



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA  
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
CURSO 2009-2010

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Una hoja de papel tiene que contener  $18 \text{ cm}^2$  de texto. Los márgenes superior e inferior han de tener 2 cm cada uno y los laterales 1 cm. Calcula las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo.

**Ejercicio 2.-** Sea  $I = \int \frac{5}{1 + \sqrt{e^{-x}}} dx$ .

- [1 punto] Expresa  $I$  haciendo el cambio de variable  $t^2 = e^{-x}$ .
- [1'5 puntos] Determina  $I$ .

**Ejercicio 3.-**

(a) [1'75 puntos] Discute, según los valores del parámetro  $\lambda$ , el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} -x + \lambda y + z = \lambda \\ \lambda x + 2y + (\lambda + 2)z = 4 \\ x + 3y + 2z = 6 - \lambda \end{array} \right\}$$

(b) [0'75 puntos] Resuelve el sistema anterior para  $\lambda = 0$ .

**Ejercicio 4.- [2'5 puntos]** Halla la ecuación del plano que es paralelo a la recta  $r$  de ecuaciones

$$\begin{cases} x - 2y + 11 = 0 \\ 2y + z - 19 = 0 \end{cases} \text{ y contiene a la recta } s \text{ definida por } \begin{cases} x = 1 - 5\lambda \\ y = -2 + 3\lambda \\ z = 2 + 2\lambda \end{cases}$$

**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Considera la función  $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ cx & \text{si } 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

- [1'75 puntos] Sabiendo que  $f$  es derivable en todo el dominio y que verifica  $f(0) = f(4)$ , determina los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$ .
- [0'75 puntos] Para  $a = -3$ ,  $b = 4$  y  $c = 1$  halla los extremos absolutos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

**Ejercicio 2.-** Considera la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = x^2 + 4$ .

- [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
- [1'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de  $f$ , el eje de ordenadas y la recta de ecuación  $y = 2x + 3$ . Calcula su área.

**Ejercicio 3.-** [2'5 puntos] Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Calcula la matriz  $X$  que cumpla la ecuación  $AXB = C$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los planos  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  y  $\pi_3$  dados respectivamente por las ecuaciones

$$x + y = 1, \quad ay + z = 0 \quad \text{y} \quad x + (1 + a)y + az = a + 1$$

- [1'5 puntos] ¿Cuánto ha de valer  $a$  para que no tengan ningún punto en común?
- [1 punto] Para  $a = 0$ , determina la posición relativa de los planos.