, para poder rescatar 70 187 €?

Solución:

$$\frac{1\,800 \cdot 1,06(1,06^t - 1)}{0,06} = 70\,187 \text{ €}$$

$$1,06^t = \frac{70\,187 \cdot 0,06}{1\,800 \cdot 1,06} + 1 \Rightarrow 1,06^t = 3,21$$

$$t = \frac{\log 3,21}{\log 1,06} = 20,02$$

Lo recibirá a partir de los 20 años.

5. Créditos

45. Se debe amortizar un préstamo de 35 000 € a un interés del 9,75% a devolver en un único pago al transcurrir 5 años. ¿Qué cantidad devolveremos al finalizar dicho periodo?

Solución:

$$D = 35\,000 \cdot 1,0975^5 = 55\,730,21 \text{ €}$$

46. Calcula la mensualidad de amortización de un crédito de 28 000 € al 6,5% de interés durante 5 años. Hazlo aplicando la fórmula y la tabla de cuotas mensuales.

Solución:

a) Con la fórmula:

$$a = \frac{28\,000(1 + 0,065/12)^{12 \cdot 5} \cdot 0,065/12}{(1 + 0,065/12)^{12 \cdot 5} - 1} = 547,85 \text{ €}$$

b) Con la tabla:

$$195,66 \cdot 2,8 = 547,848 = 547,85 \text{ €}$$

47. Se ha solicitado una hipoteca por valor de 85 500 € a un interés fijo del 4,25% a devolver en 15 años. Utilizando la tabla de cuotas mensuales, calcula la mensualidad que se debe pagar.

Solución:

$$a = 75,23 \cdot 8,55 = 643,22 \text{ €}$$

48. ¿Qué deuda se amortiza mediante el pago de 10 anualidades de 6 000 € al 7,5% de interés?

Solución:

$$\frac{D \cdot 1,075^{10} \cdot 0,075}{1,075^{10} - 1} = 6\,000$$

$$D = \frac{6\,000(1,075^{10} - 1)}{1,075^{10} \cdot 0,075} = 41\,184,49 \text{ €}$$

49. ¿Durante cuántos años se debe pagar una hipoteca de 44 136 € al 7,5% de interés fijo si la anualidad que se puede pagar es de 5 000 €?

Solución:

$$\frac{44\,136 \cdot (1 + 0,075)^t \cdot 0,075}{(1 + 0,075)^t - 1} = 5\,000$$

$$33\,10,2 \cdot 1,075^t = 5\,000 \cdot 1,075^t - 5\,000$$

$$1,075^t = \frac{5\,000}{1\,689,8} = 2,96$$

$$t = \frac{\log 2,96}{\log 1,075} = 15,005$$

A los 15 años.

Para ampliar

50. La cantidad de agua de un embalse ha disminuido un 24% con respecto a los 80,5 millones de litros que había el mes pasado. ¿Qué cantidad de agua queda en el embalse?

Solución:

Agua que queda: $80,5 \cdot 0,76 = 61,18$ millones de litros.

51. El precio de un ordenador ha bajado en el último año un 17%. Si ahora está a un precio de 870 €, ¿cuál era el precio hace un año?

Solución:

Precio inicial = $870 : 0,83 = 1\,048,19 \text{ €}$

52. En una clase de 25 alumnos aprueban un examen 18 de ellos. ¿Qué porcentaje de aprobados y de suspensos hay?

Solución:

Aprueban: $18/25 = 0,72 \Rightarrow 72\%$

Suspenden: $100 - 72 = 28\%$

53. En una factura aplican un 15% de descuento y un 16% de IVA. Si el precio de la compra era de 350 €, ¿cuánto se pagará en total?

Solución:

Total = $350 \cdot 0,85 \cdot 1,16 = 345,1 \text{ €}$

54. Un artículo costaba 45 € el año pasado y 50,4 € este año. ¿Cuál es el porcentaje de subida?

Solución:

$50,4 : 45 = 1,12 \Rightarrow 12\%$ de subida.

55. En un producto que ha subido por costes de fabricación un 12% aplican un 20% de rebaja. Si dicho producto tiene un precio de 250 €, ¿cuál será su precio final?

Solución:

Precio final = $250 \cdot 1,12 \cdot 0,80 = 224 \text{ €}$

56. ¿Qué intereses genera un depósito de 12 500 € al 4% de interés simple durante 7 días, si Hacienda retiene el 18% de los mismos?

Solución:

El tanto por uno es: $0,04 \cdot 0,82 = 0,0328$

$I = 12\,500 \cdot 0,0328 \cdot 7/360 = 7,97 \text{ €}$

57. ¿Cuál es el tiempo en años que se ha dejado depositado un capital de 28 350 € al 4,5% de interés simple si han generado 5 230,58 € una vez retenido el 18% de Hacienda?

Solución:

$28\,350 \cdot 0,045 \cdot 0,82 \cdot t = 5\,230,58$

$t = 5$ años.

58. ¿Cuál es el rédito al que se han depositado 15 250 € a interés simple durante 3 años si una vez retenido el 18% de Hacienda los intereses generados son de 1 313,03 €?

Solución:

$15\,250 \cdot r \cdot 0,82 \cdot 3 = 1\,313,03$

$r = 0,035 \Rightarrow R = 3,5\%$

59. Una entidad financiera ofrece un 4,25% anual por un depósito renovable todos los meses. Si los intereses no se acumulan en el depósito y se renueva 3 meses, ¿qué interés se obtiene por 24 800 €?

Ejercicios y problemas

Solución:

$$I = 24\,800 \cdot 0,0425 \cdot 3/12 = 263,5 \text{ €}$$

60. Calcula el capital que se acumula si se colocan 42 500 € al 4,5% de interés compuesto durante 4 años si los intereses se abonan...:
- a) anualmente. b) trimestralmente.
c) mensualmente. d) diariamente.

Solución:

$$a) C = 42\,500 \cdot 1,045^4 = 50\,682,04 \text{ €}$$

$$b) C = 42\,500 \left(1 + \frac{0,045}{4}\right)^{4 \cdot 4} = 50\,830,63 \text{ €}$$

$$c) C = 42\,500 \left(1 + \frac{0,045}{12}\right)^{12 \cdot 4} = 50\,864,61 \text{ €}$$

$$d) C = 42\,500 \left(1 + \frac{0,045}{360}\right)^{360 \cdot 4} = 50\,881,17 \text{ €}$$

61. Se ha solicitado una hipoteca a interés fijo del 5,75% de 90 500 € para devolver en un período de 20 años. Calcula la mensualidad que se debe pagar.

Solución:

$$a = \frac{90\,500 \cdot (1 + 0,0575/12)^{12 \cdot 20} \cdot 0,0575/12}{(1 + 0,0575/12)^{12 \cdot 20} - 1} = 635,39 \text{ €}$$

62. ¿En cuánto tiempo, a interés compuesto, un capital de 26 500 € al 4,75% de interés con abono de intereses anuales se convertirá en 33 421 €?

Solución:

$$26\,500 \cdot 1,0475^t = 33\,421$$

$$1,0475^t = 1,26$$

$$t = \frac{\log 1,26}{\log 1,0475} = 4,98$$

A los 5 años.

63. Calcula la tasa anual equivalente correspondiente a un rédito del 8% con períodos de capitalización...:
- a) anuales.
b) trimestrales.
c) mensuales.
d) diarios.

Solución:

$$a) TAE = [(1 + 0,08) - 1] \cdot 100 = 8\%$$

$$b) TAE = \left[\left(1 + \frac{0,08}{4}\right)^4 - 1\right] \cdot 100 = 8,24\%$$

$$c) TAE = \left[\left(1 + \frac{0,08}{12}\right)^{12} - 1\right] \cdot 100 = 8,30\%$$

$$d) TAE = \left[\left(1 + \frac{0,08}{360}\right)^{360} - 1\right] \cdot 100 = 8,33\%$$

64. Se ingresan en un fondo de pensiones 300 € mensuales con un interés garantizado del 6,5%. ¿Qué capital se habrá acumulado después de 17 años?

Solución:

$$C = \frac{300 \cdot (1 + 0,065/12)[(1 + 0,065/12)^{12 \cdot 17} - 1]}{0,065/12} = 111\,939,15 \text{ €}$$

65. Se ingresan anualmente 12 000 € en un fondo que garantiza un 7,5% de interés. ¿Qué capital se recuperará después de 10 años?

Solución:

$$C = \frac{12\,000 \cdot 1,075(1,075^{10} - 1)}{0,075} = 182\,497,43 \text{ €}$$

66. ¿Qué cantidad se debe depositar anualmente al 5% de interés si después de 10 años se quieren rescatar 200 000 €?

Solución:

$$\frac{a \cdot 1,05(1,05^{10} - 1)}{0,05} = 200\,000$$

$$a = \frac{200\,000 \cdot 0,05}{1,05(1,05^{10} - 1)} = 15\,143,73 \text{ €}$$

67. ¿Qué cantidad se ha dejado depositada durante 4 años al 6,5% de interés compuesto si, una vez hecha la retención del 18% de Hacienda, se han generado 3 523,54 €?

Solución:

$$c \cdot 1,065^4 = c + 3\,523,54 : 0,82$$

$$c = \frac{4\,297}{1,065^4 - 1} = 15\,000 \text{ €}$$

68. ¿Durante cuántos años se debe invertir 5 000 € anualmente al 6% para poder rescatar 79 350 €?

Solución:

$$\frac{5\,000 \cdot 1,06(1,06^t - 1)}{0,06} = 79\,350$$

$$1,06^t = \frac{79\,350 \cdot 0,06}{5\,000 \cdot 1,06} + 1 \Rightarrow 1,06^t = 1,9$$

$$t = \frac{\log 1,9}{\log 1,06} = 11,02$$

A los 11 años.

69. Se debe amortizar un préstamo de 30 000 € a un interés del 12%, a devolver en un único pago al transcurrir 3 años. ¿Qué cantidad se devuelve al finalizar dicho período?

Solución:

$$D = 30\,000 \cdot 1,12^3 = 42\,147,84 \text{ €}$$

70. Utiliza la tabla de cuotas mensuales y calcula la mensualidad correspondiente para amortizar un préstamo en los siguientes casos:

- a) 20 000 € al 4,75% durante 15 años.
- b) 20 000 € al 7% durante 20 años.
- c) 30 000 € al 6,5% durante 10 años.
- d) 30 000 € al 6,5% durante 20 años.

Solución:

- a) $77,78 \cdot 2 = 155,56 \text{ €}$
- b) $77,53 \cdot 2 = 155,06 \text{ €}$
- c) $113,55 \cdot 3 = 340,65 \text{ €}$
- d) $74,56 \cdot 3 = 223,68 \text{ €}$

71. Calcula la mensualidad de amortización de un crédito de 42 000 € al 5,5% de interés durante 7 años.

Solución:

$$a = \frac{42\,000 \cdot (1 + 0,055/12)^{12 \cdot 7} \cdot 0,055/12}{(1 + 0,055/12)^{12 \cdot 7} - 1} = 603,54 \text{ €}$$

72. ¿Qué capital inicial es necesario tener depositado para que a interés compuesto durante 3 años al 5,25% anual y con periodos de capitalización anuales se acumule un capital final de 35 444 €?

Solución:

$$c \cdot 1,0525^3 = 35\,444$$

$$c = 30\,400,2 \text{ €}$$

$$c = 30\,400 \text{ €}$$

Problemas

73. Una persona cobraba anualmente 1 502 € y actualmente cobra 1 682,24 €. ¿Qué porcentaje de subida ha experimentado?

Solución:

$$1\,682,24 : 1\,502 = 1,12 \Rightarrow 12\%$$

74. El precio de un artículo ha pasado de 3 000 a 1 200 €. ¿Cuál ha sido la disminución del precio expresada en porcentaje?

Solución:

$$1\,200 : 3\,000 = 0,4 \Rightarrow 1 - 0,4 = 0,6 \Rightarrow 60\% \text{ de disminución.}$$

75. Si el precio de una casa es de 72 000 € y sube un 8% cada año, ¿cuántos años tardará en duplicarse?

Solución:

$$72\,000 \cdot 1,08^t = 2 \cdot 72\,000$$

$$1,08^t = 2$$

$$t = \frac{\log 2}{\log 1,08} = 9,006$$

Aproximadamente a los 9 años.

76. Una entidad financiera paga el 9,5% del dinero depositado si se mantiene 3 años. Calcula cuánto se ganará al finalizar los tres años por cada 100 € si Hacienda retiene el 18% en los siguientes casos:

- a) Los intereses se ingresan en una cuenta distinta.
- b) Los intereses se ingresan en la misma cuenta.

Solución:

- a) El interés es simple.

$$I = 100 \cdot 0,095 \cdot 0,82 \cdot 3 = 23,37 \text{ €}$$

- b) El interés es compuesto.

$$C = 100 \cdot 1,095^3 = 131,29$$

$$\text{Interés neto} = 31,29 \cdot 0,82 = 25,66 \text{ €}$$

77. Calcula el rédito anual al que se han depositado 15 000 € a interés simple durante 18 meses si los intereses generados, con la retención de Hacienda descontada, han sido de 830,25 €

Solución:

$$830,25 = 15\,000 \cdot r \cdot 0,82 \cdot 18/12$$

$$r = 738 \cdot 12 : (15\,000 \cdot 0,82 \cdot 18)$$

$$r = 0,045 \Rightarrow R = 4,5\%$$

78. Un depósito ofrece un 4% de interés simple anual renovable mensualmente, además de no acumularse los intereses en el mismo. ¿Durante cuánto tiempo se deben depositar 12 000 € para generar unos intereses brutos de 800 €?

Solución:

$$800 = 12\,000 \cdot 0,04 \cdot t/12$$

$$t = 800 \cdot 12 : (12\,000 \cdot 0,04)$$

$$t = 20 \text{ meses.}$$

Ejercicios y problemas

79. ¿En cuánto tiempo, a interés compuesto, un capital de 25 000 € al 5% de interés, con abono mensual de intereses, generará unos intereses de 3 310,34 €, con el 18% de Hacienda descontado?

Solución:

$$25\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12t} = 25\,000 + 3\,310,34 : 0,82$$

$$\left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12t} = (25\,000 + 4\,037) : 25\,000$$

$$t = \frac{\log 1,16}{12 \log(1 + 0,05/12)} = 2,97$$

A los 3 años.

80. ¿Durante cuántos años debo invertir 300 € mensualmente al 6% para poder rescatar 139 305 €?

Solución:

$$\frac{300 \cdot (1 + 0,06/12)[(1 + 0,06/12)^{12t} - 1]}{0,06/12} = 139\,305$$

$$1,005^{12t} = \frac{139\,305 \cdot 0,005}{300 \cdot 1,005} + 1 \Rightarrow 1,005^{12t} = 3,31$$

$$t = \frac{\log 3,31}{12 \log 1,005} = 19,99$$

Lo recibirá a partir de los 20 años.

81. ¿En cuánto tiempo, a interés compuesto, un capital de 25 000 € al 4% de interés, con abono de intereses trimestrales, se convertirá en 28 170 €?

Solución:

$$25\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,04}{4}\right)^{4t} = 28\,170$$

$$1,01^{4t} = 1,127$$

$$t = \frac{\log 1,127}{4 \log 1,01} = 3 \text{ años.}$$

82. Se piden prestados 10 000 €, a un interés del 9%, a devolver en un único pago al transcurrir 2 años. ¿Qué cantidad hay que devolver al finalizar dicho período?

Solución:

$$10\,000 \cdot 1,09^2 = 11\,881 \text{ €}$$

83. Se han pedido prestados 6 000 €, a devolver en un único pago, con un interés del 10%. Si se devuelven 7 986 €, ¿cuál es el período de devolución del préstamo?

Solución:

$$6\,000 \cdot 1,1^t = 7\,986$$

$$1,1^t = 1,331$$

$$t = \frac{\log 1,331}{\log 1,1} = 3 \text{ años.}$$

84. Calcula la mensualidad de amortización de un crédito de 20 000 € al 5% de interés durante 5 años.

Solución:

$$a = \frac{20\,000 \cdot 1,05^5 \cdot 0,05}{1,05^5 - 1} = 4\,619,50 \text{ €}$$

85. ¿Qué deuda se amortiza mediante el pago de 15 anualidades de 6 000 € al 4% de interés?

Solución:

$$\frac{D \cdot 1,04^{15} \cdot 0,04}{1,04^{15} - 1} = 6\,000$$

$$D = \frac{6\,000(1,04^{15} - 1)}{1,04^{15} \cdot 0,04} = 66\,710,32 \text{ €}$$

86. ¿Qué deuda se amortiza mediante el pago de 60 cuotas trimestrales de 1 500 € al 4% de interés? Compara el resultado con el problema anterior.

Solución:

$$\frac{D \cdot (1 + 0,04/4)^{4 \cdot 15} \cdot 0,04/4}{(1 + 0,04/4)^{4 \cdot 15} - 1} = 1\,500$$

$$D = \frac{1\,500(1,01^{60} - 1)}{1,01^{60} \cdot 0,01} = 67\,432,56 \text{ €}$$

Pagando al año, la misma cantidad, pero al hacerlo trimestralmente se amortizan 722,24 € más que al hacerlo anualmente.

87. ¿Durante cuántos años se debe pagar una hipoteca de 120 000 € al 6% de interés fijo si la mensualidad que se puede pagar es de 1 332 €?

Solución:

$$\frac{120\,000 \cdot (1 + 0,06/12)^{12t} \cdot 0,06/12}{(1 + 0,06/12)^{12t} - 1} = 1\,332$$

$$600 \cdot 1,005^{12t} = 1\,332 \cdot 1,005^{12t} - 1\,332$$

$$1,005^{12t} = \frac{1\,332}{732} \Rightarrow 1,005^{12t} = 1,82$$

$$t = \frac{\log 1,82}{12 \log 1,005} = 10,006$$

A los 10 años.

Para profundizar

88. En la compra de un coche se pide un crédito de 9 000 € al 8%. Por la gestión del crédito se cobran 300 €, que se incluyen en el capital del préstamo. Si el crédito se amortiza en 60 mensualidades, ¿a cuánto asciende cada una de ellas?

Solución:

$$a = \frac{9\,300 \cdot (1 + 0,08/12)^{60} \cdot 0,08/12}{(1 + 0,08/12)^{60} - 1} = 188,57 \text{ €}$$

89. Calcula el tiempo al que se deben depositar 10 000 € a interés compuesto con períodos de capitalización mensuales para que con un rédito del 4% se conviertan en 14 909 €

Solución:

$$10\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,04}{12}\right)^{12t} = 14\,909$$

$$\left(1 + \frac{0,04}{12}\right)^{12t} = 1,4909$$

$$t = \frac{\log 1,4909}{12 \log (1 + 0,04/12)} = 10,001$$

A los 10 años.

90. Calcula el tiempo en años que hay que tener un capital depositado en un banco al 5,95% de interés compuesto para que se duplique.

Solución:

$$1,0595^t = 2$$

$$t = \frac{\log 2}{\log 1,0595} = 11,99 \text{ años.}$$

A partir de los 12 años.

91. Hemos decidido solicitar una hipoteca de 60 000 € al 4,94% de interés variable con un período inicial de 1 año y con cláusula de revisión del euríbor más 0,4 y con un plazo de amortización de 20 años. La hipoteca tiene una comisión de apertura del 1,5% sobre el nominal.

- a) ¿Cuál es la cuota mensual del primer año?
b) Si al finalizar el período inicial el euríbor está en 3,77, ¿qué interés se pagará el segundo año?

- c) Si por los gastos de registro, notaría y gestoría se pagan 1 500 €, y por gastos de tasación y verificación registral, 200 €, ¿a cuánto ascienden los gastos de la hipoteca?

Solución:

$$a) a = \frac{60\,000 \cdot (1 + 0,0494/12)^{12 \cdot 20} \cdot 0,0494/12}{(1 + 0,0494/12)^{12 \cdot 20} - 1} =$$

$$= 393,99 = 400 \text{ €}$$

$$b) 3,77 + 0,4 = 4,17\%$$

$$c) 0,015 \cdot 60\,000 + 1\,500 + 200 = 2\,600 \text{ €}$$

92. Se ha solicitado un préstamo de 80 000 € para comprar una casa, al 6% de interés fijo durante 20 años.

- a) Calcula la mensualidad con la tabla de cuotas mensuales.
b) Calcula lo que se paga al año.
c) Por la compra de la vivienda habitual, Hacienda permite desgravarse por las cantidades invertidas con los porcentajes de deducción siguientes: durante los dos años siguientes a la adquisición, el 25% sobre los primeros 4 508 € y el 15% sobre el exceso hasta el límite de 9 016 €. Con posterioridad, los porcentajes anteriores serán del 20% y del 15%, respectivamente. Calcula a cuánto asciende la deducción de Hacienda en los dos primeros años y posteriores.
d) Calcula cuánto se paga en total por el préstamo de los 80 000 €.
e) Calcula en porcentaje la cantidad total que se paga de intereses por el préstamo.

Solución:

$$a) a = 71,64 \cdot 8 = 573,12 \text{ €}$$

$$b) \text{ Al año se paga: } 573,12 \cdot 12 = 6\,877,44 \text{ €}$$

$$c) \text{ Los dos primeros años se desgrava: } 0,25 \cdot 4\,508 + 0,15 \cdot (6\,877,44 - 4\,508) = 1\,482,42 \text{ €}$$

A partir del 3^{er} año se desgrava:

$$0,2 \cdot 4\,508 + 0,15 \cdot (6\,877,44 - 4\,508) = 1\,257,02 \text{ €}$$

$$d) \text{ Se paga por el préstamo: } 6\,877,44 \cdot 20 - 1\,482,42 \cdot 2 - 1\,257,02 \cdot 18 = 111\,957,6 \text{ €}$$

$$e) \text{ Intereses} = 31\,957,6 \text{ €}$$

$$31\,957,6 : 80\,000 = 0,399 = 39,9\%$$

Paso a paso

93. Un frigorífico que costaba el año pasado 1 200 € ha aumentado su precio un 10%. Al comprarlo este año, nos rebajan un 10%. ¿Qué precio pagamos por el frigorífico?

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

94. Se depositan 4 500 € a un interés del 5,4% durante 3 meses. ¿A cuánto asciende dicho interés?

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

95. Calcula el TAE de un depósito al 5% si los períodos de capitalización son mensuales.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

96. Una persona ingresa 60 € mensualmente en un fondo de pensiones al 7%. ¿Qué capital tendrá acumulado al cabo de 30 años?

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

97. Calcula la mensualidad que hay que pagar para devolver 60 000 € al 5,5% de interés compuesto durante 10 años.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

98. **Internet.** Abre: www.editorial-bruno.es, elige **Matemáticas, curso y tema.**

Practica

99. Una caldera de calefacción de 3 000 € aumenta su precio un 15%. ¿Cuánto vale ahora?

Solución:

$3\,000 \cdot 1,15$
3 450 €

100. Una máquina de hacer fotocopias cuesta 6 000 € y tiene una rebaja del 15%. ¿Qué precio se paga por ella?

Solución:

$6\,000 \cdot 0,85$
5 100 €

101. En el taller facturan 172,25 € por el arreglo de un coche y aumentan un 16% de IVA. ¿A cuánto asciende la factura en total?

Solución:

$172,25 \cdot 1,16$
199,81 €

102. Un empleado cobra mensualmente 2 043,44 €. Si le descuentan el 18% para el impuesto sobre la renta de las personas físicas (IRPF), ¿cuánto cobra?

Solución:

$2\,043,44 \cdot 0,82$
1 675,62 €

103. El precio de un determinado artículo aumenta un 15% y queda fijado en 287,5 €. ¿Cuál era su precio inicial?

Solución:

$287,5 : 1,15$
250 €

104. Un hotel cobra 80 € por día. ¿A cuánto asciende la factura de siete días si nos descuentan un 20% por un bono y aplican el 16% de IVA?

Solución:

$80 \cdot 0,8 \cdot 1,16 \cdot 7$
519,68 €

105. Se depositan 6 000 € en un banco al 4,75% de interés simple anual. ¿Cuánto supone dicho interés?

Solución:

$6\,000 \cdot 0,0475$
285 €

106. Se depositan 3 000 € a un interés simple del 6% durante 2 años. ¿Qué capital tendremos al finalizar ese tiempo?

Solución:

$$3\,000 + 3\,000 \cdot 0,06 \cdot 2$$

$$3\,360 \text{ €}$$

107. Se depositan 6 000 € durante 3 años a un 4,5% de interés. Si Hacienda retiene un 18% de los intereses, ¿qué interés se obtiene al acabar dicho período?

Solución:

$$0,82 \cdot 0,045 = 0,0369$$

$$6\,000 \cdot 0,0369 \cdot 3$$

$$664,2 \text{ €}$$

108. Se depositan 3 000 € al 6% de interés compuesto durante 4 años. ¿Qué capital tendremos al finalizar ese tiempo si Hacienda retiene un 18%?

Solución:

$$3\,000 \cdot 1,06^4 = 3\,787,43 \text{ €}$$

$$\text{Intereses: } 3\,787,43 - 3\,000 = 787,43 \text{ €}$$

$$\text{Hacienda: } 787,43 \cdot 0,18 = 141,74 \text{ €}$$

$$\text{Capital final: } 3\,787,43 - 141,74 = 3\,645,69 \text{ €}$$

109. En un fondo de pensiones que garantiza un 6% de interés se ingresan 100 € mensualmente. ¿Qué capital se habrá acumulado después de 20 años?

Solución:

Seleccionamos la fórmula del ejercicio 96

Sustituimos $a = 100$, $n = 12$, $r = 0,06$, $t = 20$

Obtenemos: 46 435,11 €

110. Se depositan 5 000 € a un interés compuesto del 7,5% durante 3 años con períodos de capitalización mensuales. Si Hacienda retiene el 18% cuando se recupera el capital, ¿cuál es el capital final?

Solución:

Introducimos la fórmula:

$$c(1+r/n)^{(nt)}$$

Sustituimos $c = 5\,000$, $r = 0,075$, $n = 12$, $t = 3$

Obtenemos: 6 257,23 €

Intereses: $6\,257,23 - 5\,000 = 1\,257,23 \text{ €}$

Hacienda: $1\,257,23 \cdot 0,18 = 226,30 \text{ €}$

Capital final: $6\,257,23 - 226,30 = 6\,030,93 \text{ €}$

111. ¿Cuál es el TAE de un depósito al 3,75% si los períodos de capitalización son mensuales?

Solución:

Seleccionamos la fórmula del ejercicio 95

Sustituimos $n = 12$, $r = 0,0375$

Obtenemos: TAE = 3,82%

112. Una persona deposita anualmente 720 € durante 30 años y se le garantiza un 7% de interés. ¿Qué capital tendrá al cabo de los 30 años?

Solución:

Introducimos la fórmula:

$$a(1+r)((1+r)^t-1)/r$$

Sustituimos $a = 720$, $r = 0,07$, $t = 30$

Obtenemos: 72 772,59 €

113. Calcula la mensualidad que hay que pagar para devolver 60 000 € al 5,5% de interés compuesto durante 10 años.

Solución:

Seleccionamos la fórmula del ejercicio 97

Sustituimos $d = 60\,000$, $r = 0,055$, $t = 10$

Obtenemos: 651,16 €

114. Calcula la mensualidad de amortización de un crédito de 48 000 € al 6% de interés durante 10 años.

Solución:

Seleccionamos la fórmula del ejercicio 97

Sustituimos $d = 48\,000$, $r = 0,06$, $t = 10$

Obtenemos: 532,90 €