EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2011

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Calcule $A^2 - B\cdot C^t$ **.**

b) Resuelva la ecuación matricial $A\cdot X+B=2\cdot C$ **.**

SOCIALES II. 2011 JUNIO. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) $A^2-B\cdot C^t=\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -8 & 7 \\ -6 & -4 \end{pmatrix}$

b)

$$A\cdot X+B=2C\Rightarrow\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 10 & 6 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2a-5d & 2b-5e & 2c-5f \\ a-3d & b-3e & c-3f \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 5 & 4 \\ -2 & 9 & 5 \end{pmatrix}\Rightarrow\left.\begin{array}{l} 2a-5d=-1 \\ a-3d=-2 \\ 2b-5e=5 \\ b-3e=9 \\ 2c-5f=4 \\ c-3f=5 \end{array}\right\}\Rightarrow$$

$a=7$; $b=-30$; $c=-13$; $d=3$; $e=-13$; $f=-6$

Luego, la matriz es $X=\begin{pmatrix} 7 & -30 & -13 \\ 3 & -13 & -6 \end{pmatrix}$

a) Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $N^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, razone cuáles de las siguientes operaciones tienen sentido y efectúa las que puedan realizarse: $M + N^t$, $M^t \cdot N$, $M \cdot N$.
b) Un industrial cafetero produce dos tipos de café, natural y descafeinado, en tres modalidades cada uno, A, B y C. Se han anotado en la matriz P los pesos, en Kg, del café que el industrial produce de cada una de las modalidades de cada tipo, y en la matriz Q los precios a los que vende el Kg de cada producto final:

$$P = \begin{array}{r} \\ \textit{natural} \\ \textit{descafeinado} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 550 & 400 & 240 \\ 260 & 200 & 100 \end{pmatrix} \end{array} \qquad Q = \begin{array}{r} \\ \textit{natural} \\ \textit{descafeinado} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2.20 & 2.75 & 2.50 \\ 3.20 & 3.90 & 3.60 \end{pmatrix} \end{array}$$

Efectúe el producto $P \cdot Q^t$ y explique el significado económico de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz resultante.
SOCIALES II. 2011 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) $M + N^t = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

$M^t \cdot N$ No se puede multiplicar ya que el número de columnas de la primera matriz no es igual al número de filas de la segunda matriz.

$$M \cdot N = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

b)

$$P \cdot Q^t = \begin{pmatrix} 550 & 400 & 240 \\ 260 & 200 & 100 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2.20 & 3.20 \\ 2.75 & 3.90 \\ 2.50 & 3.60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2910 & 4184 \\ 1372 & 1972 \end{pmatrix}$$

El elemento $a_{11} = 2910$ son los euros que ha pagado por todo el café natural adquirido.

El elemento $a_{22} = 1972$ son los euros que ha pagado por todo el café descafeinado adquirido.

Sean las matrices $C=\begin{pmatrix}\mathbf{0}&\mathbf{1}&\mathbf{0}\\\mathbf{1}&\mathbf{0}&\mathbf{1}\\\mathbf{0}&\mathbf{1}&\mathbf{0}\end{pmatrix}$ **y** $D=\begin{pmatrix}\mathbf{0}&\mathbf{1}&\mathbf{1}\\\mathbf{1}&\mathbf{0}&\mathbf{1}\\\mathbf{1}&\mathbf{1}&\mathbf{0}\end{pmatrix}$.

a) Resuelva la ecuación matricial $2\cdot X-C\cdot D=(I_3+D)\cdot C$.

b) Si las matrices C y D son las matrices de adyacencia de dos grafos, de vértices a, b, c y 1, 2, 3, respectivamente, haga la representación gráfica de dichos grafos.

SOCIALES II. 2011 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos: $C\cdot D=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&2&1\\1&0&1\end{pmatrix}$

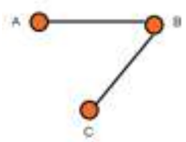
$$D\cdot C=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&2&0\\1&1&1\end{pmatrix}$$

Resolvemos la ecuación matricial:

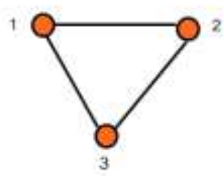
$$2\cdot X-C\cdot D=(I_3+D)\cdot C\Rightarrow X=\frac{1}{2}\left(C+D\cdot C+C\cdot D\right)=\frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&1&1\\0&2&0\\1&1&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&1\\1&2&1\\1&0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2&2&2\\2&4&2\\2&2&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&1\\1&1&1\end{pmatrix}$$

b) La matriz $C=\begin{array}{c|c} & \begin{matrix}a&b&c\end{matrix}\\ \begin{matrix}a\\b\\c\end{matrix} & \begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\end{array}$ su grafo es:



La matriz $D=\begin{array}{c|c} & \begin{matrix}1&2&3\end{matrix}\\ \begin{matrix}1\\2\\3\end{matrix} & \begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}\end{array}$ su grafo es



a) Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1&5&6\\0&1&7\\0&0&1\end{pmatrix}$, calcule $(I_3-A)^3$.

b) Dadas las matrices $B=\begin{pmatrix}1&a\\b&3\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}5\\10\end{pmatrix}$, determine a y b de manera que $B\cdot C-D=O$ siendo O la matriz nula.

SOCIALES II. 2011 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos: $I_3-A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&5&6\\0&1&7\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&-5&-6\\0&0&-7\\0&0&0\end{pmatrix}$

$$(I_3-A)^2=\begin{pmatrix}0&-5&-6\\0&0&-7\\0&0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&-5&-6\\0&0&-7\\0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&35\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

$$(I_3-A)^3=\begin{pmatrix}0&-5&-6\\0&0&-7\\0&0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&35\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

b) Resolvemos la ecuación matricial:

$$B\cdot C-D=O\Rightarrow\begin{pmatrix}1&a\\b&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5\\10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}-1+3a-5\\-b+9-10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\Rightarrow a=2\ ;\ b=-1$$

a) De una matriz cuadrada, A, de orden 3 se conocen los siguientes elementos

$$a_{12}=a_{21}=-2\ ;\ a_{13}=a_{31}=0\ ;a_{23}=a_{32}=1$$

Determine los demás elementos de la matriz A sabiendo que debe cumplirse la ecuación $A\cdot B=C^t$, donde $B^t=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}-4 & 2 & -1\end{pmatrix}$.

b) Calcule $2D^2$, siendo $D=\begin{pmatrix}1 & -5\\ 3 & -5\end{pmatrix}$.

SOCIALES II. 2011 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Escribimos y resolvemos la ecuación que nos dan.

$$A\cdot B=C^t \Rightarrow \begin{pmatrix} a & -2 & 0\\ -2 & b & 1\\ 0 & 1 & c\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\ 2\\ -1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}a+2\\ -2-b+1\\ -1+c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\ 2\\ -1\end{pmatrix}\Rightarrow a=-6\ ;\ b=-3\ ;\ c=0$$

b) Calculamos

$$2D^2=2\cdot\begin{pmatrix}1 & -5\\ 3 & -5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -5\\ 3 & -5\end{pmatrix}=2\cdot\begin{pmatrix}-14 & 20\\ -12 & 10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-28 & 40\\ -24 & 20\end{pmatrix}$$

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ *y* $B=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Efectúe, si es posible, los siguientes productos: $A\cdot A^t$; $A^t\cdot A$; $A\cdot B$.

b) Resuelva la siguiente ecuación matricial $A\cdot A^t\cdot X=B$.

SOCIALES II. 2011 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) $A\cdot A^t=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

$A^t\cdot A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A\cdot B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\Rightarrow$ No se puede, ya que el número de columnas de la primera matriz no coincide con el número de filas de la segunda.

b)

$$A\cdot A^t\cdot X=B\Rightarrow\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} a & b \\ 2c & 2d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\Rightarrow\left.\begin{matrix} a=3 \\ b=-1 \\ 2c=1 \\ 2d=2 \end{matrix}\right\}\Rightarrow X=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$