MATEMÁTICAS

1.º ESO

PARA QUE LAS COSAS OCURRAN

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 10. Triángulos

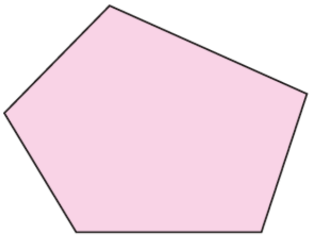
Unidad 10. Triángulos

PÁGINA 166

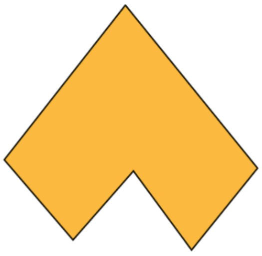
1 POLÍGONOS: ELEMENTOS Y CLASIFICACIÓN

1. **Escribe el nombre de estos polígonos e indica si son cóncavos o convexos:**

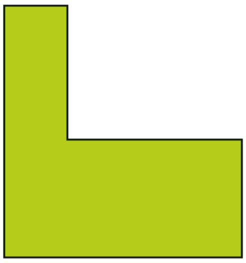
a.



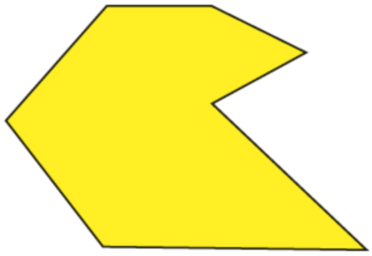
b.



c.



d.



a. pentágono convexo.

b. Hexágono cóncavo.

c. Hexágono cóncavo.

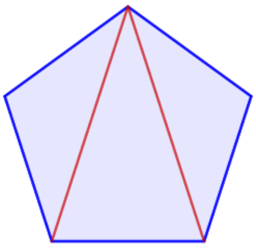
d. Heptágono cóncavo.

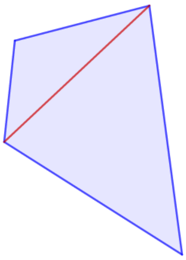
2. **Dibuja en tu cuaderno un pentágono y un cuadrilátero y traza sus diagonales desde un vértice.**

a. **¿Cuántas diagonales salen del vértice? ¿Cuántas diagonales tiene en total?**

b. **Si un polígono tiene *n* lados, ¿cuántas diagonales salen de un vértice? ¿En cuántos triángulos dividen el polígono?**

a. Del pentágono 2 y del cuadrilátero 1.





En el pentágono hay 4 diagonales en total y en el cuadrilátero hay 2 en total.

b. El número de diagonales desde un vértice es: n – 3.

El número de triángulos que se forman es: n – 2.

3*. Determina el número de diagonales y el ángulo central de estos polígonos regulares:

a. Pentágono.

b. Hexágono.

c. Endecágono.

d. Cuadrado.

a. 5.

b. 9.

c. 44.

d. 2.

4. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:

a. Un polígono regular tiene dos ángulos desiguales.

b. En un polígono regular, el radio es mayor que la apotema.

c. El ángulo central tiene la misma amplitud en todos los polígonos.

d. Un polígono regular puede tener un ángulo cóncavo.

e. Un polígono tiene el mismo número de lados que de diagonales.

f. Un decágono tiene 30 diagonales.

a. Falso. Todos son iguales.

b. Verdadero.

c. Falso. Depende del número de lados.

d. Falso. Los ángulos no pueden ser mayores de 180º.

e. Falso. Por ejemplo, el cuadrado tiene dos diagonales.

f. Falso. Tiene 35 diagonales porque $D = \frac{n \cdot (n-3)}{2} \Rightarrow D = \frac{10 \cdot (10-3)}{2} = 35$.

5. Utiliza la expresión del ángulo central con los siguientes ángulos y contesta:**

40°, 36°, 75°, 120°, 90°, 100°

a. ¿Cuáles son ángulos centrales de un polígono regular? ¿Cómo se denomina ese polígono?

b. ¿Qué ángulos no pueden ser ángulos centrales? ¿Por qué?

c. ¿Cuánto mide el ángulo central de un octógono regular?

a. Se comprueba dividiendo 360º entre cada uno de los ángulos del enunciado y si se obtiene un número exacto pertenece al ángulo central del polígono con el número de lados del número obtenido en la división:

360º : 40º = 9; 40º eneágono.

360º : 36º = 10; 36º decágono.

360º : 75º = 4,8; no pertenece a ningún ángulo central.

360º : 120º = 3; 120º triángulo.

360º : 90º = 4; 90º cuadrado.

360º : 100º = 3,6; no pertenece a ningún ángulo central.

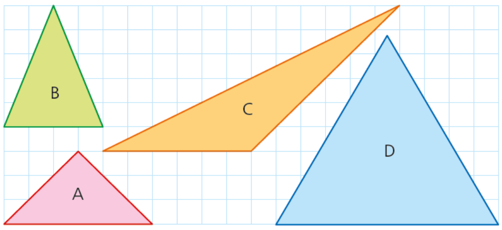
b. Los que no son divisores de 360º son 75º y 100º.

c. 360º : 8 = 45º.

PÁGINA 167

2 CLASIFICACIÓN Y PROPIEDADES DE TRIÁNGULOS

6. Clasifica los siguientes triángulos en función de sus lados:

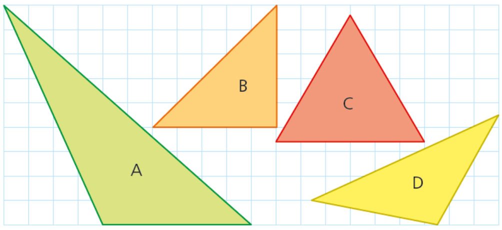


A y B: Isósceles.

C: Escaleno.

D: Equilátero.

7. Clasifica los siguientes triángulos según sus ángulos:



A y D: Obtusángulo.

B: Rectángulo.

C: Acutángulo.

8*. ¿Con cuál de estas ternas de segmentos es posible formar un triángulo?

a. $a = 7$ **cm,** $b = 6$ **cm,** $c = 10$ **cm**

b. $a = 8$ **m,** $b = 15$ **m,** $c = 23$ **m**

a. Es posible, pues 10 < 7 + 6.

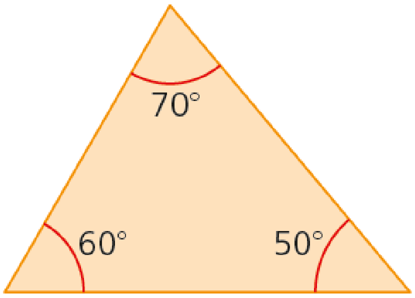
b. No es posible pues 23 = 8 + 15, no es menor.

9. Uno de los ángulos de un triángulo rectángulo mide 79°; ¿cuánto miden los otros dos ángulos?

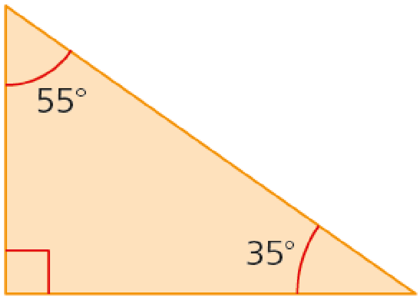
180 – (79 + 90) = 11º

10. Halla los ángulos exteriores de los siguientes triángulos.

a.



b.



Hay que calcular el ángulo que se obtiene al restar 180º por cada ángulo de cada triángulo para saber los ángulos exteriores.

a. 180º – 70º = 110º

180º – 60º = 120º

180º – 50º = 130º

b. 180º – 55º = 125º

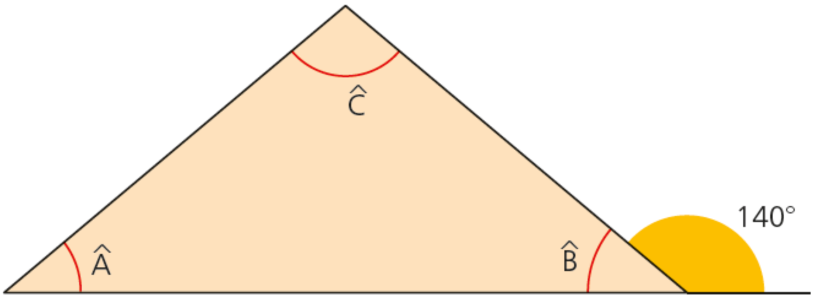
180º – 35º = 145º

180º – 90º = 90º

11. Clasifica en función de sus lados un triángulo rectángulo, uno de cuyos ángulos mide 45°.

Si es rectángulo, uno de ellos mide 90º. Por lo tanto, el otro mide: 180º – 90º – 45º = 45º. Como tiene dos ángulos iguales, debe tener dos lados iguales, y se trata del triángulo isósceles.

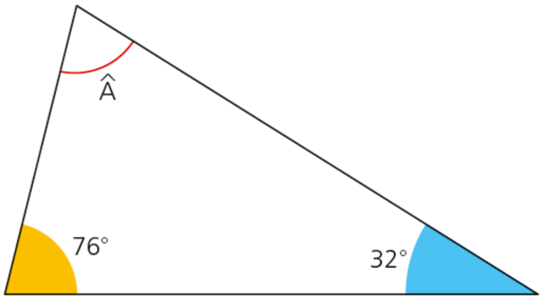
12*. Uno de los ángulos exteriores de un triángulo isósceles mide 140°. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos del triángulo?



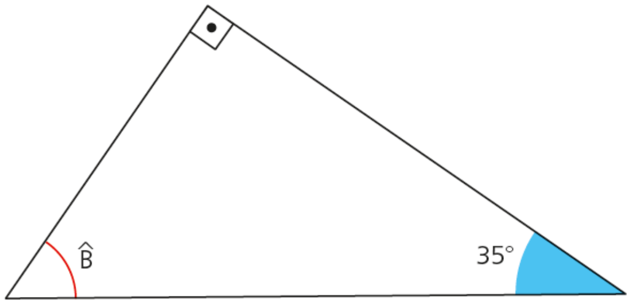
B = 180º – 140º = 40º

13*. Calcula los ángulos que faltan en estos triángulos:

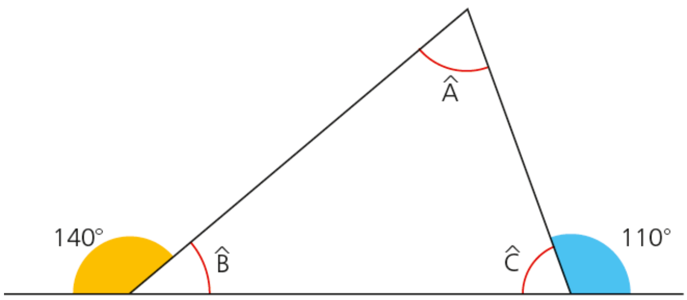
a.



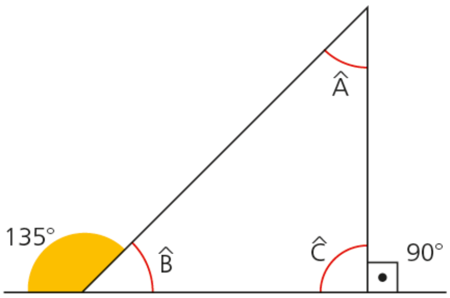
b.



c.



d.



a. A = 180 – (76 + 32) = 72º

b. B = 180 – (35 + 90) = 55º

c. B = 40º; C = 70º; A = 180 – (40 + 70) = 70º

d. B = 45º; C = 90º; A = 180 – (45 + 90) = 45º

14. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:

a. Un triángulo obtusángulo puede ser isósceles.

b. Todos los triángulos rectángulos son escalenos.

c. Si un triángulo es acutángulo, tiene que ser equilátero.

d. Un triángulo escaleno también puede ser rectángulo.

e. Ningún triángulo puede tener dos ángulos rectos.

f. Si los lados de un triángulo tienen diferentes longitudes, sus ángulos también son distintos.

g. Uno de los ángulos de un triángulo equilátero mide 70°.

a. Verdadero.

b. Falso. Pueden ser isósceles.

c. Falso. Puede ser de cualquier tipo.

d. Verdadero.

e. Verdadero.

f. Verdadero.

g. Falso. Los tres miden 60°.

15. Un triángulo isósceles obtusángulo tiene un ángulo de 22°; ¿cuánto miden los otros dos ángulos?**

180 – (22 + 22) = 136º

16. Uno de los ángulos exteriores de un triángulo isósceles mide 38°; ¿cuánto mide cada uno de sus ángulos interiores?**

El ángulo exterior corresponde al diferente y es 180 – 38 = 142º

$$\frac{(180^{o}-142^{o})}{2}=\frac{38^{o}}{2}=19^{o}$$

PÁGINA 168

3 CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS

17. Dibuja los triángulos determinados por los siguientes elementos:

a. Los tres lados miden 6 cm, 9 cm y 13 cm, respectivamente.

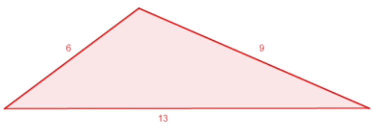
b. Un lado mide 10 cm y sus ángulos adyacentes, 75° y 35°, respectivamente.

c. Dos de sus lados miden 8 cm y 14 cm, y el ángulo comprendido, 80°.

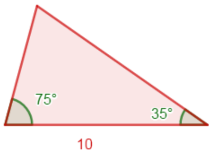
d. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 7 cm y 12 cm.

e. Los lados de un triángulo equilátero miden 5 cm.

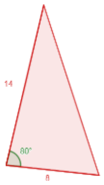
a. Dibuja uno de los lados, 13 cm, desde uno de sus vértices se trazan un arco con la longitud de otro lado, 9 cm, y desde el otro vértice se traza otro arco con la medida del lado que falta, 6 cm. El triángulo se dibuja uniendo el punto de corte de los arcos dibujados con los vértices del lado dibujado en primer lugar.



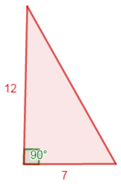
b. Dibuja el lado conocido, 10 cm, desde sus vértices se trazan los dos ángulos dados, 75º y 35º. Prolongando los lados de los dos ángulos hasta que se corten, se obtiene el triángulo buscado.



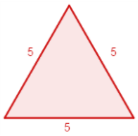
c. Con el transportador dibuja el ángulo de 80º, sobre sus lados marca las longitudes, 8 y 14, que determinan los lados. Une los extremos y formarás el triángulo buscado.



d. Traza dos perpendiculares y sobre ellas marca los dos lados dados, 7 y 12 cm. Une los extremos y formarás el triángulo buscado.



e. Dibuja el lado dado, 5cm, y con el transportador desde un vértice y con la medida de ese lado marca un arco; desde el otro vértice marca otro arco que se corten y une dicho punto de corte con los vértices.



18. Dibuja:

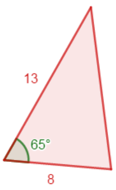
a. Un triángulo con un lado de 8 cm y otro de 13 cm que comprenden un ángulo de 65º.

b. Un triángulo con un lado de 9 cm, cuyos ángulos adyacentes miden uno 100° y otro 25°.

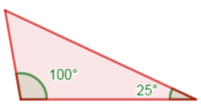
c. Un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 10 cm y 15 cm.

d. Un triángulo equilátero cuyos lados miden 5 cm.

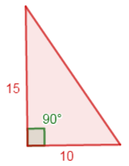
a. Con el transportador dibuja el ángulo de 65º, sobre sus lados marca las longitudes, 8 y 13, que determinan los lados. Une los extremos y formarás el triángulo buscado.



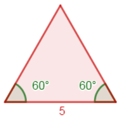
b. Dibuja el lado conocido, 9 cm, desde sus vértices se trazan los dos ángulos dados, 100º y 25º. Prolongando los lados de los dos ángulos hasta que se corten, se obtiene el triángulo buscado.



c. Traza dos perpendiculares y sobre ellas marca los dos lados dados, 10 y 15 cm. Une los extremos y formarás el triángulo buscado.



d. Es como el apartado b, pues se conoce un lado, 5 cm, y dos ángulos, 60º y 60º.



19. En algún apartado faltan datos para poder dibujar el triángulo o no es único. Indica cuáles, razonando tu respuesta:

a. A = 50°, B = 60°, C = 70°

b. *a* = 12 cm, A = 30°, B = 100°

c. *c* = 13 cm, *a* = 11 cm

a. Es necesario al menos el valor de la longitud de uno de los lados. Con los datos dados puede haber infinitos triángulos.

b. Con estos datos el triángulo es único.

c. Es necesario el valor dl ángulo que comprende los lados dados en el enunciado o el valor del tercer lado para que sea único, sino se pueden dibujar infinitos triángulos.

20*. Indica si las siguientes afirmaciones para poder construir un triángulo son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:

a. Es necesario conocer al menos uno de los tres lados.

b. Con un lado y un ángulo se puede dibujar un triángulo.

c. Con los tres ángulos de un triángulo queda determinado unívocamente.

d. Es suficiente con tener dos lados y un ángulo para determinar un triángulo.

a. Falso. También se deben conocer los otros dos lados o los dos ángulos adyacentes al lado dado.

b. Falso. Se necesita otro lado u otro ángulo.

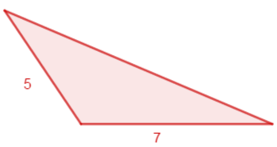
c. Falso. Se necesita el valor de uno de los lados para que sea unívoco.

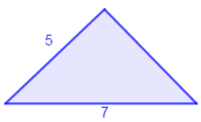
d. Verdadero.

IGUALDAD Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

21. ¿Son iguales dos triángulos que tienen dos lados iguales? Razona tu respuesta y, en caso negativo, dibuja dos triángulos que la verifique.

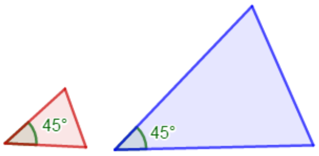
No. Deben ser iguales los tres lados.





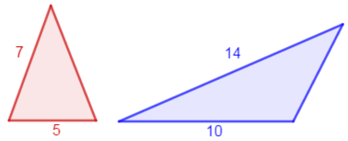
22. **Si dos triángulos tienen dos ángulos iguales, ¿son iguales? Razona tu respuesta y, en caso negativo, dibuja dos triángulos que la verifique.**

No. También deben tener igual el lado comprendido entre ellos.



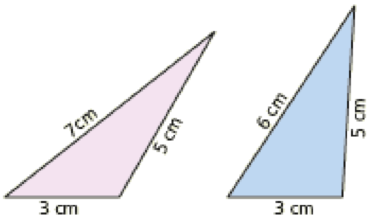
23. **¿Son semejantes dos triángulos que tienen dos lados proporcionales? Razona tu respuesta y, en caso negativo, dibuja dos triángulos que la verifiquen.**

No. También debe tener el mismo ángulo comprendido entre esos lados.

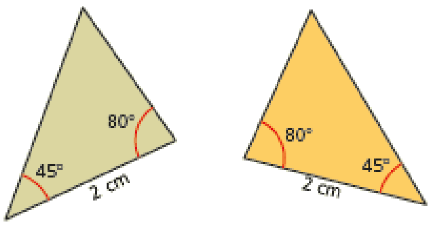


24. **Indica si los siguientes triángulos son iguales, razonando tu respuesta:**

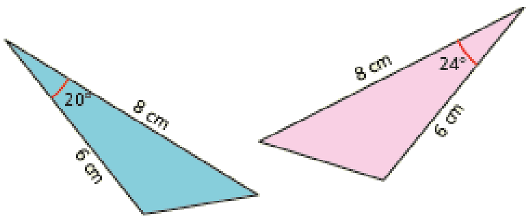
a.



b.



c.



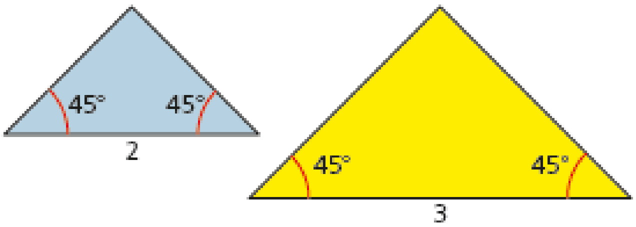
a. No, no tienen los tres lados iguales.

b. Sí, tienen un lado y los ángulos adyacentes iguales.

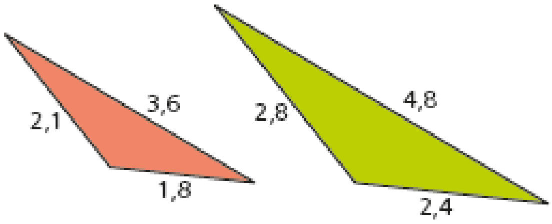
c. No, tienen dos lados iguales, pero el ángulo comprendido es diferente.

25. **Razona si los siguientes triángulos, cuyos lados están en centímetros, son semejantes e indica su razón de semejanza:**

a.



b.

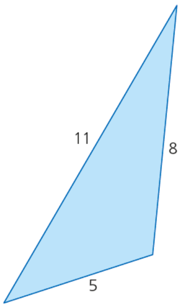


a. Los dos triángulos son equiláteros, es decir tienen los tres lados iguales. Como los ángulos son iguales los lados son proporcionales con una razón de semejanza de: $\frac{3}{2}$.

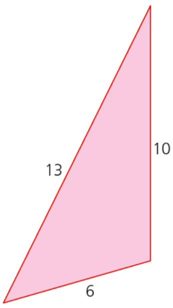
b. $\frac{2,8}{2,1}=\frac{4,8}{3,6}=\frac{2,4}{1,8}$ $\Rightarrow$ Sí son semejantes porque sus lados son proporcionales. Su razón de semejanza es $\frac{4}{3}$.

26. **Halla la longitud de los lados del triángulo semejante a cada uno de los apartados si la razón de semejanza es r = 2,5, cuyos lados vienen dados en centímetros.**

a.

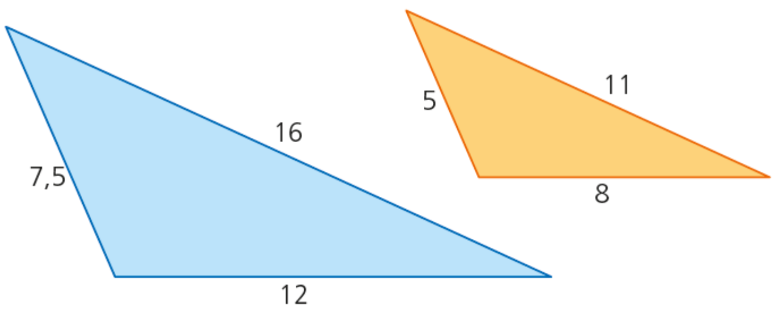


b.

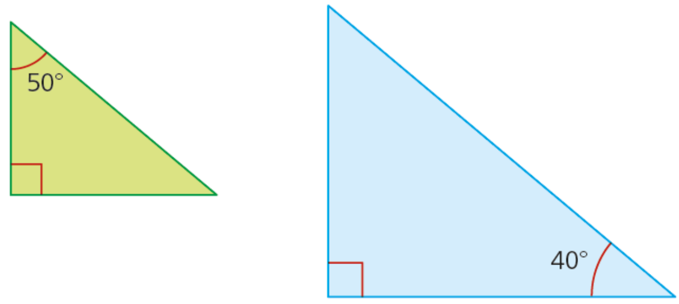


27. **Comprueba si los siguientes pares de triángulos son semejantes si las medidas de sus lados vienen dadas en centímetros:**

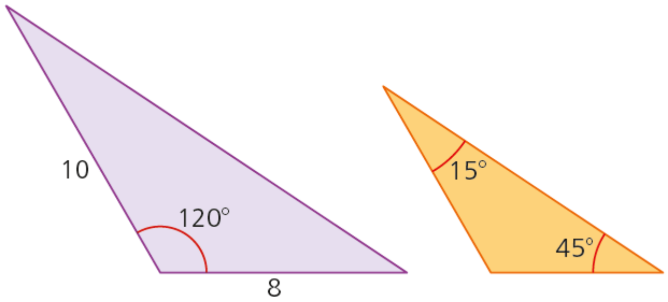
a.



b.



c.



28*. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:

a. Todos los triángulos equiláteros son semejantes.

b. Dos triángulos isósceles siempre serán semejantes.

c. Si dos triángulos tienen dos lados y un ángulo iguales, son triángulos idénticos.

d. Dos triángulos que tengan iguales dos ángulos y un lado son triángulos idénticos.

e. Si los lados de un triángulo tienen el doble de longitud que los de otro, entonces ambos son semejantes.

f. Si dos triángulos tienen los tres ángulos iguales, entonces son iguales.

a. Verdadero. Por tener al menos dos ángulos iguales.

b. Falso. Un triángulo rectángulo isósceles no es semejante a otro isósceles que no sea rectángulo.

c. Falso. Debe ser el ángulo comprendido entre los dos lados iguales.

d. Falso. Debe ser el lado comprendido entre los dos ángulos iguales.

e. Verdadero. Por tener los lados proporcionales.

f. Falso. Debe tener un lado igual también.

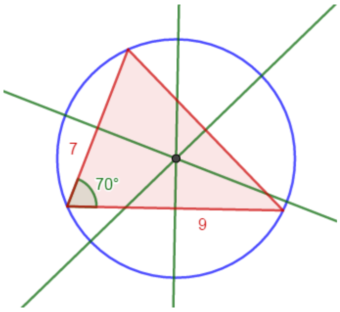
5 RECTAS Y PUNTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

29. Dos lados de un triángulo que miden uno 7 cm y otro 9 cm comprenden un ángulo de 70°. Dibújalo y traza todas sus mediatrices y la circunferencia circunscrita.

a. ¿Cómo se llama el punto en el que se cortan las mediatrices?

b. ¿Qué puntos tienen en común el triángulo y la circunferencia circunscrita en él?

c. ¿Cuál es el radio de dicha circunferencia?

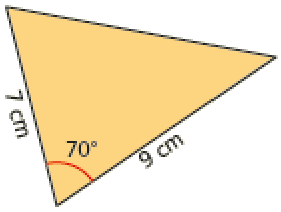


a. Circuncentro.

b. El centro de la circunferencia es el circuncentro y pasa por los vértices del triángulo.

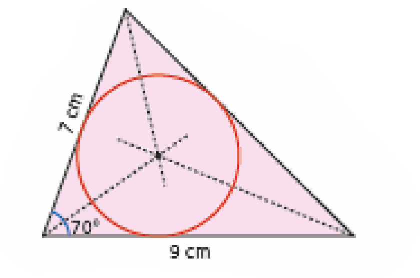
c. es la distancia que hay desde el circuncentro a cada vértice del triángulo.

30. Traza en tu cuaderno un triángulo como el de la figura. Dibuja todas sus bisectrices y la circunferencia inscrita. Responde luego a las preguntas.



a. ¿Cómo se llama el punto en el que se cortan las bisectrices?

b. ¿Cuál es el radio de dicha circunferencia?



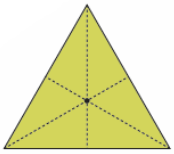
a. Incentro.

b. La distancia del incentro a uno de los lados.

31*. Traza en tu cuaderno un triángulo equilátero y dibuja sobre él las mediatrices, las medianas, las bisectrices y las alturas.

a. ¿Qué relación guardan entre sí estos elementos notables?

b. ¿Cómo son entre sí los puntos notables?

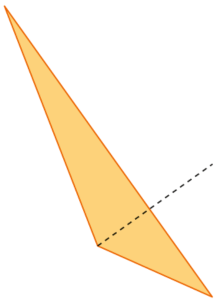


a. Todas las rectas notables coinciden.

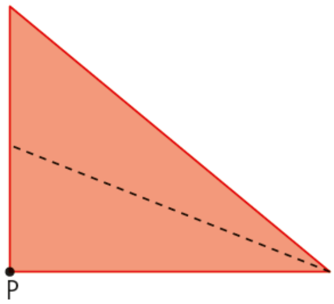
b. Todos los puntos notables coinciden.

32. **Indica qué recta o punto notable aparece en cada figura:**

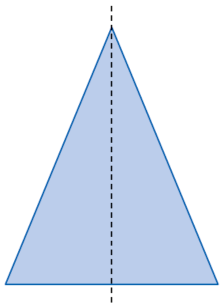
a.



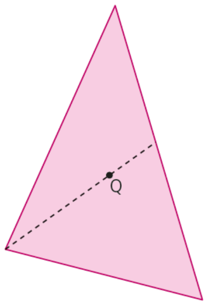
b.



c.



d.



a. Altura.

b. P es un vértice y la recta una mediana.

c. Mediatriz, altura, mediana y bisectriz.

d. Q es el ortocentro y la recta es una mediana.

33*. **Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:**

a. **En un triángulo rectángulo, el ortocentro se halla siempre en el interior del triángulo.**

b. **En un triángulo equilátero, el incentro se localiza sobre uno de los lados.**

c. **En un triángulo obtusángulo, el ortocentro se encuentra siempre en el exterior del triángulo.**

d. **En un triángulo rectángulo, el incentro está siempre en el interior del triángulo.**

e. **En cualquier triángulo, el baricentro, el circuncentro y el ortocentro están siempre alineados, formando la recta de Euler.**

a. Falso. El ortocentro coincide con el vértice en donde se sitúa el ángulo de 90º.

b. Falso. Se encuentra en el centro del triángulo.

c. Verdadero.

d. Verdadero.

e. Verdadero.

PÁGINA 170

6 TEOREMA DE PITÁGORAS

34. **Los dos catetos de un triángulo rectángulo miden 9 cm y 13 cm, respectivamente. ¿Cuánto mide la hipotenusa?**

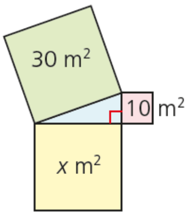
$9^2 + 13^2 = x^2 \Rightarrow x^2 = 81 + 169 = 250 \Rightarrow x = 15{,}8$ cm

35. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 11 dm, y uno de sus catetos, 5 dm. Calcula el valor del otro cateto.

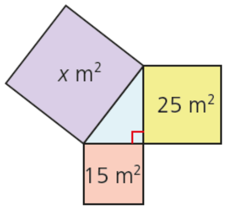
$11^2 = 5^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 11^2 - 5^2 = 121 + 25 = 146 \Rightarrow x = 12{,}08$ dm

36. Las siguientes figuras muestran los cuadrados construidos sobre los lados de un triángulo rectángulo. Halla el valor del área de los cuadrados indicados.

a.



b.

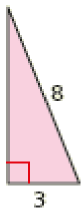


a. Se aplica el teorema de Pitágoras: $30 = 10 + x \Rightarrow x = 20$ m^2

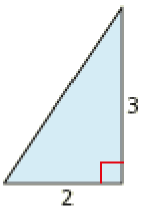
b. Se aplica el teorema de Pitágoras: $x = 25 + 15 \Rightarrow x = 40$ m^2

37. Calcula el valor del lado que falta en estos triángulos, teniendo en cuenta que sus dimensiones están medidas en centímetros.

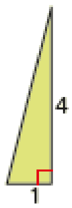
a.



b.



c.



a. Se aplica el teorema de Pitágoras: $8^2 = 3^2 + c^2 \Rightarrow c = 7{,}42$ cm

b. Se aplica el teorema de Pitágoras: $a^2 = 2^2 + 3^2 \Rightarrow a = 3{,}61$ cm

c. Se aplica el teorema de Pitágoras: $a^2 = 4^2 + 1^2 \Rightarrow a = 4{,}12$ cm

38. En la siguiente tabla se dan las medidas de los lados de varios triángulos. Indica cuál de ellos es rectángulo.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3
Triángulo 1	11	13	16
Triángulo 2	21	32	25
Triángulo 3	6	8	10

El triángulo 3 pues es el único que cumple que: $6^2 + 8^2 = 10^2$.

39. Busca información sobre Pitágoras de Samos y exponla en clase.

Respuesta abierta.

40. Halla las dimensiones de un cuadrado cuya diagonal mide 14 cm.

$14^2 = \text{lado}^2 + \text{lado}^2 \Rightarrow \text{lado} = 9{,}9$ cm

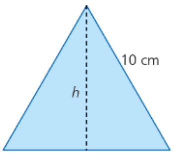
41. Las dimensiones de una pista de hielo rectangular es de 60 m x 20 m; ¿cuál es la máxima distancia que podemos patinar en línea recta sin cambiar de dirección?

$d^2 = 60^2 + 20^2 \Rightarrow d = 63{,}24$ cm

42. Las señales de tráfico triangulares como la de la figura son triángulos equiláteros de 90 cm de lado. Calcula su altura.

$\text{altura}^2 = 90^2 – 45^2 \Rightarrow \text{altura} = 77{,}94$ cm

43. Halla la altura del siguiente triángulo equilátero:



$h^2 = 10^2 – 5^2 = 75 \Rightarrow h = 8{,}66$ cm

44.** La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles mide 8 cm. Calcula el valor de los catetos.

$8^2 = \text{lado}^2 + \text{lado}^2 \Rightarrow \text{lado} = 5{,}66$ cm

45. Determina el lado de un rombo cuyas diagonales miden 26 cm y 34 cm, respectivamente.

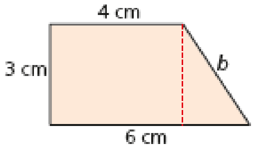
$\text{lado}^2 = 13^2 + 17^2 \Rightarrow \text{lado} = 21{,}4$ cm

46. Establece el perímetro de un cuadrado que tiene una diagonal que mide 12 cm.

$12^2 = \text{lado}^2 + \text{lado}^2 \Rightarrow \text{lado} = 8{,}49$

Perímetro = 4 · lado = 4 · 8,49 = 33,94 cm

47*. Calcula la longitud del lado *b* del siguiente trapecio:

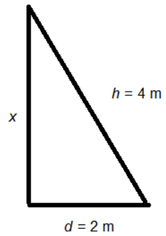


Se averigua el valor de x, que es el cateto pequeño del triángulo que se forma:

$x = 6 – 4 = 2 \Rightarrow x = 2$ cm

Se aplica el teorema de Pitágoras: $b^2 = 3^2 + 2^2 \Rightarrow b = 3{,}61$ cm

48*. **Una escalera de 4 m de longitud está apoyada en una pared. La base de la escalera reposa en el suelo a una distancia de 2 m de la pared. ¿A qué altura llega la escalera?**



Se aplica el teorema de Pitágoras:

$4^2 = 2^2 + x^2 \Rightarrow x = 3{,}46$ m

49*. **Averigua la apotema de un hexágono regular cuyo lado mide 10 cm y que tiene una circunferencia circunscrita con un radio de 10 cm.**

$ap^2 = 10^2 - 5^2 \Rightarrow$ apotema = 8,66 cm

50*. **Determina el lado de un eneágono regular cuya apotema mide 16 cm y que tiene 17 cm de radio.**

$semilado^2 = 17^2 - 16^2 \Rightarrow$ semilado = 5,74 $\Rightarrow$ lado = 11,48 cm

7 PERÍMETRO Y ÁREA DEL TRIÁNGULO

51. **Calcula el área de los siguientes triángulos:**

a. **Un triángulo de 11 cm de base y una altura de 9 cm.**

b. **Un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 8 dm y 13 dm.**

c. **Un triángulo isósceles rectángulo de 10 cm de cateto.**

d. **Un triángulo equilátero de 14 dm de lado.**

a. $A = \dfrac{11 \cdot 9}{2} = 49{,}5 \text{ cm}^2$

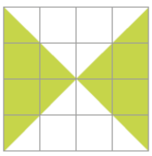
b. $A = \dfrac{8 \cdot 13}{2} = 52 \text{ dm}^2$

c. $A = \dfrac{10 \cdot 10}{2} = 50 \text{ cm}^2$

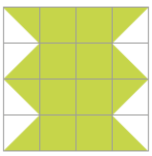
d. $\text{altura}^2 = 14^2 - 7^2 \Rightarrow \text{altura} = 12{,}12 \text{ dm};\ A = \dfrac{14 \cdot 12{,}12}{2} = 84{,}87 \text{ dm}^2$

52. **Halla el área de las zonas sombreadas, sabiendo que el lado de cada uno de los cuatro cuadrados grandes mide 4 cm.**

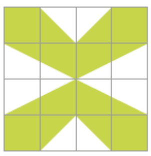
a.



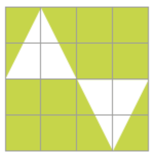
b.



c.



d.



El área del cuadrado grande es 16 cm², y de cada cuadrado pequeño es: 1 cm². Por tanto:

a. A = 16 – 8 = 8 cm²

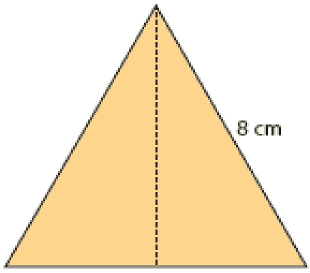
b. A = 16 – 4 = 12 cm²

c. A = 16 – 6 = 10 cm²

d. A = 16 – 4 = 12 cm²

PÁGINA 171

53. Halla el área de un triángulo equilátero como el de la figura.



Comprueba que se obtiene el mismo valor para el área utilizando la fórmula de Herón.

$$s=\frac{8+8+8}{2}=12\ \text{cm}^2$$

$$A=\sqrt{12\cdot(12-8)\cdot(12-8)\cdot(12-8)}=27{,}71\ \text{cm}^2$$

54. Las medidas de un terreno triangular son 300 m, 400 m y 500 m. Calcula su perímetro y su área mediante la fórmula de Herón.

$$s=\frac{300+400+500}{2}=600\ \text{m}=6\ \text{Hm}$$

$$A=\sqrt{6\cdot(6-3)\cdot(6-4)\cdot(6-5)}=6\ \text{Hm}^2=60\ 000\ \text{m}^2.$$

55. Determina el área de estas figuras representadas en una trama de cuadrados de 1 cm de lado:

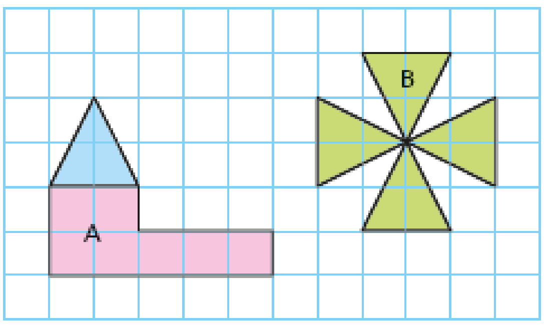


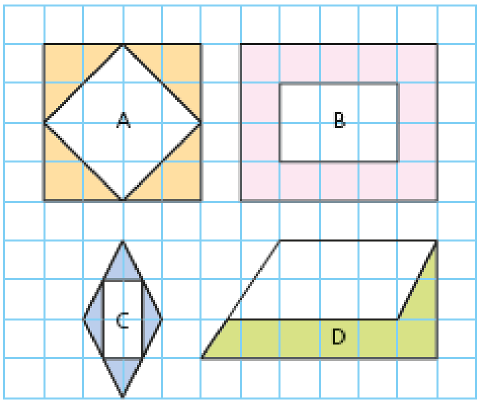
Figura A.

A = 9 cm²

Figura B.

A = 8 cm²

56*. Calcula el área y el perímetro de las siguientes figuras representadas en una trama de cuadrados de 1 cm de lado:

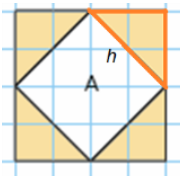


La trama está formada por cuadrados de 1 cm de lado.

Figura A: está formada por cuatro triángulos iguales. El área de cada triángulo es:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \Rightarrow A = 2\ \text{cm}^2$$

Como hay cuatro triángulos iguales, el área total de la figura es: $A = 4 \cdot 2 = 8$ cm^2



Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la longitud del lado de cada triángulo:

$$h = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2{,}83\ \text{cm}$$

El perímetro de un triángulo es: $P = 2 + 2 + 2{,}83 = 6{,}86$ cm

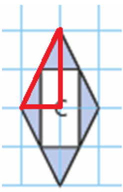
Como hay cuatro triángulos iguales, el perímetro total es: $P = 4 \cdot 6{,}86 = 27{,}44$ cm

Figura B: el área total es la resta del área del rectángulo grande menos el área del rectángulo pequeño:

$A = 5 \cdot 4 - 3 \cdot 2 = 20 - 6 = 14 \Rightarrow A = 14$ cm^2

$P = 5 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 3 + 2 = 28$ cm

Figura C: el área total es la resta del área del rombo menos el área del rectángulo:



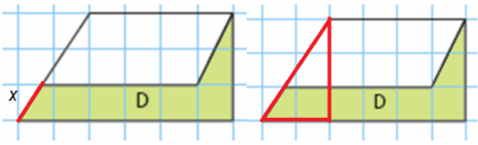
$$A_{\text{total}} = A_{\text{rombo}} - A_{\text{rectángulo}} \Rightarrow A_{\text{total}} = \frac{D \cdot d}{2} - b \cdot h \Rightarrow A_{\text{total}} = \frac{4 \cdot 2}{2} - 1 \cdot 2 = 2 \Rightarrow A_{\text{total}} = 2\ \text{cm}^2$$

Se aplica el teorema de Pitágoras para averiguar el lado del rombo:

$$l = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} = 2{,}24\ \text{cm}$$

$P = 4 \cdot 2{,}24 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 14{,}96$ cm

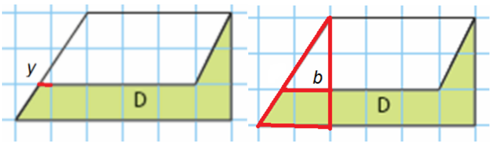
Figura D: se averigua el valor de *x,* teniendo en cuenta que es la tercera parte de la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo:



$h = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} = 3{,}61\ \text{cm}$

El valor de *x* es la tercera parte, por tanto, $x = 1{,}2$ cm

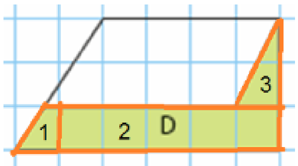
Se averigua el valor de *y* utilizando la proporcionalidad de triángulos semejantes:



$\frac{2}{3} = \frac{b}{2} \Rightarrow b = \frac{4}{3} = 1{,}33\ \text{cm}$

Por tanto, el valor de $y = 1{,}33 - 1 = 0{,}33$ cm.

El área total es la suma de las tres áreas:



$A_1 = \frac{(B+b)\cdot h}{2} \Rightarrow A_1 = \frac{(1+0{,}33)\cdot 1}{2} = 0{,}67 \Rightarrow A_1 = 0{,}67\ \text{cm}^2$

$A_2 = b \cdot h \Rightarrow A_2 = 5 \cdot 1 = 5 \Rightarrow A_2 = 5\ \text{cm}^2$

$A_3 = \frac{b\cdot h}{2} \Rightarrow A_3 = \frac{1\cdot 2}{2} = 1 \Rightarrow A_3 = 1\ \text{cm}^2$

$A_{\text{total}} = 0{,}67 + 5 + 1 = 6{,}67 \Rightarrow A_{\text{total}} = 6{,}67\ \text{cm}^2$

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la hipotenusa de la figura 3:

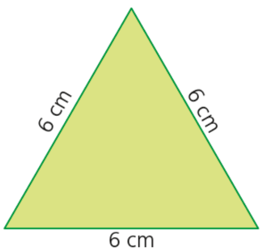
$h = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} = 2{,}24\ \text{cm}$

Por tanto, el perímetro es:

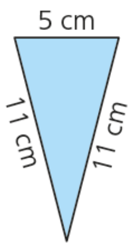
$P = 6 + 1{,}2 + 0{,}33 + 4 + 2{,}24 + 3 = 16{,}77$ cm

57*. Aplicando la fórmula de Herón, calcula el área de estos triángulos:

a.



b.



c.

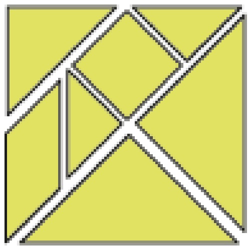
a. $s = \frac{6+6+6}{2} = 9\ \text{cm}$; $A = \sqrt{9\cdot(9-6)\cdot(9-6)\cdot(9-6)} = 15{,}59\ \text{cm}^2$.

b. $s = \frac{5+11+11}{2} = 13{,}5\ \text{cm}$; $A = \sqrt{13{,}5\cdot(13{,}5-5)\cdot(13{,}5-11)\cdot(13{,}5-11)} = 26{,}78\ \text{cm}^2$.

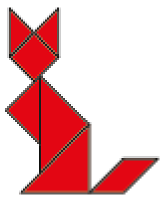
c. lado^2 = $9^2 - 3^2 \Rightarrow$ lado = 8,48 cm

$s = \dfrac{9+3+8,48}{2} = 10,24$ cm; $A = \sqrt{10,24\cdot(10,24-9)\cdot(10,24-3)\cdot(10,24-8,48)} = 12,72$ cm^2.

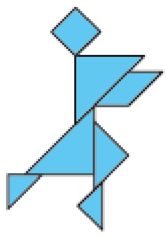
58. Con las piezas de este tangram, construido en un cuadrado de 8 cm de lado, se han formado las figuras que puedes ver a continuación. Halla el área de cada figura.**



a.



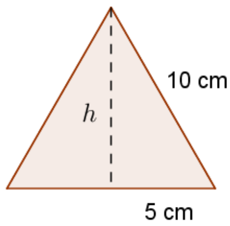
b.



a. El área del tangram es: $A = 8^2 = 64$ cm^2. Como la figura utiliza todas las piezas, el área de la figura también es 64 cm^2.

b. El área del tangram es: $A = 8^2 = 64$ cm^2. Como la figura utiliza todas las piezas, el área de la figura también es 64 cm^2.

59. Determina el perímetro y el área de un triángulo equilátero cuyo lado mide 10 cm.**



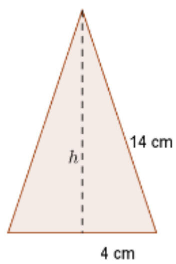
$P = 10 + 10 + 10 = 30$ cm

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la altura:

$10^2 = h^2 + 5^2 \Rightarrow 100 = h^2 + 25 \Rightarrow 100 - 25 = h^2 \Rightarrow h = 8,66$ cm

$A = \dfrac{b\cdot h}{2} \Rightarrow A = \dfrac{10\cdot 8,66}{2} = 43,3 \Rightarrow A = 43,3\ \text{cm}^2$

60. Calcula el perímetro y el área de un triángulo isósceles que tiene dos lados iguales de 14 cm y cuyo lado desigual mide 8 cm.**



$P = 14 + 14 + 8 = 36$ cm

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la altura:

$14^2 = h^2 + 4^2 \Rightarrow 196 = h^2 + 16 \Rightarrow 196 - 16 = h^2 \Rightarrow h = 13,42$ cm

$A = \dfrac{b\cdot h}{2} \Rightarrow A = \dfrac{8\cdot 13,42}{2} = 53,68 \Rightarrow A = 53,68\ \text{cm}^2$

61. Halla el perímetro y el área de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 4 cm y 6 cm, respectivamente.**

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la hipotenusa:

$a^2 = 4^2 + 6^2 \Rightarrow a^2 = 16 + 36 = 52 \Rightarrow a = 7{,}21$ cm

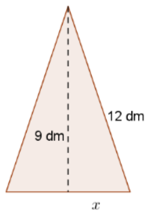
$P = 4 + 6 + 7{,}21 = 17{,}21$ cm

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12 \Rightarrow A = 12 \text{ cm}^2$$

62. La altura de un triángulo isósceles es de 9 dm, y sus lados iguales miden 12 dm.**

a. ¿Cuál es su perímetro?

b. ¿Cuánto mide su área?



a. Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la base del triángulo rectángulo:

$12^2 = b^2 + 9^2 \Rightarrow 144 = b^2 + 81 \Rightarrow 144 - 81 = b^2 \Rightarrow b = 7{,}94$ dm

Por tanto, la base del triángulo isósceles es el doble, es decir, 15,88 dm.

$P = 12 + 12 + 15{,}88 = 39{,}88$ dm

b. $A = \dfrac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \dfrac{15{,}88 \cdot 9}{2} = 71{,}46 \Rightarrow A = 71{,}46 \text{ dm}^2$

63. Calcula el perímetro de un triángulo rectángulo que tiene un área de 56 m² y uno de cuyos catetos mide 7 m.**

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow 56 = \frac{b \cdot 7}{2} \Rightarrow b = \frac{56 \cdot 2}{7} = 16 \Rightarrow b = 16 \text{ m}$$

Se aplica el teorema de Pitágoras para hallar la hipotenusa:

$a^2 = 7^2 + 16^2 \Rightarrow a^2 = 49 + 256 = 305 \Rightarrow a = 17{,}46$ m

$P = 16 + 7 + 17{,}46 = 40{,}46$ m

64. Halla el área de la región coloreada, teniendo en cuenta que el lado de cada cuadrado de la trama mide 1 cm.**

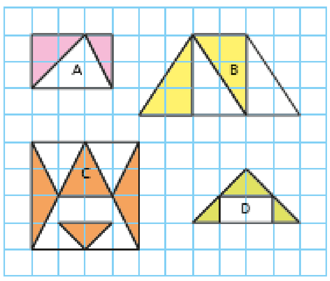


Figura A: el área de la figura es la resta del área del rectángulo menos el área del triángulo:

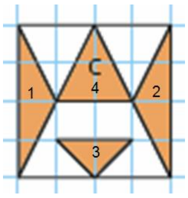
$$A_t = A_{\text{rectángulo}} - A_{\text{triángulo}} \Rightarrow A_t = b \cdot h - \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_t = 3 \cdot 2 - \frac{3 \cdot 2}{2} = 3 \Rightarrow A_t = 3 \text{ cm}^2$$

Figura B: el área de la figura es la mitad del área de un trapecio:

$$A_{\text{trapecio}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} \Rightarrow A_{\text{trapecio}} = \frac{(6 + 2) \cdot 3}{2} = 12 \Rightarrow A_{\text{trapecio}} = 12 \text{ cm}^2$$

Por tanto, el área de la figura B es 6 cm².

Figura C: el área es la suma de las áreas que forman la figura:



$$A_1 = A_2 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 1}{2} = 2 \Rightarrow A_1 = A_2 = 2 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \Rightarrow A_3 = 1 \text{ cm}^2$$

$$A_4 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \Rightarrow A_4 = 2 \text{ cm}^2$$

El área total es: $A = 2 + 2 + 1 + 2 = 7 \text{ cm}^2$

Figura D: el área de la figura es la resta del área del triángulo menos el área del rectángulo:

$$A_t = A_{\text{triángulo}} - A_{\text{rectángulo}} \Rightarrow A_t = \frac{b \cdot h}{2} - b \cdot h \Rightarrow A_t = \frac{4 \cdot 2}{2} - 2 \cdot 1 = 2 \Rightarrow A_t = 2 \text{ cm}^2$$