EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2012

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

- Junio, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción B

De una muestra aleatoria de 120 alumnos presentados a las Pruebas de Acceso, sólo 15 han resultado no aptos.
a) Calcule un intervalo de confianza, al 99%, para estimar la proporción de alumnos que han resultado aptos en dicha prueba.
b) Manteniendo la misma confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para estimar la proporción de alumnos aptos, cometiendo un error inferior al 5%?.
SOCIALES II. 2012 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\ ,\ p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{105}{120} = 0'875$$

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'875 - 2'575\cdot\sqrt{\frac{0'875\cdot 0'125}{120}}\ ,0'875 + 2'575\cdot\sqrt{\frac{0'875\cdot 0'125}{120}}\right) = (0'7973;0'9527)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 0'05 = 2'575\sqrt{\frac{0'875\cdot 0'125}{n}} \Rightarrow n = \frac{2'575^2\cdot 0'875\cdot 0'125}{0'05^2} = 290'08 \simeq 291$$

EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

La variable "tiempo de reacción de un conductor ante un obstáculo imprevisto" sigue una distribución Normal con desviación típica 0.05 segundos. Al medir dicho tiempo en 50 conductores se ha obtenido un tiempo medio de 0.85 segundos.
a) Halle el intervalo de confianza para el tiempo medio de reacción, con un nivel de confianza del 99%.
b) ¿De qué tamaño mínimo ha de tomarse una muestra para que el error de estimación no supere 0.01 segundos, con un nivel de confianza del 95%?.
SOCIALES II. 2012. RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\frac{1+0'99}{2}=0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2,575$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=\left(0'85 \pm 2'575\,\frac{0'05}{\sqrt{50}}\right)=(0'8318\,;0'8682)$$

b)

$$\frac{1+0'95}{2}=0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'96$$

$$E=0'01=1'96\,\frac{0'05}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=96,04 \simeq 97$$

Una característica de una determinada población se distribuye según una variable aleatoria Normal X de media desconocida y desviación típica 0.9. Extraída al azar una muestra de tamaño 9 de esa población y observada X, dio como resultados:

10.5 , 10 , 8,5 , 10,5 , 11,5 , 13,5 , 9,5 , 13 , 12

a) Halle un intervalo de confianza, al 99%, para la media de la variable X.

b) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esa población, para que el error máximo que se cometa en la determinación de un intervalo de confianza para la media de X sea, a lo sumo, 0.3, con un nivel de confianza del 90%.

SOCIALES II. 2012. RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\frac{1+0'99}{2}=0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'575$$

Calculamos la media: $\mu=\dfrac{10'5+10+8'5+10'5+11'5+13'5+9'5+13+12}{9}=11$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=\left(11 \pm 2'575\,\frac{0'9}{\sqrt{9}}\right)=(10'2275\,;11'7725)$$

b)

$$\frac{1+0'90}{2}=0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'645$$

$$E=0'3=1'645\,\frac{0'9}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=24'35 \simeq 25$$

Se acepta que los rendimientos anuales, medidos en porcentajes, que producen los depósitos bancarios a plazo, se distribuyen según una ley Normal con desviación típica 1.8 y se pretende realizar una estimación del rendimiento medio de los mismos. Para ello, se tiene una muestra de 36 entidades bancarias en las que se observa que el rendimiento medio de los depósitos es del 2.5.
a) Calcule un intervalo de confianza, al 96%, para el rendimiento medio de los depósitos a plazo. ¿Cuál es el error máximo cometido en la estimación?.
b) Manteniendo el mismo nivel de confianza,¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para estimar el rendimiento medio de lo depósitos con un error máximo de 0.5?.
SOCIALES II. 2012. RESERVA 3. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\frac{1+0'96}{2}=0'98 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'055$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=\left(2'5 \pm 2'055\,\frac{1'8}{\sqrt{36}}\right)=(1'8835\,;3'1165)$$

El error es: $E=2'055\,\frac{1'8}{\sqrt{36}}=0'6165$

b)

$$E=0'5=2'055\,\frac{1'8}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=54'73 \simeq 55$$

a) En una ciudad viven 400 hombres y 320 mujeres y se quiere seleccionar una muestra de tamaño 54 utilizando muestreo estratificado por sexos, con afijación proporcional, ¿cuál sería la composición de la muestra?.
b) A partir de una población de elementos 1, 2, 3, 4 se seleccionan, mediante muestreo aleatorio simple, todas las muestras de tamaño 2. Escriba dichas muestras y calcule la varianza de las medias muestrales.
SOCIALES II. 2012. RESERVA 3. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Vamos a calcular la composición de la muestra.

$$\left.\begin{array}{l} 720 \rightarrow 320 \\ 54 \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 24 \text{ mujeres}$$

$$\left.\begin{array}{l} 720 \rightarrow 400 \\ 54 \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 30 \text{ hombres}$$

Luego la muestra estará formada por 24 mujeres y 30 hombres.

b) Escribimos todas las muestras posibles de tamaño 2.

(1,1) (1,2) (1,3) (1,4)
(2,1) (2,2) (2,3) (2,4)
(3,1) (3,2) (3,3) (3,4)
(4,1) (4,2) (4,3) (4,4)

Construimos la tabla para las medias muestrales:

x	f	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
1	1	1	1
1’5	2	3	4’5
2	3	6	12
2’5	4	10	25
3	3	9	27
3’5	2	7	24’5
4	1	4	16
	16	40	110

Media $= \mu = \dfrac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \dfrac{40}{16} = 2'5$

Varianza $= \sigma^2 = \dfrac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \overline{x}^2 = \dfrac{110}{16} - 2'5^2 = 0'625$

La velocidad a la que circulan los conductores por una autopista sigue una distribución $N(\mu, 20)$. En un control efectuado a 100 conductores elegidos al azar ha resultado una velocidad media de 110 Km/h.
a) Determine el intervalo de confianza para μ, con un nivel del 99%.
b) ¿Cuál es el máximo error cometido en esta estimación?.
SOCIALES II. 2012. RESERVA 4. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 99%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = (110 \pm 2'575 \cdot \frac{20}{\sqrt{100}}) = (104'85\ ;\ 115'15)$$

b)

$$E = 2'575 \cdot \frac{20}{\sqrt{100}} = 5'15$$

El peso de las calabazas de una determinada plantación sigue una ley Normal con desviación típica 1200 g.
a) Halle el tamaño mínimo de la muestra que se ha de elegir para, con un nivel de confianza del 95 %, estimar el peso medio con un error menor de 450 g.
b) Para el mismo nivel de confianza, indique razonando la respuesta, si el error aumenta o disminuye al aumentar el tamaño de la muestra.
SOCIALES II. 2012 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) $\dfrac{1+0'95}{2}=0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'96$

$$E=450=1'96\,\frac{1200}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=27'31 \simeq 28$$

b) Si aumentamos el tamaño de la muestra el error disminuye, ya que dividimos por una cantidad mayor.