MATEMÁTICAS
1.º ESO

PARA QUE LAS COSAS OCURRAN

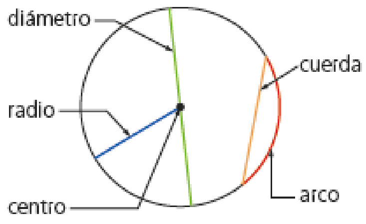
SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO
Unidad 12. Figuras circulares

Unidad 12. Figuras circulares

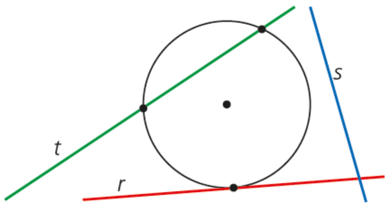
PÁGINA 196

1 CIRCUNFERENCIA. POSICIONES RELATIVAS

1. Dibuja en tu cuaderno una circunferencia y señala en ella sus elementos: el centro, un radio, un diámetro, una cuerda y un arco.



2. Indica qué posición tienen las rectas *r, s* y *t* con respecto a la siguiente circunferencia:



La recta *r* es tangente, la recta *s* es exterior y la recta *t* es secante.

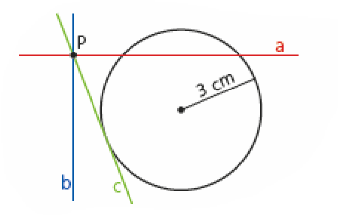
3. Dibuja en tu cuaderno una circunferencia de 3 cm de radio y un punto, P, exterior a ella.

a. Traza una recta que pase por P y sea secante a la circunferencia. ¿En cuántos puntos la corta?

b. Traza una recta que pase por P y sea exterior a la circunferencia. ¿En cuántos puntos la corta?

c. Traza una recta que pase por P y sea tangente a la circunferencia. ¿En cuántos puntos la corta?

d. ¿Cuántas tangentes a la circunferencia se pueden trazar desde el punto P?



a. En dos.

b. En ninguno.

c. En uno.

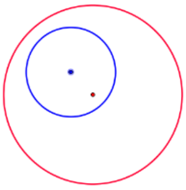
d. Dos.

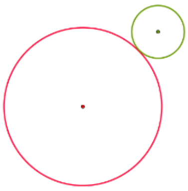
4. Dibuja en tu cuaderno una circunferencia de 3 cm de radio.

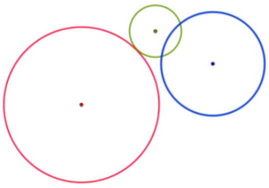
a. Traza otra circunferencia de 3 cm de diámetro interior a la primera circunferencia.

b. Dibuja otra circunferencia de 1 cm de diámetro que sea tangente exterior a la circunferencia inicial.

c. Dibuja otra circunferencia de 4 cm de diámetro secante a la circunferencia del apartado b.


a.

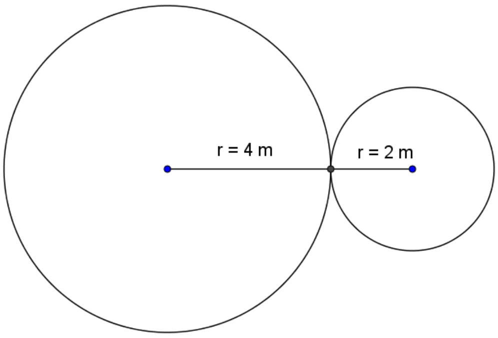

b.


c.

5. En un complejo deportivo han construido dos piscinas circulares tangentes exteriores: una para niños y otra para adultos, cuyo radio es el doble que el de la de niños.

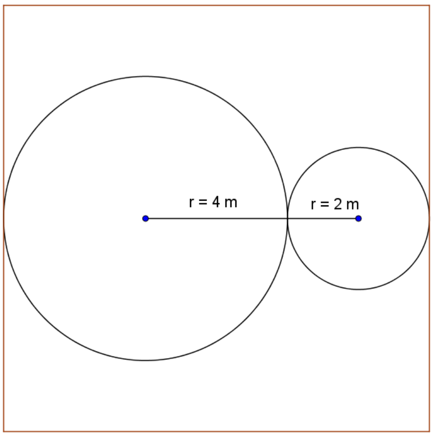
a. Si el radio de la piscina de niños es de 2 m, ¿qué distancia habrá entre los centros de las dos piscinas?

b. Se desea cercar las dos piscinas con un vallado con forma de cuadrado que sea lo más ajustado posible. ¿Cuánto medirá el lado del cuadrado?



a.

La distancia entre los centros es la suma de los dos radios: 6 m.



b.

El lado del cuadrado deberá medir la suma de los dos diámetros: 12 m.

6. Crea un logotipo que tenga las siguientes figuras:

a. Dos circunferencias secantes, C_1 y C_2, con igual radio.

b. Una circunferencia tangente interior a C_1 con la mitad de su radio.

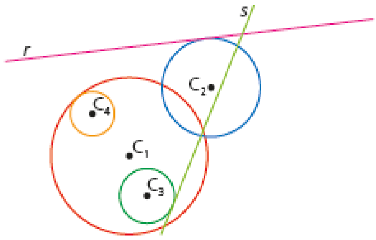
c. Una circunferencia tangente exterior a C_2.

d. Una recta secante a las circunferencias C_1 y C_2 que pase por sus puntos de corte.

Respuesta abierta.

PÁGINA 196

7. Indica la posición relativa que tienen las siguientes circunferencias designadas por su centro:



a. C_1 con respecto a *r*.

b. C_3 con respecto a *s*.

c. C_1 con respecto a C_4.

d. C_2 con respecto a C_4.

e. C_2 con respecto a *s*.

f. C_1 con respecto a C_2.

a. Exterior.

b. Tangente.

c. Tangentes interiores.

d. Exteriores.

e. Secante.

f. Secantes.

8. Con ayuda de un adulto, busca en Internet el cuadro de Kandinsky titulado *Blando y duro.* Indica qué tipo de polígonos aprecias en esta obra.

Círculo, trapecio circular, corona circular, sector circular, rectángulo, cuadrado, triángulos: equiláteros, isósceles, rectángulos.

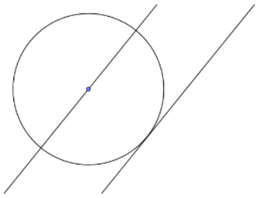
9. **Traza en tu cuaderno una circunferencia de 3 cm de radio. A continuación, dibuja las rectas que se indican y describe la posición relativa de cada una con respecto a la circunferencia.**

a. **Dos rectas paralelas, una que atraviesa por el centro y otra que pasa por un punto de la circunferencia.**

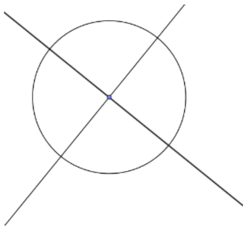
b. **Dos rectas perpendiculares que se cortan en el centro de la circunferencia.**

c. **Dos rectas paralelas que distan entre sí 4 cm, una de las cuales pasa por el centro.**

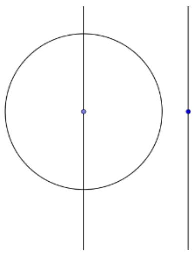
d. **Dos rectas paralelas que distan entre sí 6 cm y dejan el centro justo en medio.**



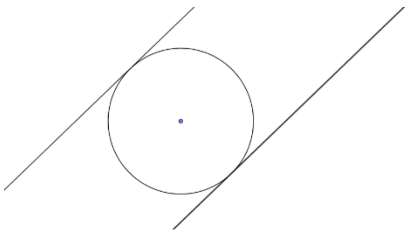
a. Secante y tangente.



b. Secantes las dos.



c. Secante y exterior.



d. Ambas son tangentes.

10. **Indica la posición relativa de una recta con respecto a una circunferencia de radio *r,* si *d* es la distancia de la recta al centro de la circunferencia en los siguientes casos:**

a. **r = 5 cm, d = 1,5 cm**

b. **r = 5 cm, d = 6 cm**

c. **r = 5 cm, d = 0 cm**

d. **r = 5 cm, d = 5 cm**

a. Recta secante a la circunferencia.

b. Recta exterior a la circunferencia.

c. Recta tangente a la circunferencia.

11. **Indica la posición relativa de dos circunferencias cuyos radios son *R* y *r*, respectivamente, si *d* es la distancia entre sus centros en estos casos:**

a. ***r* = 2 cm, *R* = 2 cm, *d* = 6 cm**

b. ***r* = 4 cm, *R* = 5 cm, *d* = 6 cm**

c. ***r* = 3 cm, *R* = 3 cm, *d* = 6 cm**

a. Son exteriores.

b. Son secantes.

c. Son tangentes exteriores.

2 ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

12. **Copia y completa en tu cuaderno las siguientes frases con el término que consideres más adecuado:**

central – exterior – central correspondiente – inscrito – semisuma – semiinscrito

a. **En un ángulo ....., el vértice es un punto exterior a la circunferencia.**

b. **En un ángulo ....., el vértice es un punto de la circunferencia, y sus lados la cortan.**

c. **El ángulo ..... mide lo mismo que el arco que abarca.**

d. **La medida del ángulo interior es la ..... de los arcos que comprenden él y su opuesto.**

e. **La medida del ángulo .... es el doble que la del inscrito.**

f. **El ángulo .... tiene una medida que es la mitad del arco que abarca.**

a. exterior

b. inscrito

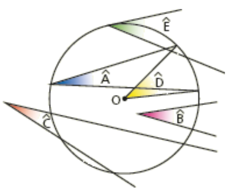
c. central

d. semisuma

e. central correspondiente

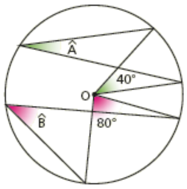
f. semiinscrito

13. **Indica el nombre de los ángulos que aparecen en la figura.**



A es un ángulo inscrito, B es un ángulo interior, C es un ángulo exterior, D es un ángulo central y E es un ángulo semiinscrito.

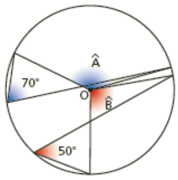
14. Halla el valor de los siguientes ángulos inscritos:



El ángulo A es un ángulo inscrito y mide la mitad del arco que abarca. Como el arco que abarca es de 40º, dicho ángulo mide: $A = 20º$.

El ángulo B es un ángulo inscrito y mide la mitad del arco que abarca. Como el arco que abarca es de 80º, dicho ángulo mide $B = 40º$.

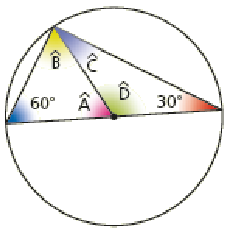
15. Calcula el valor de estos ángulos centrales:



Como el ángulo central y el ángulo inscrito tienen los mismos puntos de corte en la circunferencia, el valor de los ángulos centrales es el doble. Así, el ángulo central A mide el doble de 70º, y el ángulo central B mide el doble de 50. Por tanto: $A = 140º$ y $B = 100º$.

PÁGINA 198

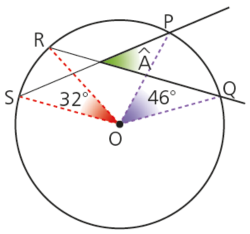
16. Halla el valor de los siguientes ángulos:



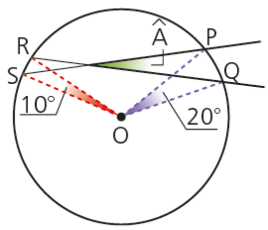
El ángulo A mide 60º por ser el central del ángulo inscrito de 30°. El ángulo D mide 120° por ser el central del ángulo inscrito que mide 60º. El ángulo B mide 60º por tener que sumar 180º entre los tres que forman el triángulo. El ángulo C mide 30º por tener que sumar 180º entre los tres que forman el triángulo.

17. Calcula el valor de los siguientes ángulos:

a.



b.

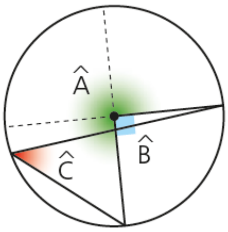


a. El ángulo A es un ángulo interior y su medida es la semisuma de los arcos que abarca, que son PQ y RS: $A = \dfrac{46^{o} + 32^{o}}{2} = 39^{o}$.

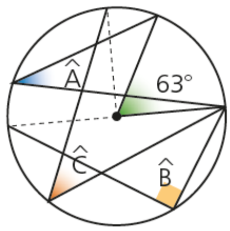
b. El ángulo A es un ángulo interior y su medida es la semisuma de los arcos que abarca, que son PQ y RS: $A = \dfrac{20^{o} + 10^{o}}{2} = 15^{o}$.

18. Determina el valor de los ángulos de estas circunferencias:

a.



b.



a. El ángulo B es recto, por lo tanto, B = 90°.

El ángulo C es el ángulo inscrito del ángulo central B, por tanto, mide la mitad: C = 45°.

El ángulo: A = 360º – B = 360º – 90º = 270°.

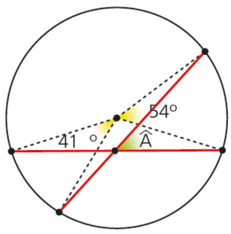
b. A = 31,5°, por ser inscrito al ángulo de 63º.

B = 90°, por ser inscrito, y mide la mitad del arco que abarca.

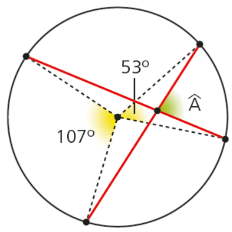
C = 45°, por ser inscrito, y mide la mitad del arco que abarca.

19*. Calcula el valor del ángulo A en ambos apartados:

a.



b.



a. El ángulo A es un ángulo interior y su medida es la semisuma de los arcos que abarca:

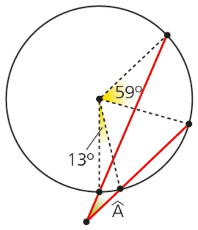
$A = \dfrac{54^{o} + 41^{o}}{2} = 47{,}5^{o}$.

b. El ángulo A es un ángulo interior y su medida es la semisuma de los arcos que abarca:

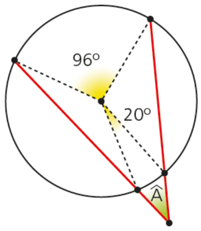
$A = \dfrac{53^{o} + 107^{o}}{2} = 80^{o}$.

20*. Calcula el valor del ángulo que se desconoce, A , en ambos apartados.

a.



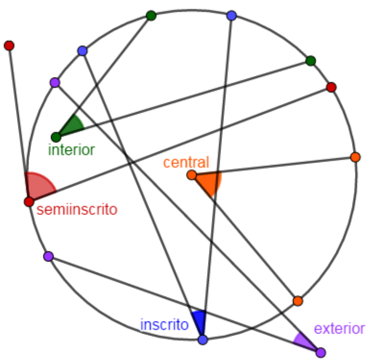
b.



a. El ángulo A es un ángulo exterior y su medida es la semidiferencia de los arcos que abarca: $A = \dfrac{59º - 13º}{2} = 23º$.

b. El ángulo A es un ángulo exterior y su medida es la semidiferencia de los arcos que abarca: $A = \dfrac{96º - 20º}{2} = 38º$.

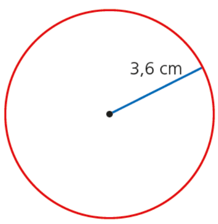
21. Dibuja una circunferencia y traza en ella un ángulo central, un ángulo inscrito, un ángulo interior, un ángulo exterior y un ángulo semiinscrito.



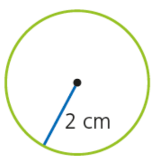
3 LONGITUD DE UNA CIRCUNFERENCIA Y DEL ARCO DE UNA CIRCUNFERENCIA

22. Halla la longitud de las siguientes circunferencias:

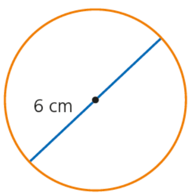
a.



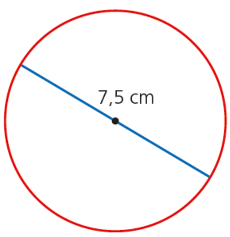
b.



c.



d.



Para calcular la longitud se utiliza la siguiente expresión: $L = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$

a. $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2\pi \cdot 3{,}6 = 7\pi = 22$ cm

b. $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2\pi \cdot 2 = 4\pi = 12{,}57$ cm

c. $L = \pi \cdot d = 6\pi = 18{,}85$ cm

d. $L = \pi \cdot d = 7{,}5\pi = 23{,}56$ cm

23. Calcula la longitud de las circunferencias que tienen estas dimensiones:

a. Tiene 8 cm de radio.

b. Tiene 12 cm de diámetro.

c. Tiene 9 dm de radio.

d. Tiene 15 cm de diámetro.

a. $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 8 = 50{,}27$ cm

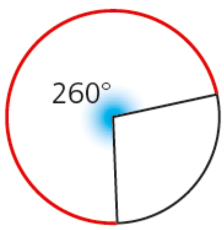
b. $L = \pi \cdot d = \pi \cdot 12 = 37{,}70$ cm

c. $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 9 = 56{,}55$ dm

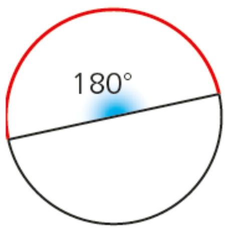
d. $L = \pi \cdot d = \pi \cdot 15 = 47{,}12$ cm

24. Halla la longitud del arco de circunferencia marcado en rojo en cada una de estas figuras de 5 cm de radio:

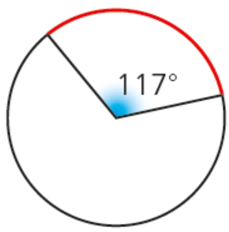
a.



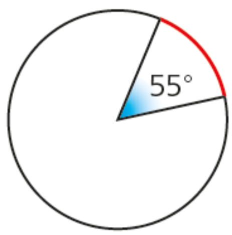
c.



b.



d.



Para calcular la longitud del arco se debe aplicar la siguiente expresión: $L_{arco} = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot r}{360^{o}} \cdot A$

a. $L_{arco} = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 5}{360^{o}} \cdot 260^{o} = 22{,}69$ cm

b. $L_{arco} = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 5}{360^{o}} \cdot 117^{o} = 10{,}21$ cm

c. $L_{arco} = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 5}{360^{o}} \cdot 180^{o} = 15{,}71$ cm

d. $L_{arco} = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 5}{360^{o}} \cdot 55^{o} = 4{,}8$ cm

25. Una ventana de ojo de buey tiene un diámetro de 60 cm; calcula la longitud de la circunferencia que lo delimita.

$L = \pi \cdot d = \pi \cdot 60 = 188{,}50$ cm

26. **Halla la longitud del arco de circunferencia de las figuras cuyas dimensiones son las siguientes:**

a. **Tiene 18 m de diámetro y un ángulo central de 180°.**

b. **Tiene 7 m de radio y un ángulo central de 60°.**

c. **Tiene 15 m de diámetro y un ángulo central de 210°.**

d. **Tiene 5 m de radio y un ángulo central de 300°.**

$$\frac{L_{\text{circunferencia}}}{L_{\text{arco}}} = \frac{360^{o}}{A} \Rightarrow L_{\text{arco}} = \frac{\pi \cdot r \cdot A}{180^{o}}$$

a. $L_{\text{arco}} = \dfrac{\pi \cdot 9 \cdot 180^{o}}{180^{o}} = 28{,}27 \text{ cm}$

b. $L_{\text{arco}} = \dfrac{\pi \cdot 7 \cdot 60^{o}}{180^{o}} = 7{,}33 \text{ cm}$

c. $L_{\text{arco}} = \dfrac{\pi \cdot 7{,}5 \cdot 210^{o}}{180^{o}} = 27{,}49 \text{ cm}$

d. $L_{\text{arco}} = \dfrac{\pi \cdot 5 \cdot 300^{o}}{180^{o}} = 26{,}18 \text{ cm}$

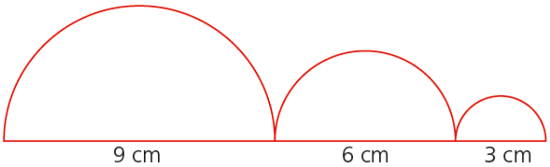
27. **El flexo con el que se alumbra Tatiana cuando trabaja en su despacho tiene una longitud de circunferencia de 56,5 cm. Calcula cuál es el diámetro que tiene dicho flexo.**

Si la longitud de la circunferencia es $L = \pi \cdot d$, se despeja el diámetro:

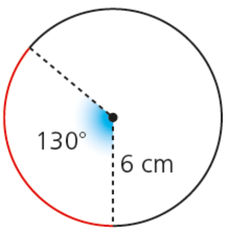
$$d = \frac{L}{\pi} = \frac{56{,}5}{\pi} = 17{,}98 \text{ cm}$$

28. **Halla la longitud del arco de estas figuras:**

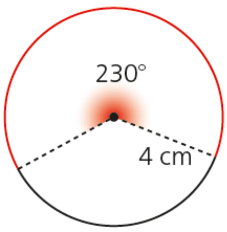
a.



b.



c.



a. $L_{arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360º} \cdot A \Rightarrow L_{arco} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 4,5}{360°} \cdot 180º = 14,13 \Rightarrow L_{arco} = 14,14 \text{ cm}$

$L_{arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360º} \cdot A \Rightarrow L_{arco} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3}{360°} \cdot 180º = 9,42 \Rightarrow L_{arco} = 9,42 \text{ cm}$

$L_{arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360º} \cdot A \Rightarrow L_{arco} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1,5}{360°} \cdot 180º = 4,71 \Rightarrow L_{arco} = 4,71 \text{ cm}$

$L_{arco\ total}$ = 14,14 + 9,42 + 4,71 = 28,27 cm

b. $L_{arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360º} \cdot A \Rightarrow L_{arco} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6}{360°} \cdot 130º = 13,61 \Rightarrow L_{arco} = 13,61 \text{ cm}$

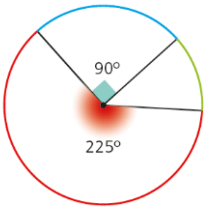
c. $L_{arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360º} \cdot A \Rightarrow L_{arco} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 4}{360°} \cdot 230º = 16,05 \Rightarrow L_{arco} = 16,06 \text{ cm}$

29. En un parque hay dos zonas circulares destinadas a areneros para que jueguen los más pequeños: una tiene 1 m de radio, y la otra, 3 m de diámetro. Calcula el perímetro de los dos areneros.

$P_{arenero\ pequeño} = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 = 6,28 \Rightarrow P = 6,28$ m

$P_{arenero\ grande} = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 = 9,42 \Rightarrow P = 9,42$ m

30. La ruleta de la figura tiene un diámetro de 10 cm:



a. Halla la longitud del arco del sector coloreado de rojo.

b. Halla la longitud del arco correspondiente al sector azul.

c. Calcula la longitud del arco del sector pintado de verde.

a. $L_{arco\ rojo} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360º} \cdot A \Rightarrow L_{arco\ rojo} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 5}{360°} \cdot 225º = 19,63 \Rightarrow L_{arco\ rojo} = 19,63 \text{ cm}$

b. $L_{arco\ azul} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360º} \cdot A \Rightarrow L_{arco\ azul} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 5}{360°} \cdot 90º = 7,85 \Rightarrow L_{arco\ azul} = 7,85 \text{ cm}$

c. $L_{circunferencia} = \pi \cdot d = \pi \cdot 10 = 31,42$ cm

L_{arco} = 31,42 – 19,63 – 7,85 = 3,94 cm

31*. La diana está dividida en 20 sectores de la misma amplitud:

a. ¿Cuál es la amplitud de cada sector?

b. Si el radio de la circunferencia exterior (los dobles) es de 19 cm, ¿cuál es su longitud?

c. Si la longitud de la circunferencia interior (los triples) es de 75,40 cm, ¿cuál es su radio?

d. ¿Cuál es la longitud de cada uno de los sectores numerados en ambas circunferencias anteriores?

a. Ángulo de cada sector: $\text{Ángulo sector} = \dfrac{360^\circ}{20} = 18^\circ$

$$A_{\text{sector}} = \frac{\pi \cdot r^2}{360^\circ} \cdot 18^\circ = 0{,}157 r^2$$

b. $L_{\text{circunferencia}} = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot 38 = 119{,}38$ cm

c. $L_{\text{circunferencia}} = 2 \cdot \pi \cdot r = 75{,}40 \text{ cm} \Rightarrow r = \dfrac{75{,}40}{2\pi} = 12 \text{ cm}$

d. $L_{\text{sector dobles}} = \dfrac{L_{\text{circ. dobles}}}{20} = \dfrac{119{,}38}{20} = 5{,}97 \text{ cm}$

$$L_{\text{sector triples}} = \frac{L_{\text{circ. triples}}}{20} = \frac{75{,}40}{20} = 3{,}77 \text{ cm}$$

32. En un jardín se ha plantado todo el perímetro de una circunferencia de 4 m de radio con rosas de distintos colores. Una tercera parte son amarillas, una quinta parte son rojas, y el resto, blancas.

a. ¿Cuántos metros de rosas se han plantado?

b. ¿Cuántos metros ocupan las de color amarillo?

c. ¿Y las de color rojo?

d. ¿Qué fracción del perímetro se ha plantado con rosas blancas?

$$\frac{L_{\text{circunferencia}}}{L_{\text{arco}}} = \frac{360^\circ}{A} \Rightarrow L_{\text{arco}} = \frac{\pi \cdot r \cdot A}{180^\circ}$$

a. $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 4 = 25{,}13$ cm.

b. Una tercera parte ocupan un ángulo central de 360º : 3 = 120º

$$L_{\text{amarillas}} = \frac{\pi \cdot 4 \cdot 120^\circ}{180^\circ} = 8{,}38 \text{ cm}$$

c. Una quinta parte ocupan un ángulo central de 360º : 5 = 72º

$$L_{\text{rojas}} = \frac{\pi \cdot 4 \cdot 72^\circ}{180^\circ} = 5{,}03 \text{ cm}$$

d. El resto ocupan un ángulo central de 360º – (120º + 72º) = 168º

$$L_{\text{blancas}} = \frac{\pi \cdot 4 \cdot 168^\circ}{180^\circ} = 11{,}73 \text{ cm}$$

La suma de las tres partes coincide con la longitud de la circunferencia.

4 CIRCUNFERENCIA Y POLÍGONOS

33. Calcula el valor del ángulo central de los siguientes polígonos regulares:

a. Pentágono regular.

b. Octógono regular.

c. Cuadrado.

d. Decágono regular.

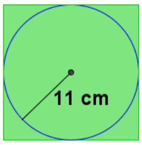
a. $c = \dfrac{360^{\circ}}{\text{n.º lados}} = \dfrac{360^{\circ}}{5} = 72^{\circ}$

b. $c = \dfrac{360^{\circ}}{\text{n.º lados}} = \dfrac{360^{\circ}}{8} = 45^{\circ}$

c. $c = \dfrac{360^{\circ}}{\text{n.º lados}} = \dfrac{360^{\circ}}{4} = 90^{\circ}$

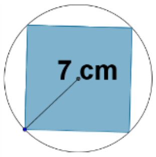
d. $c = \dfrac{360^{\circ}}{\text{n.º lados}} = \dfrac{360^{\circ}}{10} = 36^{\circ}$

34. Halla el área del cuadrado circunscrito en una circunferencia de 11 cm de radio.



El lado del cuadrado coincide con el diámetro de la circunferencia, por ello, su lado mide 22 cm y, por tanto, el $A = 22^2 = 484$ cm^2.

35. Determina el perímetro del cuadrado inscrito en una circunferencia de 7 cm de radio.



Aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo que forman dos radios y el lado que abarcan:

$l^2 = 7^2 + 7^2 \Rightarrow l^2 = 98 \Rightarrow l = \sqrt{98} = 9{,}90$ cm.

$P = 4 \cdot l = 36{,}36$ cm.

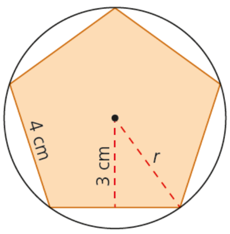
36. Calcula el radio de la circunferencia circunscrita en un cuadrado de 8 cm de lado.

Aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo que forman dos lados consecutivos y el diámetro que abarcan:

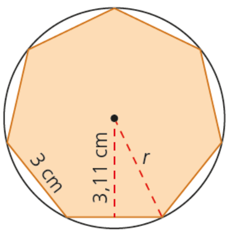
$d^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow d^2 = 8^2 + 8^2 \Rightarrow d^2 = 128 \Rightarrow d = \sqrt{128} = 11{,}31$ cm.

37. Halla la longitud de la circunferencia circunscrita a los siguientes polígonos regulares:**

a.



b.



a. Para calcular la longitud de la circunferencia se utiliza la siguiente expresión:

$L = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$

Para el cálculo de *r* es necesario aplicar el teorema de Pitágoras:

$h^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow r^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow r = \sqrt{13} = 3{,}6 \text{ cm}$

$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}6 = 22{,}65 \text{ cm}$

b. Para calcular la longitud de la circunferencia se utiliza la siguiente expresión:

$L = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$

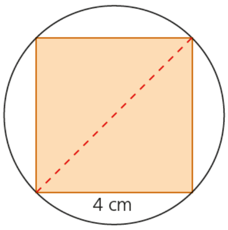
Para el cálculo de *r* es necesario aplicar el teorema de Pitágoras:

$h^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow r^2 = 1{,}5^2 + 3{,}11^2 = 2{,}25 + 9{,}672\,1 = 11{,}922\,1 \Rightarrow r = \sqrt{11{,}922\,1} = 3{,}45 \text{ cm}$

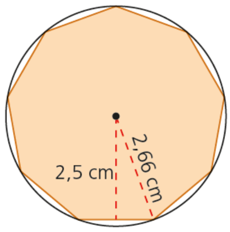
$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}45 = 21{,}69 \text{ cm}$

38. Halla el área de los siguientes polígonos regulares:**

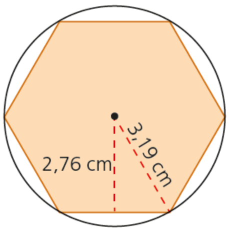
a.



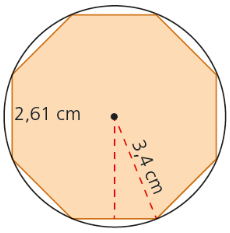
c.



b.



d.



a. $A = l^2 = 4^2 = 16 \text{ cm}$

b. $A = \dfrac{\text{n} \cdot \text{lado} \cdot \text{apotema}}{2} = \dfrac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$

$h^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow 3{,}19^2 = x^2 + 2{,}76^2 \Rightarrow x = \sqrt{10{,}176\,1 - 7{,}617\,6} = 1{,}6 \text{ cm}$

$A = \dfrac{6 \cdot 2 \cdot 1{,}6 \cdot 2{,}76}{2} = 26{,}5 \text{ cm}$

c. $A = \dfrac{\text{n} \cdot \text{lado} \cdot \text{apotema}}{2} = \dfrac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$

$h^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow 2{,}66^2 = x^2 + 2{,}5^2 \Rightarrow x = \sqrt{7{,}075\,6 - 6{,}25} = 0{,}91 \text{ cm}$

$A = \dfrac{9 \cdot 2 \cdot 0{,}91 \cdot 2{,}5}{2} = 20{,}475 \text{ cm}$

d. $A = \dfrac{\text{n} \cdot \text{lado} \cdot \text{apotema}}{2} = \dfrac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$

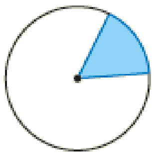
$h^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow 3{,}4^2 = x^2 + 1{,}305^2 \Rightarrow x = \sqrt{11{,}56 - 1{,}703} = 3{,}14 \text{ cm}$

$$A = \frac{8 \cdot 2{,}61 \cdot 3{,}14}{2} = 32{,}78 \text{ cm}$$

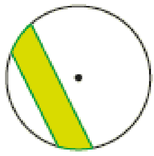
5 CÍRCULO Y FIGURAS CIRCULARES

39. Nombra cada una de las siguientes figuras circulares:

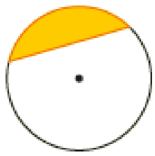
a.



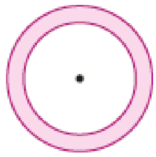
b.



c.



d.



a. Sector circular.

b. Zona circular.

c. Segmento circular.

d. Corona circular.

40. Dibuja en tu cuaderno estas figuras circulares:

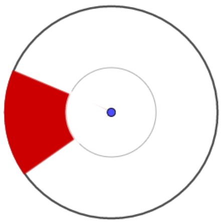
a. **Trapecio circular.**

b. **Zona circular.**

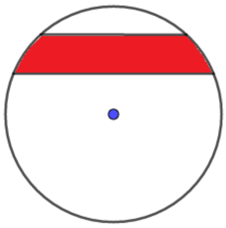
c. **Corona circular.**

d. **Segmento circular.**

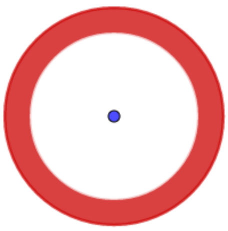
a. Posible respuesta:



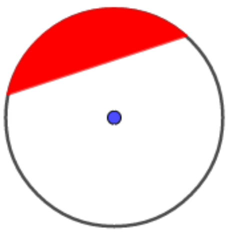
b. Posible respuesta:



c. Posible respuesta:



d. Posible respuesta:



41. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:

a. Un sector circular de 270° corresponde a tres quintas partes del círculo.

b. El segmento circular siempre es menor que su correspondiente sector circular.

c. El trapecio circular se construye con dos circunferencias tangentes.

d. Un semicírculo está formado por un segmento circular cuya cuerda pasa por un punto interior de la circunferencia.

e. El trapecio circular de dos circunferencias forma parte de la corona circular de esas circunferencias.

a. Falso. Corresponde a tres cuartas partes del círculo.

b. Verdadero.

c. Falso. Se construye con dos circunferencias concéntricas.

d. Falso. La cuerda debe pasar por el centro de la circunferencia.

e. Verdadero.

42. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes frases con el término que consideres adecuado:

circunferencia – zona – trapecio – círculo –corona – sectores

a. El disco solar lo apreciamos como un ..... .

b. La región construida a partir de circunferencias concéntricas se llama ..... circular.

c. Un aro es una ..... .

d. Una ..... circular está limitada por dos cuerdas paralelas.

e. El círculo se divide en cuatro ..... circulares iguales.

f. El ..... circular es una parte de la corona circular.

a. círculo.

b. corona.

c. circunferencia.

d. zona.

e. sectores.

f. trapecio.

43. Elige el concepto adecuado para cada una de las descripciones:

círculo – corona circular – sector circular – trapecio circular – segmento circular – zona circular

a. Región del círculo limitada por dos cuerdas paralelas.

b. Figura circular limitada por una cuerda y su arco correspondiente.

c. Figura circular comprendida entre dos circunferencias concéntricas.

d. Parte del círculo limitada por dos radios y el arco correspondiente.

e. Región encerrada dentro de la circunferencia.

f. Porción de una corona circular limitada por dos radios.

a. zona circular.

b. segmento circular.

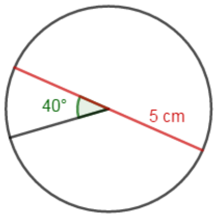
c. corona circular.

d. sector circular.

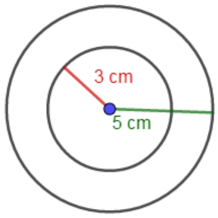
e. círculo.

f. trapecio circular.

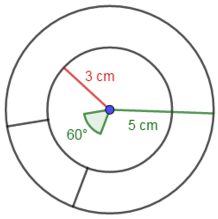
44. Dibuja en tu cuaderno una circunferencia de 5 cm de diámetro y traza en ella un sector circular de 40º.



45. Traza una corona circular correspondiente a dos circunferencias que tengan por radios 3 cm y 5 cm, respectivamente.



46. Traza un trapecio circular que tenga un ángulo central de 60° correspondiente a dos circunferencias que tengan radios de 5 cm y de 3 cm, respectivamente.



47. Indica cómo se llaman las figuras circulares que puedes apreciar en estas imágenes:

a.

d.

b.

e.

c.

f.

a. corona circular. zona circular.

b. corona circular. segmento circular.

c. sectores circulares.

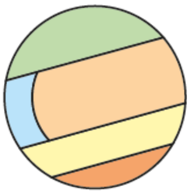
d. trapecios circulares, círculos y coronas circulares.

e. sectores circulares y círculo.

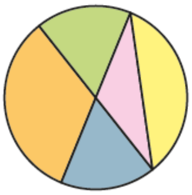
f. sectores circulares, círculo y un cuadrado circunscrito.

48. Indica el nombre de las figuras circulares que aparecen en cada imagen.

a.



b.



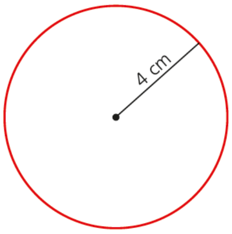
49. Realizad un concurso de fotografía matemática con motivos que incluyan figuras circulares.

Respuesta abierta.

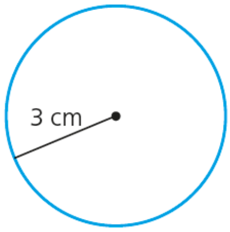
6 ÁREA DEL CÍRCULO Y DE LAS FIGURAS CIRCULARES

50. Calcula el área de los círculos que tienen las siguientes medidas:

a.



b.

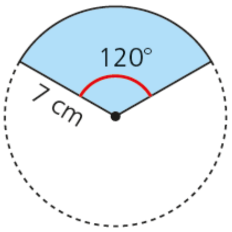


a. $A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4^2 = 50{,}27$ cm

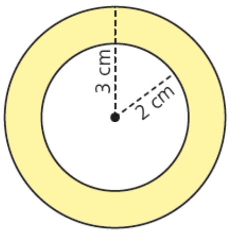
b. $A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3^2 = 28{,}27$ cm

51. Halla el área de estas figuras circulares:**

a.



b.



a. $A_{\text{sector circular}} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot A}{360º} = \dfrac{\pi \cdot 7^2 \cdot 120º}{360º} = 51{,}31$ cm

b. $A_{\text{corona circular}} = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi\ (3^2 - 2^2) = 15{,}71$ cm

52. Calcula el área de los círculos que tienen las siguientes medidas:

a. Un radio de 3 cm.

b. Un radio de 9 cm.

c. Un diámetro de 16 cm.

d. Un diámetro de 19 cm.

a. $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3^2 = 28{,}27$ cm^2.

b. $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 9^2 = 254{,}47$ cm^2.

c. $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 8^2 = 201{,}06$ cm^2.

d. $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 9{,}5^2 = 283{,}53$ cm^2.

53. Calcula el área de las siguientes figuras circulares:

a. Un sector circular cuyo ángulo central mide 120°, incluido en un círculo de 7 cm de radio.

b. Una corona circular originada por dos círculos cuyos radios miden 13 cm y 9 cm, respectivamente.

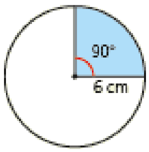
c. Un sector circular cuyo ángulo central mide 240º, incluido en un círculo de 24 cm de diámetro.

a. $\dfrac{A_{\text{círculo}}}{A_{\text{sector}}} = \dfrac{360^{\circ}}{\text{A}} \Rightarrow A_{\text{sector}} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot \text{A}}{360^{\circ}} = \dfrac{\pi \cdot 7^2 \cdot 120^{\circ}}{360^{\circ}} = 51{,}31\ \text{cm}^2$

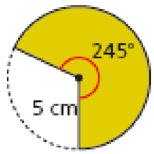
b. $A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (13^2 - 9^2) = 276{,}46\ \text{cm}^2$

c. $A_{\text{sector}} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot \text{A}}{360^{\circ}} = \dfrac{\pi \cdot 12^2 \cdot 240^{\circ}}{360^{\circ}} = 301{,}59\ \text{cm}^2$

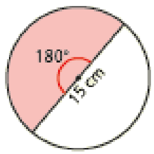
54. Halla el área de estas figuras circulares:



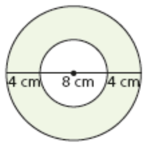
a.



c.



b.



d.

a. $A_{\text{sector circular}} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot \text{A}}{360^{\circ}} \Rightarrow A_{\text{sector circular}} = \dfrac{3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 90^{\circ}}{360^{\circ}} = 28{,}26 \Rightarrow A_{\text{sector circular}} = 28{,}26\ \text{cm}^2$

b.

$A_{\text{sector circular}} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{\text{A}}}{360^{\circ}} \Rightarrow A_{\text{sector circular}} = \dfrac{3{,}14 \cdot 7{,}5^2 \cdot 180^{\circ}}{360^{\circ}} = 88{,}31 \Rightarrow A_{\text{sector circular}} = 88{,}31\ \text{cm}^2$

c. $A_{\text{sector circular}} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{\text{A}}}{360^{\circ}} \Rightarrow A_{\text{sector circular}} = \dfrac{3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 245^{\circ}}{360^{\circ}} = 53{,}42 \Rightarrow A_{\text{sector circular}} = 53{,}42\ \text{cm}^2$

d. $A_{\text{corona circular}} = \pi \cdot (R^2 - r^2) \Rightarrow A_{\text{corona circular}} = 3{,}14 \cdot (3^2 - 2^2) = 15{,}7 \Rightarrow A_{\text{corona circular}} = 15{,}7\ \text{cm}^2$

55. Paula quiere hacer círculos de cartulina de 8 cm de radio. Si la cartulina mide 40 cm × 50 cm, ¿cuántos círculos podrá hacer?

Se halla el área del círculo:

$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A_{\text{círculo}} = 3{,}14 \cdot 8^2 = 200{,}96 \Rightarrow A_{\text{círculo}} = 200{,}96\ \text{cm}^2$

Se halla el área de la cartulina:

$A_{\text{rectángulo}} = \text{b} \cdot \text{h} \Rightarrow A_{\text{rectángulo}} = 40 \cdot 50 = 2\,000 \Rightarrow A_{\text{rectángulo}} = 2\,000\ \text{cm}^2$

El número de círculos que se pueden hacer es: $\dfrac{2\,000}{200{,}96} = 9{,}95$

Por lo tanto, se pueden hacer 9 círculos.

56. El área de una corona circular siempre es menor que el área del círculo mayor que la defina, pero ¿cómo es con respecto al área del círculo menor? Busca un ejemplo en el que el área de la corona sea mayor, otro en el que sea igual y un tercero en el que sea más pequeña que el área del círculo menor.

• Si R = 8 cm y r = 2 cm, el área de la corona es mayor que el de la circunferencia menor.

$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A_{\text{círculo}} = 3{,}14 \cdot 2^2 = 12{,}56 \Rightarrow A_{\text{círculo}} = 12{,}56\ \text{cm}^2$

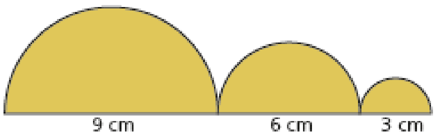
• Si R = 3 cm y r = 3 cm, el área de la corona es igual que el de la circunferencia menor.

$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A_{\text{círculo}} = 3{,}14 \cdot 3^2 = 28{,}26 \Rightarrow A_{\text{círculo}} = 28{,}26\ \text{cm}^2$

• Si R = 2,5 cm y r = 2 cm, el área de la corona es menor que el de la circunferencia menor.

$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A_{\text{círculo}} = 3{,}14 \cdot 2^2 = 12{,}56 \Rightarrow A_{\text{círculo}} = 12{,}56\ \text{cm}^2$

57. Halla el área de la superficie limitada entre las curvas y la recta de la siguiente figura:



$$A_{\text{sector 1}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360^\text{o}} \Rightarrow A_{\text{sector 1}} = \frac{3{,}14 \cdot 4{,}5^2 \cdot 180^\circ}{360^\circ} = 31{,}79 \Rightarrow A_{\text{sector 1}} = 31{,}79\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{sector 2}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360^\text{o}} \Rightarrow A_{\text{sector 2}} = \frac{3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 180^\circ}{360^\circ} = 14{,}13 \Rightarrow A_{\text{sector 3}} = 14{,}13\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{sector 3}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \hat{A}}{360^\text{o}} \Rightarrow A_{\text{sector 3}} = \frac{3{,}14 \cdot 1{,}5^2 \cdot 180^\circ}{360^\circ} = 3{,}53 \Rightarrow A_{\text{sector 3}} = 3{,}53\ \text{cm}^2$$

$A_{\text{total}} = 31{,}79 + 14{,}13 + 3{,}53 = 49{,}45\ \text{cm}^2$

58. Queremos cubrir con mermelada de frambuesa un bizcocho que tiene forma de corona circular.

a. Si las circunferencias concéntricas tienen radios de 20 y 35 cm, respectivamente, ¿qué área ocupa el bizcocho?

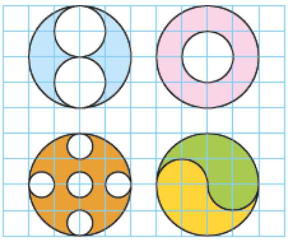
b. Si queremos partir un trozo que corresponda a un ángulo central de 30°, ¿qué superficie ocupa la base de ese trozo? ¿A qué figura circular corresponde?

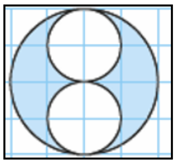
a. $A_{\text{corona circular}} = \pi \cdot (35^2 - 20^2) = 3{,}14 \cdot (1\,225 - 400) = 2\,591{,}8\ \text{cm}^2$

b. El bizcocho completo tiene un ángulo central de 360º, por lo tanto, establecemos una proporción:

$$\frac{2\,591{,}8}{360^\text{o}} = \frac{x}{30^\text{o}} \Rightarrow x = 215{,}98 \Rightarrow x = 215{,}98\ \text{cm}^2$$

59. Determina el área de las siguientes figuras dibujadas en una trama de cuadrados cuyos lados miden una unidad cada uno:



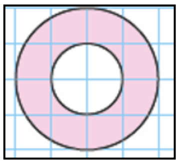


El área de la figura se obtiene realizando la resta del área del círculo grande menos dos veces el área del círculo pequeño.

$A_{grande} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A = 3{,}14 \cdot 2^2 = 12{,}56 \Rightarrow A = 12{,}56$ u^2

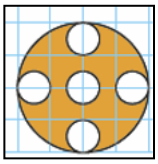
$A_{pequeño} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A = 3{,}14 \cdot 1^2 = 3{,}14 \Rightarrow A = 3{,}14$ u^2

$A_{total} = 12{,}56 - 2 \cdot 3{,}14 = 6{,}28$ u^2



El área de la figura es el área de la corona circular.

$A_{corona\ circular} = \pi \cdot (2^2 - 1^2) = 3{,}14 \cdot (4 - 1) = 9{,}42 \Rightarrow A = 9{,}42$ u^2

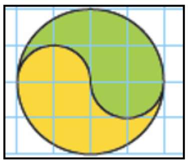


El área de la figura se obtiene realizando la resta del área del círculo grande menos cinco veces el área del círculo pequeño.

$A_{grande} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A = 3{,}14 \cdot 2^2 = 12{,}56 \Rightarrow A = 12{,}56$ u^2

$A_{pequeño} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A = 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 = 0{,}79 \Rightarrow A = 0{,}79$ u^2

$A_{total} = 12{,}56 - 5 \cdot 0{,}79 = 8{,}61$ u^2



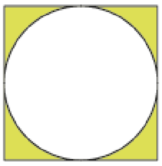
El área de cada parte es igual, es decir, es la mitad del área del círculo completo.

$A_{grande} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A = 3{,}14 \cdot 2^2 = 12{,}56 \Rightarrow A = 12{,}56$ u^2

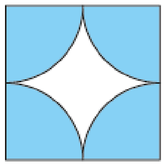
Por tanto, cada parte tiene un área de 6,28 u^2

60. Halla el área de la zona coloreada teniendo en cuenta que los cuadrados tienen 1 m de lado:

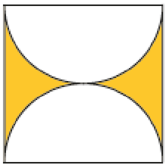
a.



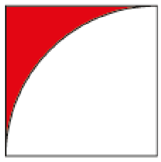
c.

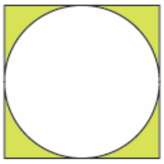


b.



d.





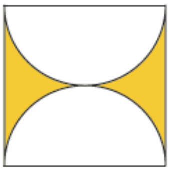
a.

El área de la zona coloreada es la diferencia entre el área del cuadrado menos el área del círculo.

$A_{\text{cuadrado}} = l^2 \Rightarrow A_{\text{cuadrado}} = 1^2 = 1 \Rightarrow A_{\text{cuadrado}} = 1 \text{ m}^2$

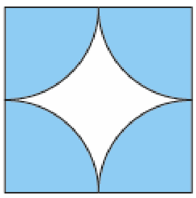
$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A = 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 = 0{,}79 \Rightarrow A = 0{,}79 \text{ u}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{cuadrado}} - A_{\text{círculo}} \Rightarrow A_{\text{total}} = 1 - 0{,}79 = 0{,}21 \text{ u}^2$



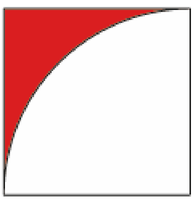
b.

Las dos semicircunferencias forman una idéntica a la de la figura *a.*, por tanto, la parte coloreada tiene la misma área: $A = 0{,}21 \text{ m}^2$



c.

La parte coloreada equivale al área del círculo completo: $A = 0{,}79 \text{ m}^2$



d.

El área de la figura coloreada es la diferencia entre el área del cuadrado y la cuarta parte del área de un círculo de radio 1 m.

$A_{\text{cuadrado}} = l^2 \Rightarrow A_{\text{cuadrado}} = 1^2 = 1 \Rightarrow A_{\text{cuadrado}} = 1 \text{ m}^2$

$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A = 3{,}14 \cdot 1^2 = 3{,}14 \Rightarrow A = 3{,}14 \text{ u}^2$

$A_{\text{total}} = 1 - \dfrac{3{,}14}{4} = 1 - 0{,}79 = 0{,}21 \text{ m}^2$