EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2019

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

- Junio, Ejercicio 4, Opción A
- Junio, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción B

Se desea estimar la proporción de individuos que piensan votar a un cierto partido político en una determinada ciudad. Para ello se toma una muestra aleatoria de 300 individuos de la ciudad, resultando que 135 de ellos piensan votar a ese partido.
a) Calcule un intervalo de confianza al 97% para la proporción de individuos que piensan votar a ese partido en dicha ciudad.
b) Suponiendo que se mantiene la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza del apartado anterior, determine el tamaño mínimo de la muestra para estimar la proporción con un error inferior al 2%.
SOCIALES II. 2019 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\, , p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{135}{300} = 0'45$$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'45 - 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'45\cdot 0'55}{300}}, 0'45 + 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'45\cdot 0'55}{300}}\right) = (0'3877; 0'5123)$$

b) Aplicamos la fórmula del error:

$$E = 0'02 = 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'45\cdot 0'55}{n}} \Rightarrow n = 2913,63 \simeq 2.914$$

Los directivos de una empresa desean estimar el tiempo medio que tardan los empleados en llegar al puesto de trabajo desde sus domicilios. Admitimos que dicho tiempo sigue una distribución Normal de desviación típica 8 minutos. Se elige al azar una muestra de 9 empleados de esa empresa, obteniéndose los siguientes resultados, expresados en minutos:

10 17 8 27 6 9 32 5 21

a) Determine un intervalo de confianza al 92%, para la media poblacional.

b) Con una confianza del 95'5%, ¿Qué tamaño muestral mínimo sería necesario para estimar el tiempo medio con un error inferior a 1'5 minutos?.

SOCIALES II. 2019 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media que será: $\mu = \dfrac{10+17+8+27+6+9+32+5+21}{9} = 15$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

En nuestro caso, sabemos que $\mu = 15; \sigma = 8; n = 9$ y como el nivel de confianza es del 92%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'92}{2} = 0'96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'755$$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(15 - 1'755 \cdot \frac{8}{\sqrt{9}}\ ,\ 15 + 1'755 \cdot \frac{8}{\sqrt{9}}\right) = (10'32; 19'68)$$

b) $\dfrac{1+0'955}{2} = 0'9775 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'005$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 1'5 = 2'005 \cdot \frac{8}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 114'34 \simeq 115$$

La cantidad de azúcar que añade un fabricante de refrescos a sus productos sigue una ley Normal cuya varianza es $225\ \mathrm{mg}^2$. Se ha seleccionado al azar una muestra de 25 refrescos de ese fabricante, en la que se ha obtenido una media de 175 mg de azúcar añadido por refresco.
a) Determine un intervalo de confianza al 90% para la cantidad media de azúcar añadida a cada refresco.
b) ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que el intervalo de confianza correspondiente al 80% tenga una amplitud como máximo de 5 mg?
SOCIALES II. 2019 RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=N\left(175,\frac{15}{\sqrt{25}}\right)=N(175,3)$

Como el nivel de confianza es del 90%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'90}{2}=0'95\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'645$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=(175\pm 1'645\cdot 3)=(170'065\ ;\ 179'935)$$

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

Como el nivel de confianza es del 80%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'80}{2}=0'9\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'285$$

$$E=2'5=1'285\cdot\frac{15}{\sqrt{n}}\Rightarrow n=\left(\frac{1'285\cdot 15}{2'5}\right)^2=59'44\simeq 60 \text{ refrescos}$$

La Consejería de Educación elige una muestra de 5000 estudiantes de 1o de Bachillerato de Ciencias Sociales y los encuesta para conocer la opinión que tienen sobre la elección de cierta materia entre las optativas para cursar 2º de Bachillerato. El resultado de la encuesta revela que 2250 estudiantes piensan elegir dicha materia optativa.
a) Halle un intervalo de confianza al 97'5% para estimar la proporción de estudiantes que piensan elegir esa materia optativa.
b) Si en otra muestra la proporción de estudiantes que piensa elegir esa materia es de 0'5 y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0'03 con un nivel de confianza del 92'5%, calcule el tamaño muestral mínimo de esa muestra.
SOCIALES II. 2019 RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \, , \, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{2250}{5000} = 0'45$$

$$\frac{1+0'975}{2} = 0'9875 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'24$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'45 - 2'24 \cdot \sqrt{\frac{0'45\cdot 0'55}{5000}} \, , 0'45 + 2'24 \cdot \sqrt{\frac{0'45\cdot 0'55}{5000}} \right) = (0'4343 \, ; \; 0'4657)$$

b) $\frac{1+0'925}{2} = 0'9625 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'78$

$$E = 0'03 = 1'78 \cdot \sqrt{\frac{0'5\cdot 0'5}{n}} \Rightarrow n = 880'11 = 881$$

A la salida de una heladería se realizó una encuesta para comprobar si los clientes habían probado un nuevo sabor en promoción. Se observó que de 125 personas encuestadas, 20 no lo habían probado y el resto sí.
a) Determine, con un nivel de confianza del 97%, un intervalo para estimar la proporción de clientes de esa heladería que no habían probado el nuevo helado.
b) Mediante una nueva muestra se desea estimar la proporción de clientes de esa heladería que no habían probado el nuevo helado, con un error inferior al 5% y un nivel de confianza del 94%. Suponiendo que se mantiene la proporción muestral del apartado anterior, ¿qué tamaño mínimo debe tener dicha muestra?
SOCIALES II. 2019 RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\, , p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{20}{125} = 0'16$$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'16 - 2'17\cdot\sqrt{\frac{0'16\cdot 0'84}{125}}\, ,0'16 + 2'17\cdot\sqrt{\frac{0'16\cdot 0'84}{125}}\right) = (0'0889; 0'2311)$$

b) $\frac{1+0'94}{2} = 0'97 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'885$

Aplicamos la fórmula del error:

$$E = 0'05 = 1'885\cdot\sqrt{\frac{0'16\cdot 0'84}{n}} \Rightarrow n = 191'02 \simeq 191 \quad \text{clientes}$$

La vida útil de los filtros de las máquinas de agua por ósmosis se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica de 2000 horas. En una prueba realizada en 9 máquinas elegidas al azar, se obtuvieron los siguientes resultados:

9500 10000 8500 10500 16500 10000 12000 14000 17000

a) Calcule un intervalo de confianza al 99% para la vida útil media de los filtros de las máquinas.

b) ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo que debería tener una muestra, para que el error cometido en la estimación de la vida útil media de los filtros sea inferior a 500 horas, con un nivel de confianza del 95%?

SOCIALES II. 2019 RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 99%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'99}{2}=0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'575$$

Calculamos la media que será:

$$\mu=\frac{9500+10000+8500+10500+16500+10000+12000+14000+17000}{9}=12000$$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(12000-2'575\cdot\frac{2000}{\sqrt{9}},12000+2'575\cdot\frac{2000}{\sqrt{9}}\right)=(10.283'33;13.716'66)$$

b) $\frac{1+0'95}{2}=0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'96$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=500=1'96\cdot\frac{2000}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=61'46 \simeq 62$$

Para estimar la proporción de empleados de una empresa que usan lentillas, se toma una muestra al azar de 60 empleados de la misma y se observa que 16 usan lentillas.
a) Halle, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo para estimar la proporción.
b) Con el mismo nivel de confianza del apartado anterior y manteniendo la misma proporción muestral, determine el tamaño mínimo de la muestra para que el error cometido en la estimación de la proporción sea inferior a 0'1.
SOCIALES II. 2019 RESERVA 3. EJERCICIO 4. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\, ,\, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{16}{60} = \frac{4}{15}$$

$$\frac{1+0'90}{2} = 0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'645$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(\frac{4}{15} - 1'645 \cdot \sqrt{\frac{\frac{4}{15}\cdot\frac{11}{15}}{60}}\, ,\, \frac{4}{15} + 1'645 \cdot \sqrt{\frac{\frac{4}{15}\cdot\frac{11}{15}}{60}}\right) = (0'1727; 0'3605)$$

b) Aplicamos la fórmula del error:

$$E = 0'1 = 1'645 \cdot \sqrt{\frac{\frac{4}{15}\cdot\frac{11}{15}}{n}} \Rightarrow n = 52'91 \simeq 53$$

El tiempo de duración, en horas, de un modelo de bombilla LED, sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 150 horas. Con una muestra de bombillas de ese modelo y a un nivel de confianza del 98.5% se ha obtenido que el intervalo de confianza para la media es $(18475'7\ ,\ 18524'3)$.
a) Calcule el valor que se obtuvo para la media de la muestra y el tamaño de la muestra utilizado.
b) ¿Cuál será el error máximo de estimación de la media si se hubiese utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 96.6%?
SOCIALES II. 2019 RESERVA 3. EJERCICIO 4. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 98’5%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'985}{2}=0'9925 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'43$$

La media será: $\mu=\dfrac{18475'7+18524'3}{2}=18500$

Aplicando la fórmula del error calculamos el tamaño de la muestra.

$$E=18524'3-18500=24'3=2'43\cdot\frac{150}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=225$$

b) Como el nivel de confianza es del 96’6%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'966}{2}=0'983 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'12$$

Aplicando la fórmula del error, tenemos que:

$$E=2'12\cdot\frac{150}{\sqrt{100}}=31'8$$

La producción en kilogramos por árbol de aguacates de una comarca sigue una distribución Normal de desviación típica 4 y media desconocida.
a) Obtenga el tamaño muestral mínimo necesario para estimar la media poblacional con un error de estimación inferior a 2.1 kg y una confianza del 97%.
b) Se toma una muestra aleatoria de 9 árboles, cuyas producciones en kilogramos han sido:

15 120 50 40 5 46 52 48 10

Obtenga el intervalo de confianza al 97% para estimar la producción media de aguacates por árbol y calcule el error máximo de estimación.
SOCIALES II. 2019 RESERVA 4. EJERCICIO 4. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) $\frac{1+0'97}{2}=0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'17$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=2'1=2'17\cdot\frac{4}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=17'08 \simeq 18$$

b) Calculamos la media que será: $\mu=\frac{15+120+50+40+5+46+52+48+10}{9}=42'88$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(42'88-2'17\cdot\frac{4}{\sqrt{9}}\ ,\ 42'88+2'17\cdot\frac{4}{\sqrt{9}}\right)=(39'9867;45'7733)$$

El error es: $E=45'7733-42'88=2'8933$

En una muestra de 320 personas jubiladas elegidas al azar en un distrito de una ciudad, resultó que 96 de ellas realizaban alguna actividad física.
a) Construya un intervalo de confianza al 95% para la proporción de personas jubiladas que realizan alguna actividad física en ese distrito.
b) Suponiendo que se mantiene la misma proporción muestral, halle el tamaño mínimo de la muestra para que el error cometido sea inferior a 0.1 con un nivel de confianza del 98%.
SOCIALES II. 2019 RESERVA 4. EJERCICIO 4. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\, ,\, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{96}{320} = 0'3$$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'3 - 1'96\cdot\sqrt{\frac{0'3\cdot 0'7}{320}}, 0'3 + 1'96\cdot\sqrt{\frac{0'3\cdot 0'7}{320}}\right) = (0'2498; 0'3502)$$

b) $\frac{1+0'98}{2} = 0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'325$

Aplicamos la fórmula del error:

$$E = 0'1 = 2'325\cdot\sqrt{\frac{0'3\cdot 0'7}{n}} \Rightarrow n = 113'51 \simeq 114$$

Las puntuaciones obtenidas por los participantes en un concurso se distribuyen siguiendo una ley Normal de varianza 36 y media desconocida. Se toma una muestra de 64 concursantes, cuya puntuación media es 35.
a) Obtenga un intervalo, con un 92% de confianza, para la puntuación media de los participantes en dicho concurso.
b) Calcule el tamaño mínimo de la muestra que se ha de tomar para estimar la puntuación media del total de concursantes, con un error inferir a 2 puntos y un nivel de confianza del 98%.
SOCIALES II. 2019 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $\frac{1+0'92}{2}=0'96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'755$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=(35 \pm 1'755 \cdot \frac{6}{\sqrt{64}})=(33'6837\ ;\ 36'3162)$$

b) $\frac{1+0'98}{2}=0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'33$

$$E=2=2'33\ \frac{6}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=48'86 \simeq 49 \quad \text{participantes}$$

Se quiere estimar la proporción de enfermos hospitalizados por causas relacionadas con el consumo de tabaco. Para ello se escoge aleatoriamente una muestra de 50 expedientes sanitarios de enfermos hospitalizados, resultando que el 22% de ellos revelan que la enfermedad fue causada por el tabaco.
a) Para un nivel de confianza del 92%, calcule un intervalo de confianza para la proporción de enfermos hospitalizados por causas relacionadas con el consumo de tabaco.
b) Determine cuántos expedientes hay que elegir como mínimo para que, con el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral anteriores, el error que se cometa al estimar la proporción de los enfermos hospitalizados por causas debidas al tabaco sea inferior al 3%.
SOCIALES II. 2019 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\ ,\ p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{22}{100} = 0'22$$

$$\frac{1+0'92}{2} = 0'96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'755$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'22 - 1'755 \cdot \sqrt{\frac{0'22\cdot 0'78}{50}}\ ,\ 0'22 + 1'755 \cdot \sqrt{\frac{0'22\cdot 0'78}{50}} \right) = (0'1175; 0'3225)$$

b)

$$E = 0'03 = 1'755 \cdot \sqrt{\frac{0'22\cdot 0'78}{n}} \Rightarrow n = 587'25 \simeq 588 \text{ expedientes}$$