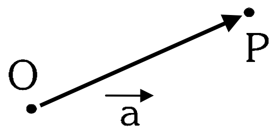
TEMA 0: VECTORES. CINEMÁTICA. DINÁMICA DE LA PARTÍCULA

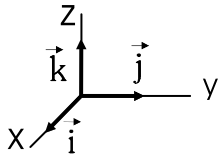
VECTORES:

Un vector es la representación matemática de una magnitud vectorial. Consiste en un segmento orientado, que contiene toda la información sobre la magnitud que estamos midiendo.

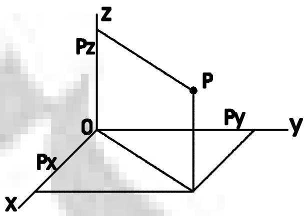


Partes del vector:
- Módulo: Longitud del segmento (valor de la magnitud: cantidad + unidades)
- Dirección: La de la recta en la que se encuentra el vector (llamada *recta soporte*)
- Sentido: Viene dado por la flecha. Dentro de la dirección, será + ó - , dependiendo del criterio que hayamos escogido en un principio.

<u>Sistema de referencia</u>: Un punto (O , origen, pto desde el cual medimos)
Tres vectores (perpendiculares y de módulo 1) : $\vec i$, $\vec j$, $\vec k$

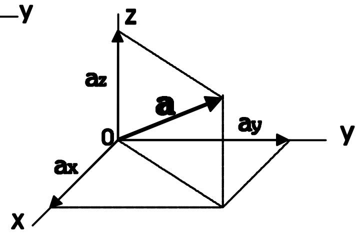


<u>Coordenadas de un pto</u> $P:(P_x, P_y, P_z)$



<u>Componentes de un vector</u>: $\vec a = a_x\vec i + a_y\vec j + a_z\vec k$

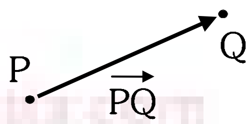
$\vec a = (a_x, a_y, a_z)$



<u>Módulo de un vector</u>: $|\vec a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

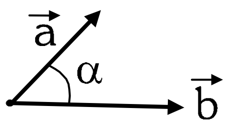
<u>Vector unitario</u>: $\vec u_a = \frac{\vec a}{|\vec a|} = \frac{a_x\vec i + a_y\vec j + a_x\vec k}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$ $\vec a = |\vec a| \cdot \vec u_a$

<u>Vector entre dos puntos</u>: $\overrightarrow{PQ}:(Q_x - P_x, Q_y - P_y, Q_z - P_z)$



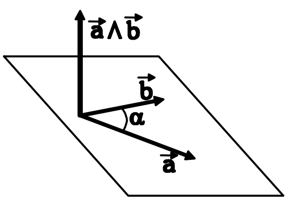
<u>Producto escalar</u> $\vec a \cdot \vec b = |\vec a| \cdot |\vec b| \cdot cos\alpha = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$

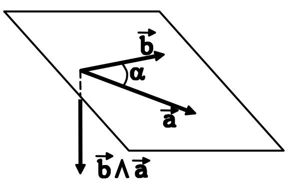
Ángulo entre dos vectores: $cos\alpha = \frac{\vec a \cdot \vec b}{|\vec a| \cdot |\vec b|}$



<u>Producto vectorial</u>

$$\vec a \wedge \vec b = (a_y b_z - a_z b_y)\vec i - (a_x b_z - a_z b_x)\vec j + (a_x b_y - a_y b_x)\vec k = \begin{vmatrix} \vec i & \vec j & \vec k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

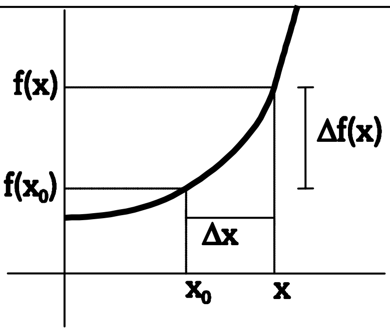




Módulo $|\vec a \wedge \vec b| = |\vec a| \cdot |\vec b| \cdot sen\alpha$

Dirección: Perpendicular a ambos vectores
Sentido: regla del sacacorchos (o de la mano derecha) al girar desde $\vec a$ hasta $\vec b$

DERIVADAS: Dada f(x) $\quad \dfrac{df_{(x)}}{dx} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f_{(x)}}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$



Propiedades fundamentales:

suma $\quad \dfrac{d(f_{(x)} \pm g_{(x)})}{dx} = \dfrac{df_{(x)}}{dx} \pm \dfrac{dg_{(x)}}{dx}$ *La derivada de una suma (o diferencia) es la suma (o diferencia) de las derivadas.*

producto por nº $\quad \dfrac{d(k \cdot f_{(x)})}{dx} = k \cdot \dfrac{df_{(x)}}{dx}$

Al multiplicar una función por un nº k, la derivada también se multiplica por k.

producto $\quad \dfrac{d(f_{(x)} \cdot g_{(x)})}{dx} = \dfrac{df_{(x)}}{dx} \cdot g_{(x)} + f_{(x)} \cdot \dfrac{dg_{(x)}}{dx}$

cociente $\quad \dfrac{d(f_{(x)} / g_{(x)})}{dx} = \dfrac{\dfrac{df_{(x)}}{dx} \cdot g_{(x)} - f_{(x)} \cdot \dfrac{dg_{(x)}}{dx}}{g_{(x)}^{2}}$

Función	***Derivada***
k=cte	*0*
x	*1*
$k \cdot x$	k
$k \cdot x^{n}$	$k \cdot n \cdot x^{n-1}$
cos(k·x)	*- k · sen(k·x)*
sen(k·x)	*k ·cos(k·x)*
ln x	*1/x*
$\sqrt{f(x)}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{f(x)}} \cdot \dfrac{df(x)}{dx}$

Derivada de un vector: Para derivar una magnitud vectorial $\vec{a}$ cualquiera, se derivan sus componentes por separado. $\quad \dfrac{d\vec{a}}{dt} = \dfrac{d a_x}{dt} \cdot \vec{i} + \dfrac{d a_y}{dt} \cdot \vec{j} + \dfrac{d a_z}{dt} \cdot \vec{k}$

INTEGRALES INDEFINIDAS: Una función F(x) es la función integral (o función primitiva) de otra función f(x) cuando f(x) se obtiene al derivar F(x)

$$F(x) = \int f(x)\,dx \quad \rightarrow \quad f(x) = \frac{d[F(x)]}{dx}$$

Algunas propiedades:

$$\int [f_{(x)} \pm g_{(x)}]dx = \int f_{(x)} dx \pm \int g_{(x)} dx$$

La integral de una suma (o diferencia) es la suma (o diferencia) de las integrales

$$\int k \cdot f(x)\,dx = k \cdot \int f(x)\,dx$$

Al multiplicar una función por un nº k cualquiera, la integral también se ve multiplicada por el mismo nº.

Función	***Integral***
0	*c=cte*
1	*x + c*
k	*k · x + c*
x^{n}	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c$
sen(x)	*- cos(x) + c*
cos(x)	*sen(x) + c*
1/x	*ln x + c*

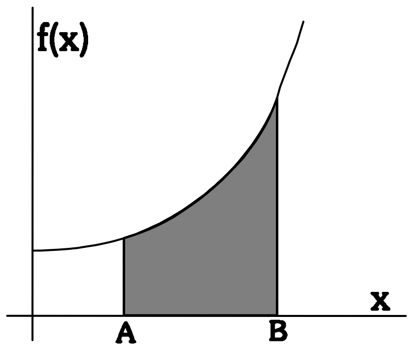
INTEGRALES DEFINIDAS: $\quad \int_A^B f(x) \cdot dx$

El resultado de realizar una integral indefinida no es una función, sino un número real. Se calcula mediante la **Regla de Barrow**:

1º Se calcula la integral indefinida $\; F(x) = \int f(x)\,dx$

2º Se sustituye x por los valores de los extremos superior e inferior. Obtenemos F(B) y F(A)

3º Hacemos F(B) – F(A)

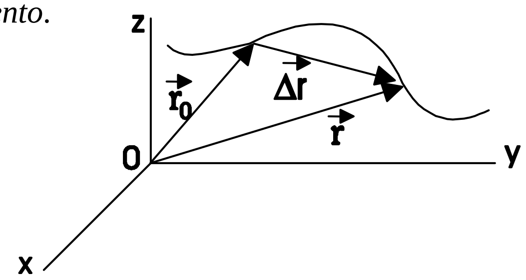


CINEMÁTICA:

Vector de posición Indica las coordenadas del móvil en cada instante
También llamado *ecuación de movimiento*.

$$\vec{r}(t) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$$

$$\vec{r}(t) = (x, y, z) \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$



Vector desplazamiento $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$

Velocidad: Indica cómo varía la posición del móvil con respecto al tiempo.

Velocidad media $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ Medida en un intervalo $\Delta t = t - t_0$

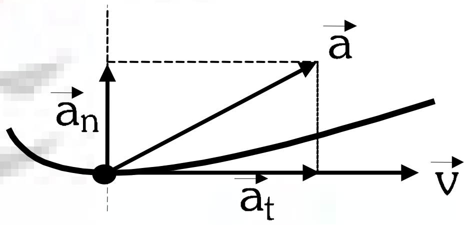
Velocidad instantánea: Indica cómo cambia $\vec{r}$ con el tiempo en cada instante. $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ $[v] = \dfrac{m}{s} = m \cdot s^{-1}$

Aceleración Indica cómo cambia $\vec{v}$ con el tiempo $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ $[a] = \dfrac{m/s}{s} = m \cdot s^{-2}$

Componentes intrínsecas de la aceleración:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = a_t \cdot \vec{u}_t + a_n \cdot \vec{u}_n$$

$$a^2 = a_t^{\,2} + a_n^{\,2}$$



ac.tangencial $\vec{a}_t = \dfrac{d|\vec{v}|}{dt} \cdot \vec{u}_t$ modifica $|\vec{v}|$ $a_t = \dfrac{d|\vec{v}|}{dt}$

ac. normal $\vec{a}_n = \dfrac{v^2}{R} \cdot \vec{u}_n$ modifica la dirección de $|\vec{v}|$ $a_n = \dfrac{v^2}{R}$

R = radio de curvatura $\vec{u}_t = \dfrac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ vector unitario tangente

MOVIMIENTOS DE ESPECIAL INTERÉS:

Mov. rectilíneo uniforme (MRU): $\vec{a} = 0$; $\vec{v} = cte$; $\boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v} \cdot t}$

La trayectoria es siempre una línea recta.

Mov. uniformemente acelerado (MUA): $\vec{a}$ = cte

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\ t \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2}\ \vec{a} \cdot t^2 \end{array}}$$

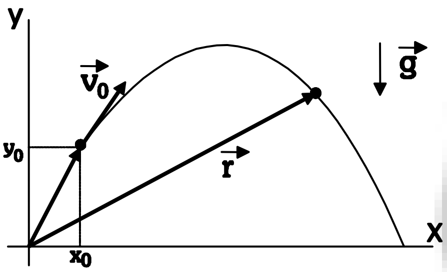
La trayectoria puede ser
- Recta: si $\vec{v}_0$ y $\vec{a}$ son paralelas (MRUA)
- Curva (parabólica): si $\vec{v}_0$ y $\vec{a}$ no son paralelas

---

Tiro parabólico:

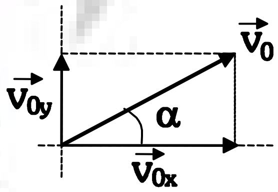
$\vec{a} = \vec{g} \sim -10\ \vec{j}\ m/s^2$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \tfrac{1}{2}\ \vec{g} \cdot t^2 \qquad \boxed{\begin{array}{l} x = x_o + v_{ox} \cdot t \\ y = y_o + v_{oy} \cdot t - \frac{1}{2}\ g \cdot t^2 \end{array}}$$



$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t \qquad \boxed{\begin{array}{l} v_x = v_{ox} = cte \\ v_y = v_{oy} - g \cdot t \end{array}}$$

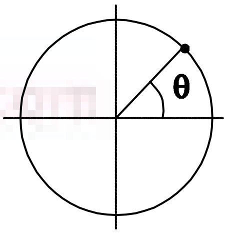
Descomposición de $\vec{v}_0$:



$v_{ox} = v_o \cdot \cos\alpha$

$v_{oy} = v_o \cdot sen\ \alpha$

Mov. circular uniforme (MCU): Movimiento con $a_t = 0$; $a_n = cte \rightarrow R = cte$



Posición angular: $\theta = \theta_o + \omega\, t$ $\quad [\theta] = rad$

Velocidad angular: $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = cte \quad [\omega] = rad \cdot s^{-1}$

Periodo: Tiempo en dar una vuelta. $T = \dfrac{2\pi}{\omega} \quad [T] = s$

Frecuencia: nº de vueltas por segundo $\upsilon = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi} \quad [\upsilon] = s^{-1} = Hz$

Aceleración $a = a_n = \omega^2 \cdot R = \dfrac{v^2}{R}$

Relación entre magnitudes angulares y lineales:

$$s = \theta \cdot R$$
$$v = \omega \cdot R$$
$$a_n = \omega^2 \cdot R$$

Mov circular unif. Acelerado (MCUA): $\theta = \theta_o + \omega_o \cdot t + \frac{1}{2}\ \alpha \cdot t^2$ $\qquad a_t = \alpha \cdot R$

ω varía con $\alpha = cte$ (aceleración angular) $\qquad \alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad \omega = \omega_o + \alpha \cdot t$

$[\alpha] = rad \cdot s^{-2}$

DINÁMICA DE LA PARTÍCULA:

Leyes de Newton:

1ª (ley de inercia): *"Todo cuerpo tiende a continuar en su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme a menos que sobre él actúe una fuerza neta que le obligue a cambiar este movimiento."*

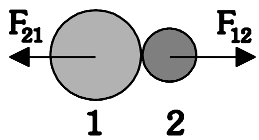
Si $\Sigma\vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{v} = cte$ (continúa en su estado de movimiento)

2ª (relación causa-efecto): *"El cambio de movimiento (aceleración) originado en una partícula es proporcional a la resultante de las fuerzas aplicadas sobre la partícula, y va en la misma dirección y sentido que dicha resultante."*

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

3ª (principio de acción-reacción): *"En toda interacción entre dos cuerpos, se ejercen dos fuerzas, una aplicada sobre cada cuerpo, que son iguales en módulo y dirección, y en sentidos contrarios".*

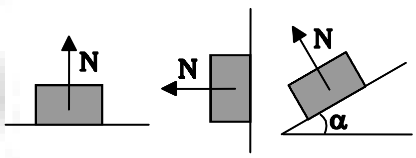
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



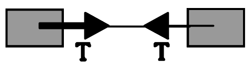
FUERZAS DE ESPECIAL INTERÉS:

Peso: Fuerza que ejerce la Tierra (o el planeta que se esté estudiando) sobre un cuerpo. Su dirección y sentido apuntan hacia el centro del planeta. $\boxed{\vec{P} = m \cdot \vec{g}}$

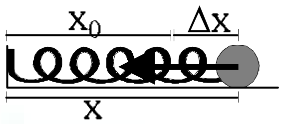
Normal: Respuesta del plano a todas las fuerzas perpendiculares a él.
Cálculo: $\Sigma\vec{F}_y = 0$ si no hay movimiento en ese eje.



Tensión: Fuerza que ejerce un hilo tenso sobre sus extremos
Para una misma cuerda, el valor de T es el mismo en ambos extremos



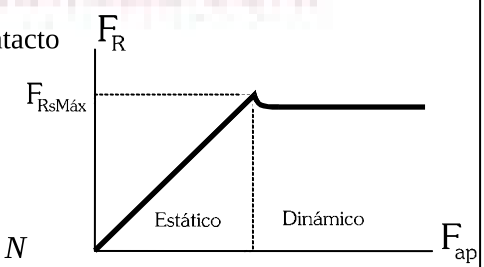
Fuerza elástica: $\vec{F}_e = -K \cdot \Delta\vec{x}$
La ejercen los cuerpos elásticos sobre sus extremos al deformarlos.
Es proporcional al desplazamiento y se opone a éste.



Fuerza de rozamiento: Debida a la rugosidad de las superficies en contacto

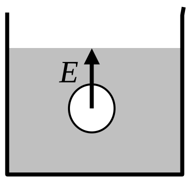
F Roz. estática: Mientras el cuerpo no se mueve $F_R = F_{aplicada}$
En el límite $F_{RsMAX} = \mu_s \cdot N$

F Roz. dinámica: Cuando se produce un deslizamiento $F_R = \mu \cdot N$



Empuje de Arquímedes: Fuerza vertical ejercida por un fluido (líquido o gas) sobre un cuerpo sumergido en él.

$$E = V_{sum} \cdot d_{fluido} \cdot g$$



SISTEMAS DE REFERENCIA INERCIALES Y NO INERCIALES:

Un sistema de referencia es inercial si está en reposo o se mueve con MRU ($\vec{v}$ =cte) respecto a una sistema de referencia que esté en reposo. Un observador situado en un SR inercial mide correctamente las fuerzas aplicadas sobre los cuerpos y aplica correctamente las leyes de Newton.

Un sistema de referencia es no inercial si se mueve con aceleración respecto a un SR en reposo. Debido a esta aceleración, un observador situado en él mide efectos que no puede explicar con las leyes de Newton. Debe inventarse fuerzas que no son reales, no las aplica ningún cuerpo (las llamamos "fuerzas de inercia").

Ejemplos: - Un autobús que frena bruscamente. Los pasajeros notan "un empujón" hacia delante.

- El autobús toma una curva pronunciada. Los pasajeros notan una "fuerza centrífuga" hacia fuera de la curva.
- Los astronautas de una nave espacial en órbita notan ingravidez, como si la Tierra no ejerciera fuerza.
- Todo objeto que se mueva en la Superficie de la Tierra nota "una fuerza hacia la derecha" en el hemisferio norte y "hacia la izquierda" en el hemisferio sur (así se forman las borrascas, huracanes, remolinos…)

CANTIDAD DE MOVIMIENTO: Indica la intensidad de un movimiento. $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

$$[p] = kg \cdot m \cdot s^{-1}$$

La cantidad de movimiento varía debido a la acción de las fuerzas que actúen sobre el cuerpo. $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F}$

Conservación: Si $\Sigma\vec{F} = 0 \rightarrow \vec{p} = cte$

Impulso: Indica el efecto que tiene la aplicación de una fuerza durante un intervalo de tiempo.

$\vec{I} = \int \vec{F} \cdot dt$ Si $\vec{F}$ es constante $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta\vec{p}$ $[I] = N{\cdot}s$

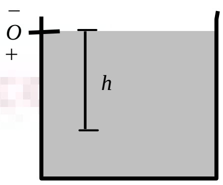
PRESIÓN. HIDROSTÁTICA.

Presión (P): Fuerza ejercida por unidad de superficie. $P = \dfrac{F}{S}$ $[P] = N{\cdot}m^{-2} = pascal\ (Pa)$

La presión que ejerce un sólido sobre una superficie se debe a la fuerza de contacto (normal) sobre la misma.

Presión en fluidos. Ecuación fundamental de la hidrostática:

La presión en un punto de un fluido en reposo depende sólo de la densidad del fluido y de la profundidad respecto a la superficie libre del fluido.



$$P = d \cdot g \cdot h$$

Principio de Pascal.

Cuando se aplica una presión en un punto de un líquido, ésta se transmite a todo el líquido con rapidez y prácticamente sin disminuir su intensidad en todas las direcciones.

Presión en los gases. Presión atmosférica.

Para una cierta cantidad de un gas ideal, la presión que ejerce está relacionada con el volumen y la temperatura.

$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ n = nº moles. R = 0,082 atm·L/K·mol = 8,31 J/K·mol

En toda transformación del gas, se cumple $\dfrac{P \cdot V}{T} = cte \rightarrow \dfrac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \dfrac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$

La presión atmosférica media al nivel del mar es de 1 atm = 760 mmHg = 101,3 kPa = 1,013 bar = 98000 kp/cm^2

Esta presión disminuye con la altura.

Dinámica de fluidos. Teorema de Bernouilli.

En un fluido en movimiento (por ej, que circula por una tubería) la presión que ejerce depende de su velocidad y de la altura. Se cumple la ecuación de Bernouilli $P + d \cdot g \cdot h + \dfrac{d \cdot v^2}{2} = cte$

PROBLEMAS TEMA 0: VECTORES, CINEMÁTICA

1.- Sean los puntos: A: (4,2,-1); B: (-1,3,0); C: (0,-1,5); D: (2,2,2); P: (-1,2,3)

a) Calcular los vectores: $\vec{a} = \overrightarrow{PA}$ $\vec{b} = \overrightarrow{PB}$ $\vec{c} = \overrightarrow{PC}$ $\vec{d} = \overrightarrow{PD}$

b) Calcular: $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} + \vec{c}$; $\vec{a} + \vec{d}$; $\vec{b} + \vec{c}$; $\vec{b} + \vec{d}$; $\vec{c} + \vec{d}$; $7 \cdot \vec{a}$; $2 \cdot \vec{b}$; $-3 \cdot \vec{c}$; $-4 \cdot \vec{d}$; $6 \cdot \vec{a} - \vec{b}$; $3 \cdot \vec{b} - \vec{c}$; $4 \cdot \vec{d} - 5 \cdot \vec{a}$; $\vec{u}_a$; $\vec{u}_c$

c) Calcular: $\vec{d} \cdot \vec{a}$; $\vec{b} \cdot 2\,\vec{c}$; $3\,\vec{a} \cdot (-2\,\vec{c})$; $\vec{a} \wedge \vec{b}$; $\vec{c} \wedge \vec{d}$; $2\,\vec{a} \wedge \vec{d}$; $\vec{c} \wedge \vec{b}$; $(\vec{b} + \vec{c}) \wedge 2\,\vec{a}$; $\vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{d})$; $\vec{c} \cdot (\vec{d} \wedge \vec{a})$

2.- a) Calcular la derivada respecto al tiempo de las siguientes funciones:

$4\,t^2 - 5t + 1$; $3\cos(4\,t)$; $t - ½\,t^3 + \ln t$

b) Calcular el vector derivada respecto al tiempo de los siguientes vectores:

$\vec{a} = 3t^2\,\vec{i} - 2\,\vec{j} + (5t + 3t^2)\,\vec{k}$; $\vec{b} = -2t\,\vec{j} + \text{sen}t\,\vec{k}$; $\vec{c} = \ln t\,\vec{i} + 2\cos t\,\vec{j} - 3t^3\,\vec{k}$

c) Calcular $\int 3x^2\,dx$ $\int 6x^4 + 3x\,dx$ $\int_1^3 3x^2\,dx$ $\int_0^{\pi} sen(x)\,dx$

3.- La fórmula que nos da la posición de una partícula que se mueve en línea recta es:

$x = 7t^3 - 2t^2 + 3t - 1$ (m) (es decir, $\vec{r} = (7t^3 - 2t^2 + 3t - 1)\,\vec{i}$ (m))

Calcular los vectores velocidad y aceleración, el espacio y la velocidad inicial en módulo, la posición a los 2 s. y a los 3 s., y el espacio recorrido entre t = 2 s. y t = 3 s.

4.- Una partícula lleva un movimiento en el eje X y en el eje Y de forma que la ecuación del vector de posición es:

$\vec{r} = (6t - 5)\,\vec{i} + (108\,t^2 - 108\,t + 80)\,\vec{j}$ (m). Calcular:

a) Expresiones del vector velocidad y del vector aceleración

b) Expresión, en función del tiempo, del módulo de la velocidad.

c) Velocidad y espacio iniciales.

d) Vector desplazamiento entre t = 2 s. y t = 3 s.

5.- Un cuerpo se desplaza hacia la derecha del eje X (semieje positivo) con una velocidad constante de 3 m/s. En el instante inicial se encuentra a 1 m. a la derecha del origen de coordenadas en el eje X. Determinar:

a) Vector de posición en cualquier instante

b) Vector desplazamiento y distancia recorrida entre t = 2 s. y t = 6 s.

c) Vectores velocidad y aceleración en cualquier instante.

6.- El movimiento de una partícula viene dado por $x = 2t + 3$; $y = t^2 + 5$; $z = t + 2$. (coordenadas dadas en metros).

Calcular $\vec{r}$ y $\vec{v}$. Calcular también un vector unitario tangente a la trayectoria para t = 1 s.

7.- En un movimiento se sabe que: $\vec{a}_n = 0$, $\vec{a}_t = 2\,\mathbf{i}$ (m/s^2), y para t = 1 s, se cumple que

$\vec{v}\,(1) = 2\,\vec{i}$ m/s y $\vec{r}\,(1) = \vec{i} + \vec{j}$ m

Calcular $\vec{v}$ y $\vec{r}$ para cualquier instante.

8. De un movimiento sabemos que se encuentra sometido únicamente a la acción de la gravedad, y que inicialmente se encontraba en el origen, moviéndose con una velocidad $\vec{v}_0 = 3\,\vec{i} - \vec{j}$ m/s. Calcula $\vec{r}$ y $\vec{v}$ para cualquier instante.

9.- Una pelota cae desde un tejado situado a 10 m de altura y que forma 30º con la horizontal, con una velocidad de 2 m/s. Calcula: a) ¿A qué distancia de la pared choca con el suelo? ; b) velocidad que lleva al llegar al suelo (desprecia el rozamiento con el aire)

10.- Un avión, que vuela a 500 m de altura y 100 ms^{-1} deja caer un paquete con provisiones a una balsa. ¿Desde qué distancia horizontal debe dejar caer el paquete para que caiga 10 m delante de la balsa? (despreciar el rozamiento)

11.- Un globo se encuentra inicialmente a 50 m de altura, y sufre una aceleración ascensional de 2 ms^{-2}. El viento hace que el globo tenga desde el principio una componente horizontal de velocidad constante e igual a 5 m/s. a) ¿Qué tipo de movimiento es? ; b)Calcula la ecuación de movimiento;
c) Altura cuando ha avanzado horizontalmente 100 m.

12.- Desde una azotea soltamos una piedra de 1 kg en caída libre. Llega al suelo con una velocidad de 20 m/s. Despreciando el rozamiento con el aire:
a) Calcula la altura de la azotea y el tiempo que tarda en caer.
b) ¿Cómo cambiaría el problema si la masa de la piedra fuera de 2 kg?

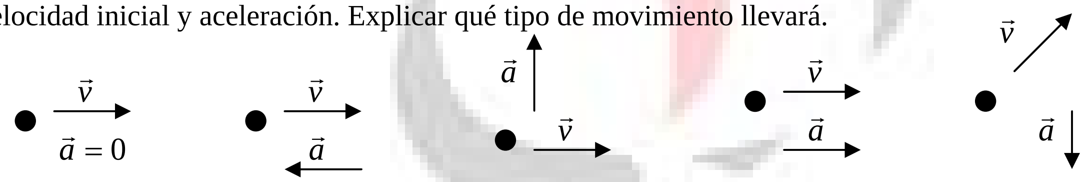
CUESTIONES TEÓRICAS:

1. Razonar:
a) ¿Puede el módulo de un vector ser menor que 1? ¿Puede ser negativo?
b) ¿Qué condición deben cumplir dos vectores para que sean perpendiculares? ¿Y para que sean paralelos?
c) ¿Qué condición debe cumplirse para que una función que depende del tiempo se mantenga constante?

2. ¿Posee aceleración un coche que toma una curva a 60 km/h? Explicar

3. Indicar qué características tendrán los siguientes movimientos, dados por:
a) $\vec{v}$ = cte b) v = cte; c) $\vec{a}$ = cte con $\vec{a} \parallel \vec{v}_o$
d) a_n = cte , a_t = 0 e) a_n aumenta , a_t = 0 f) $\vec{a}$ = cte con $\vec{a}$ no $\parallel \vec{v}_o$
g) a_n = 0

4. Dibujar la trayectoria aproximada que seguiría en cada caso el punto móvil de la figura, atendiendo a los datos de velocidad inicial y aceleración. Explicar qué tipo de movimiento llevará.



SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS:

1.- a) (5,0,-4) ; (0,1,-3) ; (1,-3,2) ; (3,0,-1)
b) (5,1,-7) ; (6,-3,-2) ; (8,0,-5) ; (1,-2,-1) ; (3,1,-4) ; (4,-3,1); (35,0,-28) ; (0,2,-6) ; (-3,9,-6); (-12,0,4); (30,-1,-21) ; (-1,6,-11) ; (-13,0,16) ; (0.781, 0 , -0.625) ; (0.267 , -0.802 , 0.535)
c) 19 ; -18 ; 18 ; (4,15,5) ; (3,7,9) ; (0,-14,0) ; (7,3,1) ; (16,-2,20) ; 7 ; -21

2.- $8t - 5$; $-12\,\text{sen}(4t)$; $1 - 3/2\,t^2 + 1/x$
$6t\,\vec{i} + (5 + 6t)\,\vec{k}$; $-2\,\vec{j} + \cos t\,\vec{k}$; $1/t\,\vec{i} - 2\,\text{sen}t\,\vec{j} - 9t^2\,\vec{k}$
x^3 ; $6/5\,x^5 + 3/2\,x^2$; 26 ; 2

3.- $\vec{v} = (21t^2 - 4t + 3)\,\vec{i}$ (m/s) ; $\vec{a} = (42t - 4)\,\vec{i}$ (m/s^2) ; x(0) = -1 m ; v(0) = 3 m/s ; $\vec{r}(2) = 53\,\vec{i}$ m ; $\vec{r}(3) = 179\,\vec{i}$ m ; $\Delta x = 126$ m

4.- a) $\vec{v} = 6\,\vec{i} + (216t - 108)\,\vec{j}$ m/s ; $\vec{a} = 216\,\vec{j}$ m/s^2 ; b) $\sqrt{46656t^2 + 11700 - 46656t}$ m/s
c) $\vec{r}(0) = -5\,\vec{i} + 80\,\vec{j}$ (m) ; $\vec{v}(0) = 6\,\vec{i} - 108\,\vec{j}$ (m/s) ; d) $\Delta\vec{r} = 6\,\vec{i} + 432\,\vec{j}$ (m)

5.- a) $\vec{r} = (3t + 1)\,\vec{i}$ m ; b) $\Delta\vec{r} = 12\,\vec{i}$ m ; $\Delta r = 12$ m c) $\vec{v} = 3\,\vec{i}$ m/s; $\vec{a} = 0$ m/s^2

6.- $\vec{r} = (2t + 3)\,\vec{i} + (t^2 + 5)\,\vec{j} + (t+2)\,\vec{k}$ m ; $\vec{v} = 2\,\vec{i} + 2t\,\vec{j} + \vec{k}$ m/s ; $\vec{u}_t(1)$ = (2/3 , 2/3 , 1/3)

7.- $\vec{v} = 2t\,\vec{i}$ (m/s) ; $\vec{r} = t^2\,\vec{i} + \vec{j}$ (m)

8.- $\vec{v} = 3\,\vec{i} - (1 + 10t)\,\vec{j}$ m/s ; $\vec{r} = 3t\,\vec{i} - (t - 5t^2)\,\vec{j}$ m

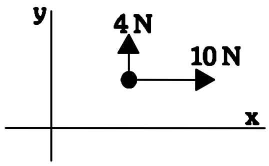
9.- a) 2,29 m ; b) $1{,}73\,\vec{i} - 14{,}2\,\vec{j}$ m/s

10.- 1010 m (ó 990 m, según se interprete la expresión "delante de la balsa")

11.- b) $\vec{r} = 5\,t\,\vec{i} + (50 + t^2)\,\vec{j}$ m ; c) 450 m.

12.- a) h = 20 m ; t = 2 s

PROBLEMAS TEMA 0: DINÁMICA DE LA PARTÍCULA (I):



1. La partícula de la figura, de 2 kg, se encuentra inicialmente en reposo en el punto (4,3) m, y sufre únicamente las fuerzas indicadas. Calcular la aceleración que sufre dicha partícula, así como la velocidad que tendrá al cabo de 5 s.

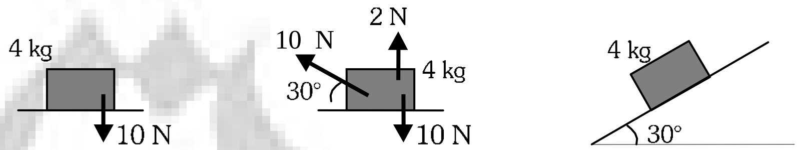
($\vec{a} = 5\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$ m/s^2 ; $\vec{v} = 25\,\vec{i} + 10\,\vec{j}$ m/s)

2. Un electrón se mueve en el sentido positivo del eje y con una velocidad de $4 \cdot 10^5$ ms^{-1}. Un campo eléctrico hace que el electrón sufra una fuerza de $1{,}6 \cdot 10^{-16}$ N en el sentido negativo del eje x. Sabiendo que la masa de un electrón es de $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, calcular la aceleración que sufre el electrón y su ecuación de movimiento. Dibujar aproximadamente la trayectoria que sigue el electrón.

($\vec{a} = -1{,}75 \cdot 10^{14}\,\vec{i}$ ms^{-2} ; $\vec{r} = 4{\cdot}10^5\,t\,\vec{j} - 8{,}79{\cdot}10^{13}\,t^2\,\vec{i}$ m)

3. Calcular la reacción normal del plano en las siguientes situaciones.

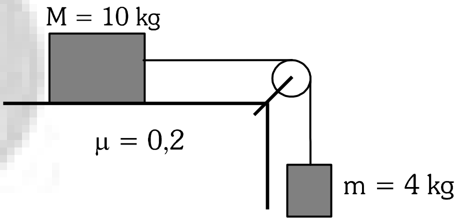
(50 N , 43 N , 34,64 N)



4. En el sistema de la figura el bloque M = 10 kg puede deslizar sobre la superficie horizontal, siendo μ = 0,2 el coeficiente de rozamiento entre ambos. El bloque m = 4 kg, que cuelga libremente, está unido a M por un hilo inextensible que pasa a través de una pequeña polea. Las masas del hilo y de la polea son despreciables. Determinar:

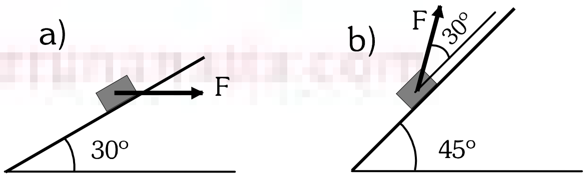
a) Aceleración del sistema formado por M y m.
b) Tensión del hilo
c) Valor de M para que el bloque m esté en reposo
d) ¿En qué cambiaría el problema si se hiciese en la Luna (g = 1,6 m/s^2) ?

(a) 1,43 m/s^2 ; b) 34,29 N ; c) 20 kg ; d) a = 0,23 ms^{-2} , T = 5,49 N , el apartado c queda igual)

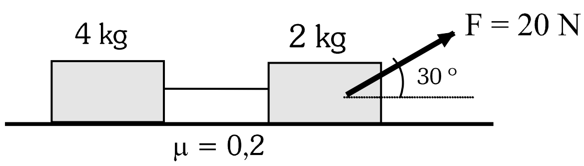


5.- Calcular F para que un cuerpo de 4 kg ascienda con velocidad constante, teniendo en cuenta que μ = 0,4, en los siguientes casos:

(a) 50,83 N ; b) 37,14 N)

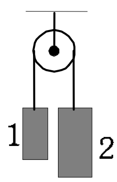


6.- Dos bloques de masas m_1 = 2 kg y m_2 = 4 kg, unidos por un hilo de masa despreciable, se encuentran sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento de cada bloque con el suelo es μ = 0,2. Se aplica al bloque m_1 una fuerza F de 20 N en una dirección que forma un ángulo de 30ı con la horizontal. Calcular la aceleración del sistema formado por los dos bloques y la tensión del hilo. *(a = 1,22 ms^{-2} , T = 12,88 N)*



7. En 1870, el científico británico Atwood construyó un aparato (conocido como *máquina de Atwood*) para medir la relación entre fuerza y aceleración. El esquema básico de la máquina es el que aparece en la figura: dos masas m_1 y m_2 suspendidas de una polea mediante un hilo. Calcular la aceleración con la que se moverán los bloques (suponiendo $m_2 > m_1$).

($a = (m_2 - m_1)\,g / (m_2 + m_1)$)



8. Empujamos horizontalmente un bloque de 50 kg sobre una superficie rugosa. Se observa que, para empujes pequeños, el bloque no se mueve. Si queremos mover el bloque, debemos realizar una fuerza superior a 250 N. Calcular a partir de estos datos el coeficiente estático de rozamiento entre el bloque y el plano. ($\mu = 0,5$)

9. Colocamos un bloque de 20 kg sobre una tabla rugosa. Vamos inclinando poco a poco la tabla. Al principio no se produce el deslizamiento. Al seguir inclinando y llegar a un ángulo de 30°, conseguiremos que el bloque deslice. Calcular el coeficiente estático de rozamiento entre el bloque y el plano. ($\mu = 0,57$)

10. Una locomotora tiene una masa de 10 toneladas, y arrastra una vagoneta de 5 toneladas. La fuerza que impulsa la locomotora es de 75000 N y el coeficiente de rozamiento con la vía es de 0,25. Calcular la aceleración que adquiere el tren, así como la fuerza que tienen que soportar los enganches entre vagones.
($a = 2,5\ m/s^2$; $T = 25000\ N$)

11 Una escopeta de 5 kg dispara una bala de 15 g con una velocidad de 500 m/s. Calcular la velocidad de retroceso de la escopeta. ($\vec{v}_e = -1,5\ \vec{i}\ \ m/s$)

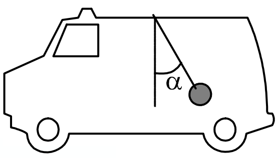
12. Un niño, cuya masa es de 40 kg, está encima de un monopatín, de 3 kg de masa,. En un instante, el niño salta hacia delante con una velocidad de 1 m/s. Calcular la velocidad con la que se mueve el monopatín.
($\vec{v} = -13,3\ \vec{i}\ \ m/s$)

13. Una persona de 60 kg corre , a 10 m/s, tras una vagoneta de 200 kg que se desplaza a 7 m/s. Cuando alcanza a la vagoneta, salta encima, continuando los dos juntos el movimiento. Calcular con qué velocidad se mueven tras subirse encima. ($\vec{v} = 7,7\ \vec{i}\ \ m/s$)

14.- Un hombre se encuentra sobre una báscula en el interior de un ascensor. Con el ascensor quieto la báscula marca 700 N. Calcular cuánto marcará si:

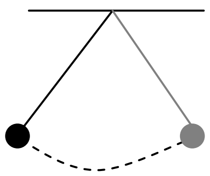
a) El ascensor sube con una velocidad constante de 5 m/s. *(700 N)*
b) El ascensor sube con una aceleración constante de 2 m/s^2 *(840 N)*
c) El ascensor baja con una aceleración constante de 2 m/s^2 *(560 N)*
d) La cuerda del ascensor se parte y éste cae en caída libre. *(0 N)*

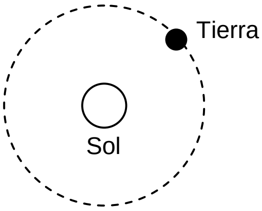
15.- Una furgoneta transporta en su interior un péndulo que cuelga del techo. Calcular el ángulo que forma el péndulo con la vertical en función de la aceleración de la furgoneta.
($\alpha = arctg\ (a/g)$)

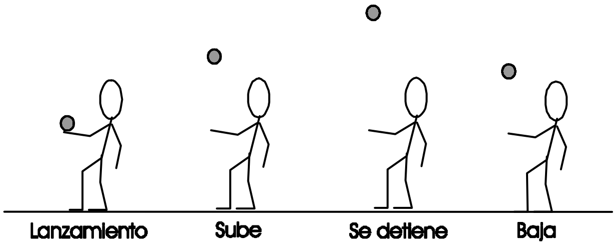


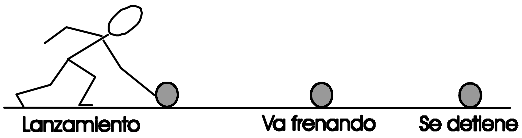
CUESTIONES TEÓRICAS:

1. Para las siguientes situaciones, identificar y dibujar las fuerzas que actúan:









2. ¿Por qué un imán se queda pegado a una pared metálica y no cae?

3. Llenamos de aire un globo y, sin anudar la boquilla, lo soltamos. Describir y razonar lo que ocurre

4. Razonar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones.

a) "*Para que un cuerpo esté en movimiento debe haber forzosamente una fuerza aplicada sobre el cuerpo en ese instante*"
b) "*Podemos arrastrar un cuerpo por una superficie aplicando una fuerza menor que su peso*".
c) "*Al chocar una bola de billar con otra de menor masa, la fuerza que la bola grande ejerce sobre la pequeña es mayor que la fuerza que la bola pequeña ejerce sobre la grande*".
d) "*El peso, la fuerza que la Tierra ejerce sobre los cuerpos, depende de la masa de cada cuerpo. Sin embargo, todos los cuerpos caen con la misma aceleración.*"
e) "*Si un cuerpo no está acelerado, no existe ninguna fuerza actuando sobre él*"
f) "*Un cuerpo se mueve siempre en la dirección de la fuerza resultante*"

5. Razonar, ayudándose de diagramas, qué tipo de movimiento tendrá una partícula material en las siguientes condiciones:

a) Ausencia de fuerzas.
b) Sobre la partícula actúa una fuerza constante.
c) Sobre la partícula actúa una fuerza que es siempre perpendicular al movimiento.

6. a) Dos observadores situados en SR inerciales miden el movimiento de una partícula. ¿Miden ambos observadores las mismas fuerzas aplicadas a la partícula? ¿Y la misma aceleración? ¿Y la misma velocidad?
b) Razone en qué cambiarían las respuestas a la cuestión anterior si uno de los dos observadores está en un sistema de referencia no inercial.

TEMA 1: DINÁMICA DE LA PARTÍCULA (II)

1.1 MOMENTO ANGULAR. MOMENTO DE UNA FUERZA. NOCIONES DE ESTÁTICA.

Momento angular de una partícula respecto a un punto. ($\vec{L}_O$):

Hasta ahora, para estudiar el movimiento de una partícula, hacíamos uso de las leyes de Newton. Estas leyes dan información sobre desplazamientos (permiten calcular aceleración, velocidad, trayectoria...) pero pierden utilidad cuando se trata de estudiar un cuerpo que gira, que da vueltas. Para estudiar las rotaciones usaremos una magnitud llamada momento angular (o momento cinético) respecto a un punto.

El momento angular de una partícula respecto a un punto O se define como $\vec{L}_O = \vec{r} \wedge \vec{p} = \vec{r} \wedge m \cdot \vec{v}$

Módulo: $L_O = r \cdot m \cdot v \cdot sen\alpha$ Unidades: $[L_O] = kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$

Dirección: Perpendicular a $\vec{r}$ y a $\vec{p}$. Indica el eje respecto al que gira el vector de posición.

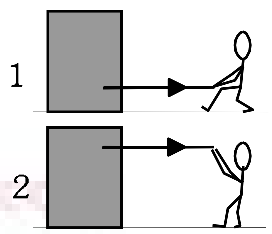
Sentido: Dado por la regla de la mano derecha al girar $\vec{r}$ sobre $\vec{p}$. Nos indica el sentido en el que gira el vector de posición respecto al punto O.

Punto de aplicación: el punto O.

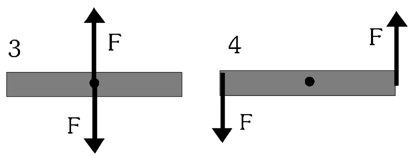
Momento de una fuerza respecto a un punto. ($\vec{M}_O$):

En el estudio que se ha hecho sobre las fuerzas en cursos anteriores, se consideraba a los cuerpos como partículas, es decir, como puntos. Todas las fuerzas que actuaban sobre la partícula se aplicaban en el mismo punto.

A partir de ahora vamos a tener en cuenta una situación más real. Los cuerpos tienen un tamaño y una forma determinada, y el punto en el que esté aplicada la fuerza tendrá mucha importancia. La misma fuerza puede producir diferentes efectos según sobre qué punto actúe. En el ejemplo de la figura, la persona tira de la caja aplicando la misma fuerza en los dos casos, pero en el primer caso la arrastrará, mientras que en el segundo caso es muy probable que la caja gire y vuelque.

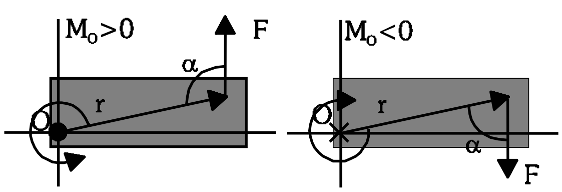


Veamos otro caso. Sobre la tabla de las figuras 3 y 4 actúan dos fuerzas iguales y de sentido contrario. Según la primera ley de Newton, como $\Sigma\vec{F} = 0$, las tablas no deberían desplazarse. Y eso ocurre, pero en la segunda tabla (4) sí se observa un movimiento: la tabla gira, aunque su centro se mantenga en el mismo sitio.



De los ejemplos anteriores vemos que **las fuerzas pueden producir** no sólo desplazamientos, sino también **giros de los cuerpos**. Y la intensidad de este giro dependerá del valor de la fuerza y del punto donde ésta esté aplicada.

Para estudiar la tendencia a girar que tendrá un cuerpo que sufre fuerzas, se define una magnitud física nueva, llamada **momento de la fuerza respecto a un punto**. ($\vec{M}_O$). Es una magnitud vectorial, dada por la expresión:



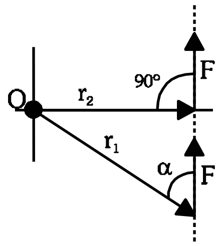
$$\vec{M}_O = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

Módulo: $M_O = r \cdot F \cdot sen\alpha$

Dirección: Perpendicular a r y F. Marca el eje respecto al que tiende a girar.

Sentido: Regla de la mano derecha.

Una propiedad muy útil del momento de una fuerza, es que su valor es el mismo si deslizamos la fuerza a lo largo de su recta soporte. Por ejemplo, en la figura, las dos fuerzas, de igual módulo y con la misma recta soporte, ejercen el mismo momento respecto a O.



Cuestión: ¿Por qué ejercen el mismo momento?

Esta propiedad puede usarse en los cálculos, trasladando la fuerza hasta el punto en el que nos sea más cómodo calcular su $\vec{M}_O$

Relación entre $\vec{L}_O$ y $\vec{M}_O$: Conservación del momento angular de una partícula:

Hemos visto que el momento angular $\vec{L}_O$ de una partícula se calcula con la expresión $\vec{L}_O = \vec{r} \wedge m \cdot \vec{v}$, e indicaba cómo giraba (hacia dónde y con qué intensidad) el vector de posición de la partícula respecto a O.

Vamos a estudiar qué factores pueden influir en que ese giro cambie (ya sea para ir más rápido, más lento, o girar respecto a otro eje). Para ello debemos estudiar su derivada:

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \frac{d(\vec{r} \wedge m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \wedge \sum \vec{F} = \sum \vec{M}_O \quad \rightarrow \quad \frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum \vec{M}_O$$

Es decir: "*El momento angular de una partícula respecto a un punto varía debido a la acción de los momentos (respecto al mismo punto) de las fuerzas aplicadas sobre la partícula*"

Podemos extraer también el Principio de conservación del momento angular: "*El momento angular de una partícula (su movimiento de giro) se mantendrá constante si y sólo si el momento total resultante sobre la partícula es cero*"

Esto ocurre en las siguientes situaciones:

- Que no haya fuerzas aplicadas
- Que haya fuerzas pero que sus momentos se anulen.
- Que las fuerzas estén aplicadas sobre el punto O ($\vec{r} = 0$)
- Que $\vec{r}$ y $\vec{F}$ sean paralelos. Esto es lo que ocurre en el caso de las *fuerzas centrales* (como la fuerza gravitatoria que sufren los planetas alrededor del Sol).

ESTÁTICA DE UN SISTEMA:

La estática es una rama de la Física que estudia el equilibrio de los cuerpos en reposo. Este estudio es muy importante en cualquier ingeniería y fundamental en arquitectura.

Para que un cuerpo esté en equilibrio estático debe cumplir dos condiciones: que no se desplace bajo la acción de las fuerzas, y que tampoco gire debido a las mismas. Es decir:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \qquad ; \qquad \Sigma\vec{M}_O = 0$$

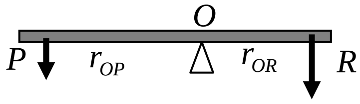
En general, cada condición da lugar a tres ecuaciones, una para cada componente (x,y,z), con lo que tendríamos que resolver un sistema de seis ecuaciones. En este curso nos limitaremos a resolver problemas sencillos, en el plano, con lo que las ecuaciones nos quedarán.

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \qquad \Sigma\vec{M}_O = 0 \quad \rightarrow \quad \Sigma M_{Oz} = 0$$

Un sistema de tres ecuaciones.

Aplicación: ley de la palanca.

El equilibrio de los momentos de las fuerzas aplicadas a un cuerpo tiene una aplicación práctica en la palanca (una barra rígida que puede girar respecto a un punto de apoyo O y que sufre dos fuerzas, denominadas potencia (P) y resistencia (R)).



Aplicando $\Sigma\vec{M}_O = 0$, llegamos a la conocida ley de la palanca $\qquad P \cdot r_{OP} = R \cdot r_{OR}$

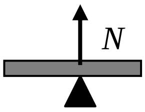
Ejercicio: Deducir la expresión de la ley de la palanca.

Reacciones en los apoyos:

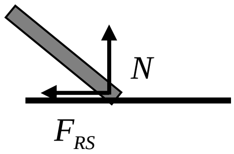
En los problemas de estática que hagamos en este curso, trabajaremos con objetos que podemos considerarlos aproximadamente como barras rígidas (una viga, un puente, una antena, una farola, una escalera, la articulación del brazo…) sobre las que actúan fuerzas aplicadas en diferentes puntos.

- La fuerza gravitatoria (peso) está aplicada sobre un punto llamado *centro de gravedad* (c.d.g). Si el cuerpo es un sólido regular y homogéneo (será así en todos los casos que veamos) el c.d.g. coincide con el centro del objeto.
- El cuerpo se mantiene en reposo debido a que está apoyado en otros objetos (el suelo, una pared, una cuerda, una bisagra…). Las fuerzas que aplican sobre el sólido, y que impiden su movimiento, se denominan en general *reacciones*. Veremos en este curso sólo algunos tipos de apoyo, los más sencillos, con sus reacciones.

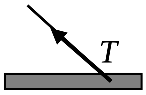
Apoyo sin rozamiento (apoyo simple)



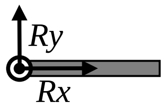
Apoyo con rozamiento



Cuerda (cable, cadena)



Bisagra



1.2 ENERGÍA. TIPOS.

Por energía entendemos la capacidad que posee un cuerpo para poder producir cambios en sí mismo o en otros cuerpos. Es una propiedad que asociamos a los cuerpos para poder explicar estos cambios.

Estamos acostumbrados a clasificar la energía por un criterio técnico: según la fuente de producción. Así hablamos de energía eólica, calorífica, nuclear, hidroeléctrica, solar, química...

Sin embargo, en Física es más útil establecer una clasificación en base a la razón por la que el cuerpo puede producir cambios. Tendremos entonces.

Energía cinética (Ec): Energía debida al movimiento del cuerpo. $Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Energía potencial (Ep): Debida a la acción de ciertas fuerzas que actúen sobre el cuerpo. Se denominan *fuerzas conservativas*, y las estudiaremos en el apartado 1.4. Según la fuerza que actúe, tendremos:
- Energía potencial gravitatoria (Ep_g): debida a la acción de la fuerza gravitatoria.
- Energía potencial electrostática (Ep_e): debida a la acción de la fuerza electrostática entre cargas.
- Energía potencial elástica (Ep_{el}): debida a la acción de la fuerza elástica (p.e. un muelle al comprimirlo o estirarlo).

Energía mecánica (E_M): Suma de las energías cinética y potencial del cuerpo. $E_M = Ec + Ep$

Energía interna (U): Debida a la temperatura del cuerpo y a su estructura atómico-molecular.

Unidades de energía: Cualquier forma de energía se mide en las mismas unidades: en el S.I es el Julio (J).

Otras unidades: caloría (cal): 1 cal = 4,18 J
ergio (erg): 1 erg = 10^{-7} J
kilovatio-hora (kW·h): 1 kW·h = $3,6 \cdot 10^6$ J

Transferencias de energía: calor y trabajo:

Al estudiar un sistema desde el punto de vista de la energía, podemos ver que en cualquier cambio que ocurra en el mismo tenemos una transferencia de energía entre unos cuerpos y otros (a veces en el mismo cuerpo). Así, al poner en contacto un cuerpo frío con otro caliente, el cuerpo frío aumenta su energía interna, a costa de disminuir la energía interna del cuerpo caliente, hasta llegar al equilibrio. En un cuerpo que cae en caída libre, aumenta su energía cinética a costa de la disminución de su energía potencial gravitatoria.

Estas transferencias de energía se pueden realizar de dos formas:

Por medio de un desplazamiento, bajo la acción de una fuerza: en ese caso se produce **trabajo**.

Debido a una diferencia de temperatura: se habla entonces de que se transfiere **calor**.

1.3 TRABAJO, CARACTERÍSTICAS. TEOREMA TRABAJO-ENERGÍA CINÉTICA.

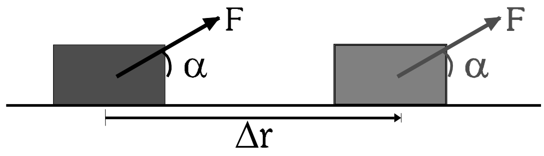
De lo comentado en el apartado anterior, vemos que el trabajo nos indica la energía transferida por la acción de una fuerza durante un desplazamiento del cuerpo.

Ejemplo: Una persona que suba un peso desde el suelo hasta un primer piso realiza un trabajo. Si sube hasta el segundo, realizará una trabajo doble, lo mismo que si sube el doble de peso hasta el primer piso. Sin embargo, si se limita a sostener el peso, sin desplazamiento, no realizará trabajo (perderá energía, eso sí, pero no realiza trabajo).

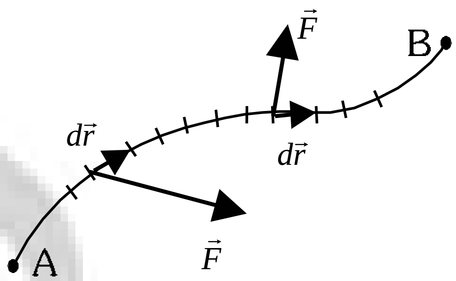
De este ejemplo vemos que en el trabajo influyen dos magnitudes: la fuerza aplicada y el desplazamiento realizado.

Si la fuerza que estamos aplicando es constante (en módulo, dirección y sentido), el trabajo que realiza dicha fuerza se calcula mediante la expresión:

$$W_{AB} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha$$



Cuando la fuerza aplicada no es constante, sino que varía para los diferentes puntos del desplazamiento (caso de la fuerza gravitatoria, que varía con la altura, o la fuerza elástica de un muelle, que aumenta al estirar), podemos descomponer el camino recorrido en trozos infinitamente pequeños ($d\vec{r}$), en los que podemos considerar que la fuerza aplicada apenas cambia, se mantiene constante. Así, en cada trozo infinitamente pequeño tendremos que la fuerza ha realizado un trabajo (también infinitamente pequeño) dado por $\vec{F} \cdot d\vec{r}$. Para calcular el trabajo total, tendremos que sumar todos esos trabajos infinitamente pequeños a lo largo del recorrido. Esa operación matemática es una integral definida entre los puntos A y B. Así el trabajo nos quedará $W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$



Si desarrollamos el producto $\vec{F} \cdot d\vec{r}$ con sus componentes

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B (F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}) \cdot (d_x\vec{i} + d_y\vec{j} + d_z\vec{k}) = \int_A^B (F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz) =$$

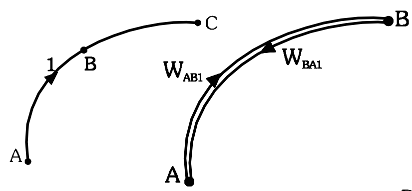
$$= \int_{xA}^{xB} F_x \cdot dx + \int_{yA}^{yB} F_y \cdot dy + \int_{zA}^{zB} F_z \cdot dz$$

Propiedades del trabajo:

Unidades: $[W] = N \cdot m = J$

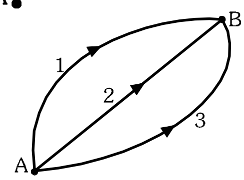
Signo del trabajo: W > 0 → la fuerza favorece el desplazamiento (al menos una componente)
W < 0 → la fuerza se opone al desplazamiento (al menos una componente)
W = 0 → la fuerza es perpendicular al desplazamiento

Aditividad: $W_{AC} = W_{AB} + W_{BC}$ El trabajo entre dos puntos puede descomponerse.



Reversibilidad: Al invertir el sentido del recorrido (siempre que sigamos el mismo camino) el trabajo cambia de signo ($W_{AB1} = -W_{BA1}$)

Dependencia del camino: En general, el trabajo realizado por una fuerza entre dos puntos depende del camino seguido. Es decir, la fuerza realiza diferente trabajo según el recorrido. Esto ocurre con la mayoría de las fuerzas.



Sin embargo, existe un tipo de fuerzas para las que el trabajo que realizan no depende del camino seguido. Únicamente depende (dicho trabajo) de los puntos inicial y final del recorrido. Reciben el nombre de *fuerzas conservativas*, y las estudiaremos en el siguiente apartado.

Teorema trabajo-energía cinética: (También llamado *Teorema de las fuerzas vivas*)

Este teorema nos proporciona la relación existente entre trabajo y energía cinética, y justifica por qué la expresión de la energía cinética es la que es.

Supongamos un cuerpo con diversas fuerzas actuando sobre él. Debido a la acción de dichas fuerzas, el cuerpo se desplaza. El trabajo total realizado por el cuerpo será: $W_{TOT} = \Sigma W = \int_A^B \Sigma \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Ahora bien, según la segunda ley de Newton: $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$ sustituyendo esto en la expresión del trabajo:

$$W_{TOT} = \Sigma W = \int_A^B \Sigma \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = m \cdot \int_A^B \vec{v} \cdot d\vec{v} = m \cdot \left[\frac{|\vec{v}|^2}{2} \right]_A^B = \tfrac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \tfrac{1}{2} m \cdot v_A^2 = Ec_B - Ec_A$$

En resumen, llegamos a la conclusión de que $W_{TOT} = \Delta Ec = Ec_B - Ec_A$

Esto se conoce como *Teorema Trabajo-Energía cinética*, y puede interpretarse de la forma siguiente: "*El trabajo total realizado sobre un cuerpo se invierte en variar su energía cinética, y es igual a dicha variación*".

Potencia (P): Cuando calculamos el trabajo realizado por una fuerza aplicada a un cuerpo, tenemos en cuenta la fuerza y el desplazamiento, pero no el tiempo que se ha invertido en el desplazamiento. Así, una grúa, al levantar un peso de 1000 N una altura de 10 m, realiza un trabajo de 10000 J, independientemente de que tarde un minuto o tres horas en levantarlo. El gasto energético es el mismo, pero hay diferencias entre ambos casos. Esta diferencia se refleja con una magnitud denominada potencia. Indica la rapidez con la que se realiza la transferencia de energía $P = \frac{W}{\Delta t}$ Unidades: $[P] = \frac{J}{s} = Vatio\ (W)$

Una máquina que realice el mismo trabajo en menos tiempo tendrá una mayor potencia.

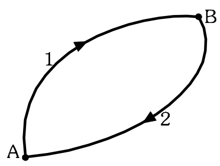
1.4 FUERZAS CONSERVATIVAS. ENERGÍA POTENCIAL.

Una fuerza es conservativa cuando, al calcular el trabajo que realiza en un desplazamiento entre dos puntos, el resultado no depende del camino que se haya seguido. Este trabajo depende sólo de los puntos inicial y final.

(Son fuerzas conservativas la fuerza gravitatoria, la elástica y la electrostática)

<u>Consecuencias</u>:

- Supongamos un camino cerrado, en el que volvemos al mismo punto de partida. Lo descomponemos en dos trozos, de forma que el trabajo total será $W_{TOT} = W_{AB1} + W_{BA2}$



Ahora bien, $W_{BA2} = -W_{AB2}$ y $W_{AB2} = W_{AB1}$ con lo que nos queda que

$W_{TOT} = W_{AB1} - W_{AB1} = 0$

Si una fuerza es conservativa, el trabajo que realiza en cualquier recorrido cerrado es siempre cero.(esto se expresa de esta forma: $\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$)

- Ya que el trabajo de las fuerzas conservativas sólo depende de los puntos inicial y final, podemos aprovechar esto para calcularlo de forma más fácil (es decir, ahorrarnos el hacer la integral). Para ello usamos el concepto de energía potencial.

La energía potencial es la *energía almacenada por un cuerpo cuando sobre éste actúa una fuerza conservativa*. Decimos que el cuerpo tiene almacenada una cierta energía potencial Ep_A en el punto A, y otra energía potencial Ep_B en el punto B. De esta forma, el trabajo realizado por la fuerza al desplazarse entre A y B, coincide con el cambio en dicha energía potencial. Así

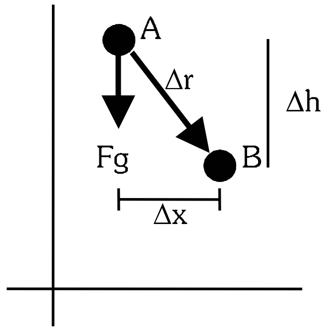
$$W_{FC} = -\Delta Ep = Ep_A - Ep_B$$

Observamos que definimos la energía potencial de forma que siempre calculamos diferencias de energía entre dos valores. De hecho, sabemos la diferencia, no el valor concreto en cada punto.

Para tener un valor en cada punto, debemos establecer un origen de potencial , un punto en el que digamos que la energía potencial vale cero. Según el punto que se escoja obtendremos una fórmula para la Ep u otra.

Cálculo de la Ep asociada a una fuerza conservativa: La expresión de la Ep se calcula a partir del trabajo realizado por la fuerza $W_{FC} = -\Delta Ep$ → $\int_A^B \vec{F}_C \cdot d\vec{r} = Ep_A - Ep_B$ Habrá que calcular la integral en general, y la fórmula que resulte será la que usemos, una vez hayamos escogido el origen de potencial

Energía potencial gravitatoria (considerando $g \approx cte$, en la superficie terrestre)



Partiendo de la expresión que define a la energía potencial:

$W_{Fg} = -\Delta Ep_g \quad \rightarrow \quad Ep_A - Ep_B = W_{Fg}$

Como estamos considerando la fuerza gravitatoria como constante $\vec{F}_g = m \cdot \vec{g} = c\vec{t}e$, el trabajo realizado en un desplazamiento cualquiera entre dos puntos A y B puede calcularse con la expresión

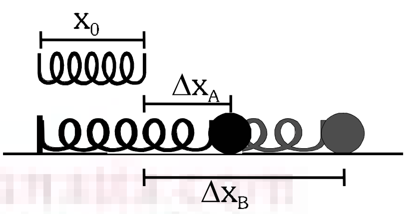
$$W_{Fg} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = (-mg\,\vec{j}) \cdot (\Delta x\vec{i} + \Delta h\vec{j}) = -mg\Delta h = m \cdot g \cdot h_A - m \cdot g \cdot h_B$$

Así, tenemos que $Ep_{gA} - Ep_{gB} = W_{Fg} = m \cdot g \cdot h_A - m \cdot g \cdot h_B$

Eligiendo el origen para la energía potencial en el punto de altura 0. $Para\ h_B = 0 \rightarrow Ep_B = 0$

Y la fórmula nos quedará, para cualquier punto $Ep_g = m \cdot g \cdot h \quad (origen\ en\ h = 0)$

Energía potencial elástica:



Es la energía que almacena un resorte (un muelle) o algún cuerpo elástico al ser estirado o comprimido.

Partiendo de la expresión que define a la energía potencial,

$W_{Fel} = -\Delta Ep_{el} \quad \rightarrow \quad Ep_A - Ep_B = W_{Fel}$

En este caso, la fuerza elástica no es constante, sino que varía según el desplazamiento $\vec{F}_{el} = -K \cdot \Delta\vec{r} = -K \cdot \Delta x \cdot \vec{i}$

El desplazamiento desde la posición de equilibrio será: $\Delta x = x - x_0$

El trabajo realizado por la fuerza elástica entre dos puntos:

$$W_{el} = \int_A^B \vec{F}_{el} \cdot d\vec{r} = \int_A^B -K \cdot \Delta x \cdot \vec{i} \cdot dx \cdot \vec{i} = -K \cdot \int_A^B \Delta x \cdot dx = -K \cdot \left[\frac{(\Delta x)^2}{2}\right]_{xA}^{xB} = \tfrac{1}{2} K \cdot (\Delta x_A)^2 - \tfrac{1}{2} K \cdot (\Delta x_B)^2$$

Así, $Ep_A - Ep_B = W_{Fel} = \tfrac{1}{2} K \cdot (\Delta x_A)^2 - \tfrac{1}{2} K \cdot (\Delta x_B)^2$ elegimos origen, para $x_B = x_0 \rightarrow \begin{matrix} \Delta x_B = 0 \\ Ep_B = 0 \end{matrix}$

Con lo que la expresión nos queda $Ep_{el} = \tfrac{1}{2} K \cdot (\Delta x)^2$ origen en x = x_0, la posición de equilibrio del muelle

1.5 ENERGÍA MECÁNICA. CONSERVACIÓN.

Como ya habíamos comentado, la energía mecánica de un cuerpo se definía como la suma de las energías cinética y potencial que posee dicho cuerpo.

$$E_M = Ec + Ep = Ec + (Ep_g + Ep_e + Ep_{el})$$

Conservación de la energía mecánica: Relación entre E_M y el trabajo de las fuerzas aplicadas.

Cuando se produce un cambio en la energía mecánica de un cuerpo, esto será debido a que cambia alguna de las energías que la componen (energía cinética, potencial). Así: $\Delta E_M = \Delta Ec + \Delta Ep$

Pero, según hemos visto en apartados anteriores. $\Delta Ec = W_{TOT}$ $\Delta Ep = -W_{FC}$

Con lo cual, nos queda $\Delta E_M = W_{TOT} - W_{FC} = W_{FNC}$

Es decir, *son las fuerzas no conservativas aplicadas al cuerpo las que hacen que cambie su energía mecánica*.

Dicho de otra forma: *Si sobre un cuerpo actúan fuerzas no conservativas y éstas realizan trabajo, la energía mecánica del cuerpo variará*. Esas fuerzas no conservativas pueden hacer que la E_M aumente o disminuya. En ese último caso se dice que la fuerza es *disipativa* (p.e. el rozamiento)

<u>Principio de conservación de la enegía mecánica</u>:

De lo anterior podemos extraer una nueva lectura, que se conoce como "principio de conservación de la energía mecánica".

Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas no conservativas, o éstas no realizan trabajo, la energía mecánica del cuerpo se mantendrá constante $si \quad W_{FNC} = 0 \rightarrow \Delta E_M = 0 \rightarrow E_M = cte$.

1.6 INTERACCIONES FUNDAMENTALES EN LA NATURALEZA.

A la hora de intentar establecer una clasificación de las distintas interacciones (fuerzas) existentes en la naturaleza, podría parecernos, a primera vista, que existe una gran variedad de ellas. Sin embargo, observando las interacciones a nivel atómico, nos damos cuenta de que todas las debidas al contacto entre dos cuerpos (tirar de algo, empujar, sostener, normales, rozamientos) se explican mediante la repulsión entre los electrones superficiales de ambos cuerpos. Es decir, son fuerzas de naturaleza eléctrica. Sin embargo, la fuerza que la Tierra hace sobre cualquier cuerpo debe ser explicada mediante una interacción de otro tipo: la gravitatoria.

Actualmente sabemos que cualquier fenómeno que ocurra en la naturaleza puede ser explicado mediante únicamente cuatro interacciones, llamadas **interacciones fundamentales**. Son interacciones *a distancia* (sin contacto entre los cuerpos). Describimos a continuación brevemente sus características:

Interacción Gravitatoria:

Afecta a cuerpos con **masa**. Es, por tanto, una interacción **universal**.
Es siempre **atractiva** (tiende a acercar ambos cuerpos).
Es de **largo alcance** (alcance infinito), disminuyendo su intensidad con el **cuadrado de la distancia**.
Es **la más débil** de las cuatro interacciones. Su constante característica, $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^2 Kg^{-2}
Su intensidad es **independiente del medio** en el que estén ambos cuerpos (aire, agua, vacío...)

<u>Explica</u>: Peso, caída de los cuerpos, movimiento de planetas, galaxias...

Interacción Electromagnética:

Afecta a cuerpos con **carga eléctrica**. La carga puede ser positiva o negativa.
Puede ser **atractiva o repulsiva**, según el signo de las cargas.
Es de **largo alcance** (infinito), disminuyendo su intensidad con el **cuadrado de la distancia**.
Es una interacción **fuerte**. Su constante característica, $K = 9 \times 10^9$ N m^2 C^{-2} (en el vacío)
Su intensidad **depende del medio** en el que estén ambos cuerpos.

Explica: Fuerzas por contacto, estructura de átomos y moléculas, reacciones químicas, fenómenos eléctricos y magnéticos.

Interacción Nuclear Fuerte:

Afecta a **partículas nucleares** constituidas por quarks (protones, neutrones...). No afecta a los electrones.
Es **atractiva**.
Es de **muy corto alcance** (aprox. 10^{-15} m, el tamaño del núcleo atómico)
Es **la más fuerte** de las interacciones (con mucha diferencia).

Explica: Estructura del núcleo atómico, reacciones nucleares, algunas desintegraciones radiactivas...

Interacción nuclear débil:

Afecta a las partículas llamadas **leptones** (electrón, neutrinos...)
No es propiamente atractiva ni repulsiva. Es responsable de la transformación de unas partículas en otras
Es de **muy corto alcance** (aprox 10^{-16} m)
Es una interacción **débil**, aunque más fuerte que la gravitatoria.

Explica: Radiactividad, cambios en partículas subatómicas, supernovas...

Orden de intensidad: Nuclear fuerte > Electromagnética > Nuclear débil > Gravitatoria

Actualmente se intenta agrupar estas cuatro interacciones fundamentales en una única teoría (TGU, o Teoría de la Gran Unificación). A finales del S. XIX, Maxwell juntó las interacciones eléctricas y magnéticas. En la década de los 60 se construyó la teoría *electrodébil* (nuclear débil y electromagnética), y últimamente se ha conseguido añadir la nuclear fuerte. Sin embargo, la interacción gravitatoria se escapa a una unificación (aunque existen teorías que intentan incluirla, como las *supercuerdas*, la *cromodinámica cuántica*, el espacio de once dimensiones...)

PROBLEMAS TEMA 1: DINÁMICA DE LA PARTÍCULA (II)

1.- Una partícula de masa 2 kg, y cuya posición respecto al origen en un determinado instante viene dada por $\vec{r} = 3\vec{i} + \vec{j}$ (m), se mueve en ese mismo instante con una velocidad $\vec{v} = 2\,\vec{i}$ (m/s). Calcular:

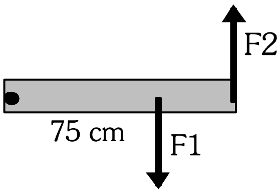
a) Cantidad de movimiento de la partícula. *($4\,\vec{i}$ kg m s^{-1})*

b) Momento angular respecto al origen. *($-4\,\vec{k}$ kg m^2 s^{-1})*

c) Repetir el problema si $\vec{v} = \vec{i} - 2\,\vec{j} + 3\,\vec{k}$ m/s. *($\vec{p} = 2\,\vec{i} - 4\,\vec{j} + 6\,\vec{k}$ kg m s^{-1} ; $\vec{L}_O = 6\,\vec{i} - 18\,\vec{j} - 14\,\vec{k}$ kg m^2 s^{-1})*

2.- Un LP de vinilo (de 30 cm de diámetro) gira en sentido horario a 33 rpm. Una mosca se posa en el extremo del disco, y da vueltas al mismo ritmo. Calcular el momento angular de la mosca respecto al centro del disco, suponiendo que su masa es de 0,05 g. *($\vec{L}_O = -3{,}89 \cdot 10^{-6}\,\vec{k}$ kg m^2 s^{-1})*

3.- La figura representa una tabla de 1 m de longitud clavada por un extremo mediante un clavo que permite que la tabla gire. Si aplicamos las fuerzas indicadas: F_1 de 160 N, y F_2 de 100 N:

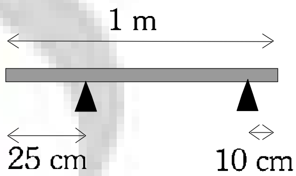


a) ¿Girará la barra? Si lo hace ¿En qué sentido?

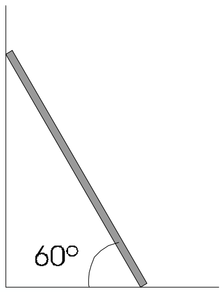
b) Calcular la resistencia que opone el clavo al desplazamiento de la barra.

($\vec{R} = 60\,\vec{j}$ N)

4.- Una viga de 50 kg está apoyada horizontalmente sobre dos soportes, como indica la figura. Calcular la fuerza que ejerce cada soporte. *(R_1 = 307,7 N , R_2 = 192,3 N)*



5.- Una escalera de 10 kg y 2m de largo está apoyada sobre una pared formando un ángulo de 60º con el suelo. Entre la escalera y la pared no existe rozamiento, y entre la escalera y el suelo el coeficiente estático de rozamiento es de 0,4.

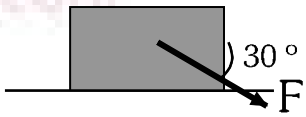


a) Calcular las reacciones del suelo y la pared.

(N_{PARED} = 28,9 N , N_{SUELO} = 100 N , F_R = 28,9 N)

b) ¿Qué ocurriría si el coeficiente de rozamiento se redujese a la mitad?

6. Una fuerza de 130 N actúa sobre un bloque de 9 kg como se indica en el dibujo. Si μ = 0,3 calcula el trabajo que realiza cada fuerza de las que actúan sobre el cuerpo cuando el bloque se mueve 3 m a la derecha.



($W_N = W_P = 0$ J, $W_{Fr} = -139{,}5$ J, $W_F = 337{,}7$ J)

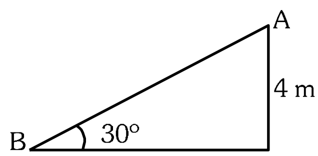
7. Calcular el trabajo que realizan las siguientes fuerzas en un desplazamiento horizontal desde 1 m a la derecha del origen, hasta 2 m a la derecha.

a) $\vec{F}_1 = (x^2 + 3x + 1)\,\vec{i} + x^2\,\vec{j}$ N *(7,84 J)*

b) $\vec{F}_2 = (2 - 3x^2)\,\vec{i} + 5\,\vec{j}$ N *(- 5 J)*

c) $\vec{F}_3 = (4x^3 + 2x^2 - x)\,\vec{i} + 7x^2\,\vec{j}$ N *(18,16 J)*

8. Bajamos una caja de 10 kg desde un piso (A) hasta el punto B en el suelo de dos formas diferentes: 1) descolgándola con una cuerda hasta el suelo y luego arrastrándola horizontalmente. 2) deslizando la caja por una rampa inclinada 30º. Calcular el trabajo realizado por la fuerza peso por cada uno de los caminos seguidos. ¿Es lógico que salga el mismo resultado por ambos caminos? Razonar.



(400 J por ambos caminos)

9 Sobre una partícula actúa una fuerza $\vec{F} = 2xy\ \vec{i} + x^2\ \vec{j}$ (N). Calcular el trabajo realizado al desplazar la partícula desde el punto (0,0) al (2,4) (m.):
a) A lo largo del eje 0X desde (0,0) al (2,0) y después paralelamente al eje 0Y desde (2,0) hasta (2,4).
b) A lo largo del eje 0Y desde (0,0) hasta (0,4) y después paralelamente al eje 0X desde (0,4) hasta (2,4)
c) A lo largo de la recta que une los dos puntos. *(Sol: 16 J a lo largo de los tres caminos)*

10. Una partícula está sometida a una fuerza $\vec{F} = xy\ \vec{i}$ (N), en la que x e y son coordenadas del punto del plano en el que está el cuerpo en cada instante, en metros. Calcular el trabajo realizado por tal fuerza al desplazar la partícula desde (0,3) hasta (3,0) (m):

a) A lo largo de la recta que une los puntos *(4,5 J)*
b) A lo largo del camino (0,3) → (3,3) → (3,0). *(13,5 J)*
c) ¿Es conservativa esa fuerza?

11. Una partícula está sometida a $\vec{F} = 6xy\ \vec{i} + (3x^2 - 3y^2)\ \vec{j}$ (N). Calcular el trabajo realizado por tal fuerza al desplazar la partícula del punto (0,0) al (1,1) (m.):

a) A lo largo del camino (0,0) → (1,0) → (1,1) *(2 J)*
b) A lo largo de la recta y = x *(2 J)*

12. Un bloque de 5 kg desliza con velocidad constante por una superficie horizontal mientras se le aplica una fuerza de 10 N, paralela a la superficie.
a) Dibujar en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque y explicar el balance trabajo-energía en un desplazamiento del bloque de 0,5 m.
b) Dibujar en otro esquema las fuerzas que actuarían sobre el bloque si la fuerza que se le aplica fuera de 30 N en una dirección que forma 60º con la horizontal, e indicar el valor de cada fuerza. Calcular la variación de energía cinética del bloque en un desplazamiento de 0,5 m. ($\Delta Ec = 5{,}1\ J$)

13. Un trineo de 100 kg parte del reposo y desliza hacia abajo por la ladera de una colina de 30º de inclinación respecto a la horizontal.
a) Haga un análisis energético del desplazamiento del trineo suponiendo que no existe rozamiento y determine, para un desplazamiento de 20 m, la variación de sus energías cinética, potencial y mecánica, así como el trabajo realizado por el campo gravitatorio terrestre. ($\Delta Ec = 10000\ J$, $\Delta Ep_g = -10000\ J$, $\Delta E_M = 0\ J$, $W_{Fg} = 10000\ J$)
b) Explique, sin necesidad de cálculos, cuáles de los resultados del apartado a) se modificarán y cuáles no, si existiera rozamiento.

14. Un bloque de 5 kg se desliza por una superficie horizontal lisa con una velocidad de 4 m/s y choca con un resorte de masa despreciable y K = 800 N/m, en equilibrio y con el otro extremo fijo. Calcular:

a) Cuánto se comprime el resorte.
b) Desde qué altura debería caer el bloque sobre el resorte, colocado verticalmente, para producir la misma compresión. (*a)* $\Delta x = 0{,}31\ m$; *b)* $h = 0{,}8\ m$)

15. Un muelle de constante elástica 250 N m^{-1}, horizontal y con un extremo fijo, está comprimido 10 cm. Un cuerpo de 0,5 kg, situado en su extremo libre, sale despedido al liberarse el muelle.
a) Explique las variaciones de energía del muelle y del cuerpo, mientras se estira el muelle.
b) Calcule la velocidad del cuerpo en el instante de abandonar el muelle. (*2,24 m/s*)

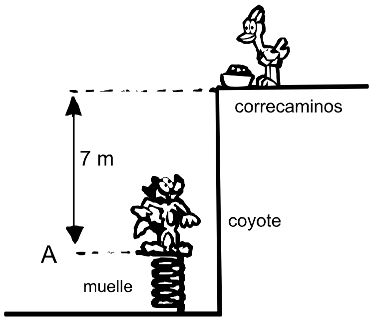
16. Un bloque de 5 kg desliza sobre una superficie horizontal. Cuando su velocidad es de 5 m s^{-1} choca contra un resorte de masa despreciable y de constante elástica K = 2500 N m^{-1}. El coeficiente de rozamiento bloque-superficie es 0,2.
a) Haga un análisis energético del problema.
b) Calcule la longitud que se comprime el resorte. ($\Delta x = 0{,}22\ m$)
c) Tras la compresión máxima, el muelle vuelve a descomprimirse y el bloque sale despedido hacia atrás. Calcule la distancia que recorre el bloque hasta que se para. ($\Delta r = 6\ m$ *aprox.*)

17. Un cuerpo se lanza hacia arriba por un plano sin rozamiento inclinado 30º, con velocidad inicial de 10 m s^{-1}.
a) Explique cómo varían las energías cinética, potencial y mecánica del cuerpo durante la subida.
b) ¿Cómo variaría la longitud recorrida si se duplica la velocidad inicial? ¿y si se duplica el ángulo del plano?
(*duplicando v, se cuadruplica d ; duplicando el ángulo, d es 0,58 veces la d inicial.*)

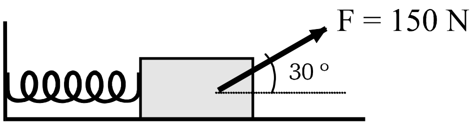
18. En vista de su mala suerte, el coyote ha decidido atrapar al correcaminos alcanzándolo por sorpresa cuando pare a comer usando para ello un muelle marca ACME según el siguiente esquema:

Calcular hasta qué altura medida desde el punto A subirá el coyote si K= 7050 N/m, la masa del coyote es 50 kg, la fuerza de rozamiento entre el coyote y el aire puede suponerse constante y de 12,5 N y la compresión inicial del muelle es 1m. ¿Cogerá el coyote al correcaminos?

(*6,87 m. Evidentemente, no lo coge*.)

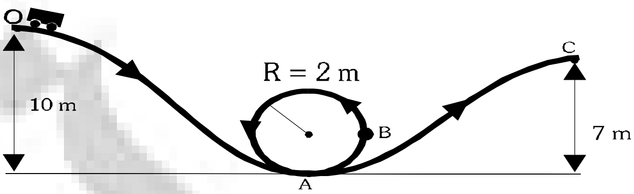


19.- Un bloque de 20 kg se encuentra sobre una superficie horizontal unido a uno de los extremos de un resorte de K = 100 N/m, en equilibrio y con el otro extremo fijo. se tira del bloque con una fuerza de 150 N en una dirección que forma un ángulo de 30º con la horizontal hasta desplazar el bloque una longitud de 0,5 m. Si el coeficiente de rozamiento es 0,4 calcular el trabajo de la fuerza de rozamiento, y la velocidad. (*-25 J ; v = 1,65 m/s*)



20.- ¿Qué velocidad tendrá un vagón de una montaña rusa sin rozamiento en los puntos A, B y C de la figura, si el carrito parte de O con v_0 = 0 m/s ?

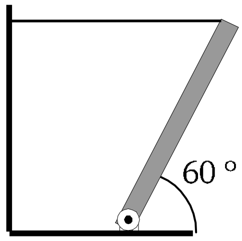
(v_A= *14,14 m/s* ; v_B =*12,65 m/s* ; v_C = *7,74 m/s*)



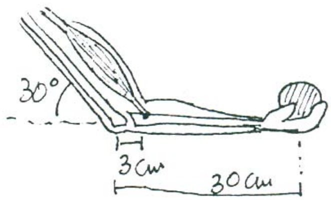
21. Se lanza un cuerpo por un plano horizontal con una velocidad de 6 m s^{-1}. Si μ = 0,3 ¿Qué distancia recorrerá el cuerpo hasta que se pare? (*6 m*)

22. Un puente levadizo de madera mide 5 m y tiene una masa de 400 kg, y está dispuesto como indica la figura. Calcule la tensión del cable y las reacciones que ejerce la bisagra.

(Sol: T= 1155 N, Rx = 1155 N, Ry = 4000 N (resultados en módulo))



23. Las articulaciones del cuerpo humano pueden estudiarse como palancas, como puede ser el codo que aparece en la figura. Calcular la fuerza que debe ejercer el bíceps (músculo) sobre el hueso para sostener un peso de 5 kg en la mano, y las reacciones en el codo. Considerar el antebrazo como un cuerpo homogéneo de 2 kg de masa.
(Pista: Considera el codo como una bisagra y el músculo como una cuerda que ejerce tensión.) (Sol: T=1200 N, Rx =1039 N, Ry =530 N (resultados en módulo))



CUESTIONES TEÓRICAS:

1. a) ¿Qué trabajo se realiza al sostener un cuerpo durante un tiempo t? Razonar.
b) ¿Qué trabajo realiza la fuerza peso de un cuerpo si éste se desplaza una distancia por una superficie horizontal? Razonar.

2. a) ¿Puede un mismo cuerpo tener más de una forma de energía potencial? Razone la respuesta aportando algunos ejemplos.
b) Si sobre un cuerpo actúan tres fuerzas conservativas de distinta naturaleza y una no conservativa, ¿cuántos términos de energía potencial hay en la ecuación de la energía mecánica de esa partícula? Cómo aparece en dicha ecuación la contribución de la fuerza no conservativa?.

3. a) ¿Es la fuerza de rozamiento una fuerza conservativa? ¿Por qué?
b) ¿Es cierto que cuando se transporta un bloque a velocidad constante sobre una superficie horizontal sin rozamiento no se realiza ningún trabajo?
c) ¿Se realiza trabajo al mover un cuerpo con velocidad constante a lo largo de una circunferencia sin rozamiento? ¿Y con rozamiento?

4. Cuáles de las siguientes afirmaciones son falsas:
a) El trabajo realizado por una fuerza conservativa cambia la energía cinética.
b) El trabajo realizado por una fuerza conservativa cambia la energía potencial.
c) El trabajo realizado por una fuerza conservativa cambia la energía mecánica.

5. a) ¿Depende la Ec del sistema de referencia escogido? ¿y la Ep? Razonar.
b) ¿Puede ser negativa la Ec de una partícula? ¿Y la Ep? En caso afirmativo, explique el significado físico.
c) ¿Se cumple siempre que el aumento de Ec de una partícula es igual a la disminución de su Ep? Razonar.

6. Comente las siguientes frases: a) la energía mecánica de una partícula permanece constante si todas las fuerzas que actúan sobre ella son conservativas; b) si la energía mecánica de una partícula no permanece constante, es porque una fuerza disipativa realiza trabajo.

7. Comentar las siguientes afirmaciones, razonando si son verdaderas o falsas:
a) Existe una función energía potencial asociada a cualquier fuerza.
b) El trabajo de una fuerza conservativa sobre una partícula que se desplaza entre dos puntos es menor si el desplazamiento se realiza a lo largo de la recta que los une.

8. Un partícula se mueve bajo a acción de una sola fuerza conservativa. El módulo de su velocidad decrece inicialmente, pasa por cero momentáneamente y más tarde crece.
a) Poner un ejemplo real en que se muestre este comportamiento.
b) Describir la variación de energía potencial y la de la energía mecánica de la partícula durante ese movimiento.

9. Una fuerza conservativa actúa sobre una partícula y la desplaza, desde un punto x_1 hasta otro punto x_2, realizando un trabajo de 50 J.
a) Determinar la variación de energía potencial de la partícula en ese desplazamiento. Si la energía potencial de la partícula es cero en x_1, ¿cuánto valdrá en x_2?
b) Si la partícula, de 5 g, se mueve bajo la influencia exclusiva de esa fuerza, partiendo del reposo en x_1, ¿cuál será la velocidad en x_2?, ¿cuál será la variación de energía mecánica?

10. Sobre un cuerpo actúan sólo dos fuerzas. La primera realiza un trabajo de -10 J, y la segunda un trabajo de 15 J. Medimos que la energía mecánica del sistema aumenta en 15 J. ¿Es conservativa alguna de las fuerzas aplicadas? ¿Qué ocurrirá con la energía cinética del cuerpo? Razonar.

11. Sobre un cuerpo actúan dos fuerzas, una conservativa, y otra no conservativa. La primera realiza un trabajo de 30 J, y la segunda un trabajo de –20 J. Razone qué conclusiones podemos extraer sobre los distintos tipos de energía que posee el cuerpo.

TEMA 2: INTERACCIÓN GRAVITATORIA

2.1 INTERACCIÓN GRAVITATORIA; LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Introducción histórica:

La interacción gravitatoria es, de las cuatro interacciones fundamentales, la única conocida desde la antigüedad, si bien no fue explicada hasta finales del s. XVII. El hecho de que los cuerpos caen a la Tierra era considerado como algo natural, aunque no se creía que el movimiento de la Luna o los Planetas tuviera alguna relación con la gravedad.

Las ideas sobre la gravitación y la estructura del universo han ido evolucionando a lo largo de la historia. Hacemos aquí un breve resumen de las ideas principales.

Antigüedad: El conocimiento sobre el universo está ligado a creencias y mitología. Se plantea una distinción clara entere el Cielo (perfecto, la morada de los dioses) y la Tierra (imperfecta, morada de los hombres). Se cree que las Tierra es plana e inmóvil y que el universo no alcanza más allá de unos pocos km sobre la superficie.

Grecia Clásica: Teoría Geocéntrica: Tierra esférica, inmóvil en el centro del universo. El Sol y los planetas giran alrededor.

Aristóteles (s. IV a.C): Consolida la teoría geocéntrica. Los Planetas siguen órbitas circulares.

Aristarco de Samos (s. III a.C): Propone que la Tierra gira alrededor del Sol. Es poco tenido en cuenta.

Ptolomeo (s. II d.C): Amplía el sistema. Geocéntrico para explicar nuevas observaciones. Idea los epiciclos. Este sistema prevalecerá durante 1300 años.

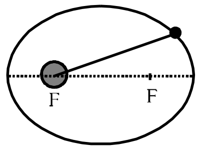
Edad Media: Se mantiene la teoría geocéntrica. El sistema de Tolomeo se complica cada vez más para poder explicar las observaciones.

Los Matemáticos árabes mejoran la medida de la posición de estrellas y planetas.

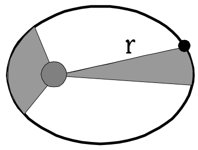
Ed. Moderna: *Copérnico* (1543): Critica el geocentrismo. Propone la Teoría Heliocéntrica. Los planetas (incluida la Tierra) giran alrededor del Sol siguiendo órbitas circulares

Galileo Galilei (s.XVII): Desarrolla el telescopio. Descubre los satélites de Júpiter. Apoya la teoría heliocéntrica de Copérnico. Es perseguido por sus ideas.

Kepler (s. XVII): Basándose en observaciones de estudiosos anteriores, calcula las órbitas de los planetas, llegando a describirlas en tres leyes (conocidas como *Leyes de Kepler*):



1ª: *Los planetas, incluida la Tierra, giran alrededor del Sol, describiendo órbitas elípticas, en las que el Sol ocupa uno de los focos.*



2ª: *El vector de posición del planeta barre áreas iguales en tiempos iguales.*

3ª: *El cociente entre el cuadrado del periodo de revolución y el cubo del radio medio de la órbita es una constante para todos los planetas.*

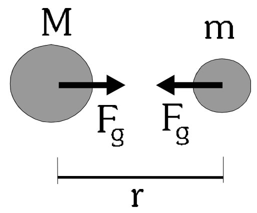
$$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = cte}$$

Newton (1684): Explica y describe la interacción gravitatoria, unificando la gravedad terrestre (caída de cuerpos, movimientos parabólicos) y gravedad celeste (movimiento de los planetas y satélites). La explicación de esto queda recogida en la *Ley de gravitación universal*:

"*Entre dos cuerpos cualesquiera, de masas M y m, existe una atracción gravitatoria mutua, que es directamente proporcional a sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.*"
Esta ley queda recogida en las siguientes expresiones

En módulo $F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$

$$\boxed{\vec{F_g} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \vec{u_r}}$$



La constante G, denominada constante de gravitación universal, fue calculada por Cavendish en 1798. Tiene el valor de

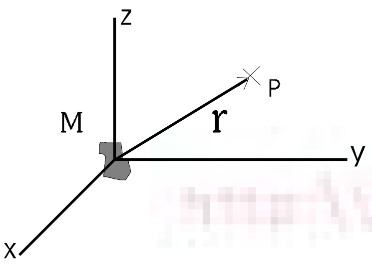
$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$$

Características de la interacción gravitatoria:

- Es debida a la masa de los cuerpos, por lo que todos los cuerpos materiales sufrirán esta interacción.
- La fuerza originada en esta interacción es siempre atractiva.
- Es una interacción conservativa.
- Es una interacción central.
- Tiene alcance infinito. A cualquier distancia, los dos cuerpos sufrirán la atracción gravitatoria.
- Disminuye con el cuadrado de la distancia

2.2 CAMPO Y POTENCIAL GRAVITATORIOS; ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

2.2.1 Campo gravitatorio



Supongamos que, en una cierta región del espacio, tenemos un cuerpo con una cierta masa M. Debido a esa propiedad, dicho cuerpo interaccionará gravitatoriamente con cualquier otra masa m que coloquemos en cualquier punto del espacio. Es decir, la masa M modifica las propiedades del espacio, crea una nueva propiedad en el espacio, a la que llamaremos *campo gravitatorio*.

Cualquier masa m (masa de prueba) colocada en cualquier punto del espacio sufrirá una fuerza gravitatoria $\mathbf{F_g}$. Esta fuerza dependerá de

Las masas m y M
El punto del espacio en el que coloquemos m

Si calculamos la fuerza que se ejercería por cada unidad de masa (por cada kilogramo) que colocáramos en el punto del espacio que estudiamos; entonces obtendremos una magnitud que no depende de la masa m que coloquemos en el punto, sino que únicamente depende del punto y de la masa que ha creado el campo (M).

Esta magnitud así obtenida se denomina **Intensidad de Campo Gravitatorio** , **Campo Gravitatorio**, o **Gravedad** (**g**)

$$\boxed{\vec{g} = \frac{\vec{F_g}}{m}} \qquad \boxed{\vec{F_g} = m \cdot \vec{g}}$$

Unidades de **g**: [g] = N/kg = ms^{-2}

Además de la fuerza ejercida por cada kg, la gravedad nos indica la aceleración con la que caería el cuerpo si lo soltáramos libremente en ese punto.

2.2.2 Energía potencial gravitatoria (Ep_g) de una partícula de masa m en el interior de un campo gravitatorio:

- Es la energía que almacena un cuerpo de masa m colocado en un punto del interior del campo gravitatorio.

- También puede definirse teniendo en cuenta que la fuerza gravitatoria es conservativa. La Ep_g será la energía potencial asociada a la fuerza gravitatoria. Es decir

$$W_{Fg} = -\Delta Ep_g \qquad \Delta Ep_g = -\int_A^B \overrightarrow{F_g} \cdot \overrightarrow{dr}$$

Esta energía potencial, como es evidente, se mide en julios, y depende de la masa m colocada.

2.2.3 Potencial gravitatorio (V) en un punto del espacio:

- Energía por unidad de masa (por cada kg) que almacenaría cualquier cuerpo que colocáramos en dicho punto del espacio.

$$\boxed{V = \frac{Ep_g}{m}} \qquad \boxed{Ep_g = m \cdot V}$$

[V] = .

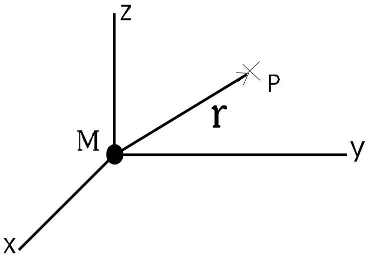
El potencial V es una propiedad del espacio. Es independiente de la masa m que coloquemos en el punto.

- También (con un razonamiento similar al de la energía potencial) podemos definir el potencial como *la función potencial asociada al campo gravitatorio.* $\Delta V = -\int_A^B \vec{g} \cdot \overrightarrow{dr}$

Lo estudiado hasta ahora es general, es válido para cualquier campo que tengamos. A partir de ahora veremos casos particulares. Los resultados que obtendremos sólo se podrán aplicar en un problema si estamos en ese caso particular

CAMPOS CREADOS POR DISTINTAS DISTRIBUCIONES DE MASA:

2.2.4 Campo gravitatorio creado por una partícula de masa M:



Supongamos una partícula de masa M. Crea un campo gravitatorio a su alrededor. Cualquier otra partícula de masa m que coloquemos en un punto del espacio, sufrirá una atracción o fuerza gravitatoria.

La Fuerza entre ambas partículas vendrá dada por la ley de gravitación Universal de Newton:

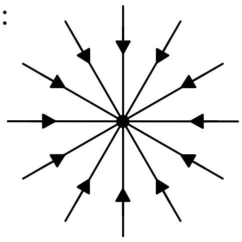
$$\overrightarrow{F_g} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \overrightarrow{u_r} \qquad F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

Módulo debe ser > 0

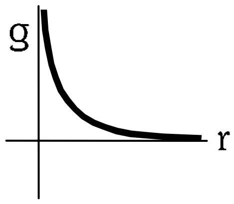
Campo gravitatorio **g**:

$$\vec{g} = \frac{\overrightarrow{F_g}}{m} = \frac{-G \cdot M \cdot \cancel{m}}{r^2 \cdot \cancel{m}} \cdot \overrightarrow{u_r} = \frac{-G \cdot M}{r^2} \cdot \overrightarrow{u_r} \qquad g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

Líneas de campo:



Representación frente a la distancia



Energía potencial gravitatoria: Energía almacenada por una partícula de masa m colocada a una cierta distancia de M, debido a la acción de la fuerza gravitatoria.

Partimos de la expresión general $\Delta Ep_g = -W_{Fg}$ Así tendremos:

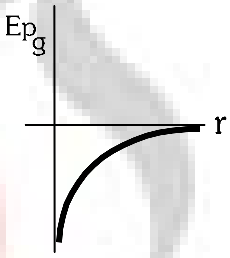
$$\Delta Ep_g = -\int_A^B \overrightarrow{F_g}\cdot\overrightarrow{dr} = -\int_{r_A}^{r_B} \frac{-G\cdot M\cdot m}{r^2}\cdot\overrightarrow{u_r}\cdot dr\cdot\overrightarrow{u_r} = G\cdot M\cdot m\int_{r_A}^{r_B}\frac{1}{r^2}\cdot dr = G\cdot M\cdot m\cdot\left[-\frac{1}{r}\right]_{rA}^{rB} =$$

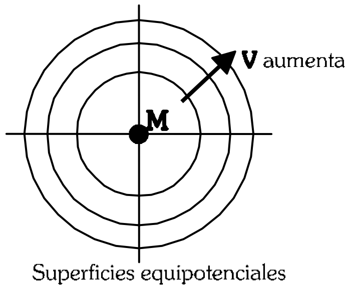
$$= \frac{-G\cdot M\cdot m}{r_B} + \frac{G\cdot M\cdot m}{r_A} = Ep_B - Ep_A$$

Elegimos origen . Para $r_A \rightarrow \infty$, $Ep_A = 0$.

Y la expresión queda

$$\boxed{Ep_g = -G\cdot\frac{M\cdot m}{r}}$$



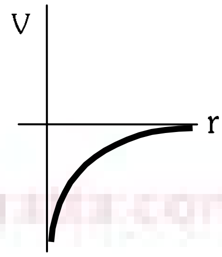


Como vemos, la Ep_g almacenada siempre será negativa.

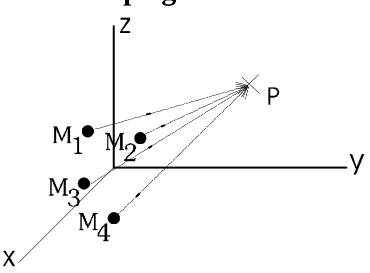
Potencial gravitatorio en un punto: Ep_g almacenada por unidad de masa Es una propiedad del espacio.

$$V = \frac{Ep_g}{m} = -G\cdot\frac{M\cdot \cancel{m}}{r\cdot \cancel{m}}$$

$$\boxed{V = -G\cdot\frac{M}{r}}$$



2.2.5 Campo gravitatorio creado por varias masas puntuales:



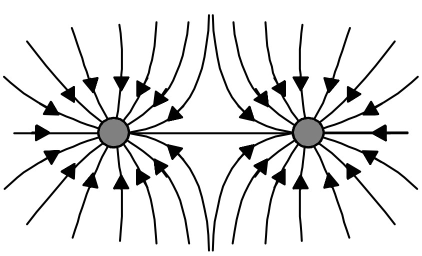
En este caso aplicamos el *principio de superposición* (el efecto producido por un conjunto de partículas puede calcularse sumando los efectos de cada partícula por separado). Así

$$\vec{F}_e = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots$$

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 + \ldots$$

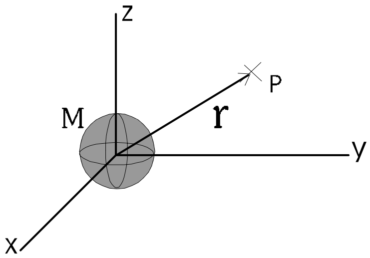
$Ep_g = Ep_1 + Ep_2 + Ep_3 + \ldots$

$V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots$



Líneas de campo gravitatorio generado por dos masas puntuales.

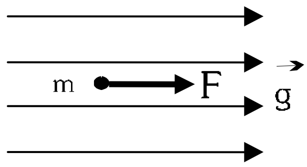
2.2.6 Campo gravitatorio creado por una esfera en su exterior (como la Tierra o cualquier planeta):



Son válidos los resultados obtenidos para masas puntuales. Lo demostraremos en el apartado siguiente.

M es la masa total de la esfera y r la distancia al centro de la misma

2.2.7 Campo gravitatorio constante (por ejemplo, el peso a nivel de la superficie): $\vec{g} = cte$



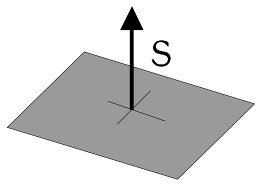
En este caso sólo podemos usar los resultados generales vistos al principio.

$$\overrightarrow{F_g} = m \cdot \vec{g} \qquad\qquad Ep_g = m \cdot V$$

$$W_{Fg} = \int_A^B \overrightarrow{F_g} \cdot \overrightarrow{dr} = \overrightarrow{F_g} \cdot \overrightarrow{\Delta r} \qquad\qquad \Delta V = -\int_A^B \vec{g} \cdot \overrightarrow{dr} = -\vec{g} \cdot \overrightarrow{\Delta r}$$

2.3 TEOREMA DE GAUSS. APLICACIÓN AL CÁLCULO DE CAMPOS GRAVITATORIOS

2.3.1 Vector superficie:

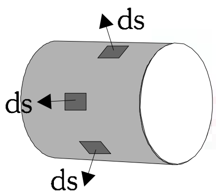


Vector superficie: La forma que tenemos en Física y en geometría de representar las superficies mediante una magnitud es usar el vector superficie ($\vec{s}$). Este vector tiene como características:

Su dirección es perpendicular a la superficie

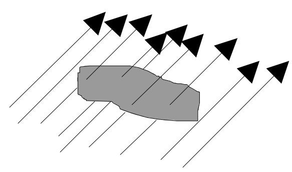
Su módulo es igual al área.

El sentido puede elegirse. Cuando una superficie es cerrada, normalmente va hacia fuera de la misma.



Cuando una superficie no es plana, vemos que no existe un único vector superficie, ya que este va cambiando de dirección. Se procede entonces a dividir la superficie en trozos infinitamente pequeños, a cada uno de los cuales corresponde un vector superficie $d\vec{s}$.

2.3.2 Flujo del campo gravitatorio (Φ_g):



El concepto de flujo nos da una idea de la concentración de líneas de campo en una zona del espacio. Es otra forma de medir lo intenso que es el campo en ese sitio.

Supongamos una superficie cualquiera dentro del campo gravitatorio. Habrá líneas de campo que la atravesarán, otras no. El flujo nos va a indicar si dicha superficie es atravesada con más o menos intensidad por las líneas de campo.

Esta magnitud dependerá de:
- La intensidad del campo en la zona (el valor de $\vec{g}$).
- El tamaño y forma de la superficie
- La orientación entre la superficie y el campo.

Estas tres características quedan recogidas en la expresión que calcula el flujo que atraviesa una determinada superficie. $\Phi_g = \int_S \vec{g} \cdot d\vec{s}$ unidades de flujo gravitatorio $[\Phi_g] = [g] \cdot [S] = m \cdot s^{-2} \cdot m^2 = m^{-1} \cdot s^{-2}$

En el caso de que el campo gravitatorio sea uniforme (que tenga el mismo valor en todos los puntos de la superficie), $\vec{g}$ puede salir fuera de la integral, con lo que el flujo quedará $\Phi_g = \vec{g} \cdot \int_S d\vec{s} = \vec{g} \cdot \vec{S} = g \cdot S \cdot \cos\alpha$

Ejemplo. Cálculo del flujo que atraviesa una superficie esférica (la masa M que crea el campo se encuentra en el centro de dicha superficie).

Sabemos la expresión del campo gravitatorio creado por una masa puntual.

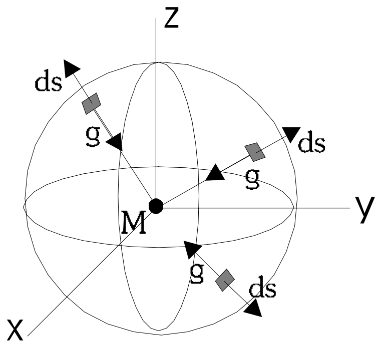
$$\vec{g} = \frac{-G \cdot M}{r^2} \cdot \overrightarrow{u_r}$$

$\vec{g}$ tiene dirección radial y sentido hacia la partícula *M*. En la figura vemos que forma 180º con el vector superficie $d\vec{s}$. Así, el flujo se calculará:

$$\Phi_g = \int_S \vec{g} \cdot d\vec{s} = \int_S g \cdot ds \cdot \cos 180^o = -\int_S g \cdot ds$$

Como g se mantiene constante en toda la superficie, podemos sacarlo fuera de la integral

$$\Phi_g = -\int_S g \cdot ds = -g \cdot \int_S ds = -g \cdot S = -\frac{G \cdot M}{r^2} \cdot 4\pi \cdot r^2 = -4\pi \cdot G \cdot M \quad (m^{-1} \cdot s^{-2})$$



2.3.3 Teorema de Gauss:

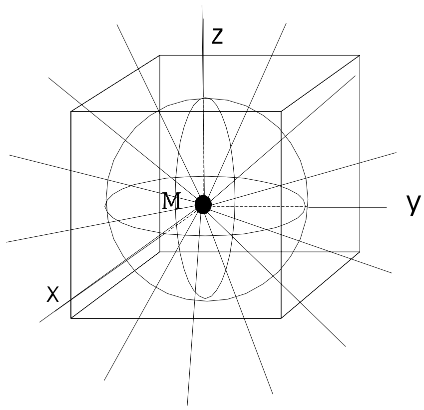
El teorema de Gauss aplicado al campo gravitatorio nos dice los siguiente:

El flujo total que atraviesa una superficie __cerrada__ en el interior de un campo gravitatorio es proporcional a la masa encerrada por dicha superficie.

$$\Phi_g = \oint_S \vec{g} \cdot d\vec{s} = -4\pi \cdot G \cdot M$$

Según la expresión, vemos que el flujo no depende de la forma ni el tamaño de la superficie, siempre que sea cerrada y encierre la misma cantidad de masa.

Cuestión: ¿Qué ocurre si la superficie cerrada no contiene en su interior ninguna masa?



El flujo de líneas de campo que atraviesa ambas superficies cerradas es el mismo

APLICACIONES:

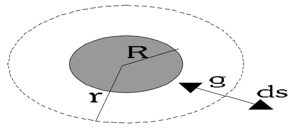
El teorema de Gauss permite calcular la expresión del campo gravitatorio creado por algunas distribuciones de masa. Deben ser cuerpos que posean cierta simetría (esférica, cilíndrica, plana), en los que podamos tener una idea de la dirección que llevarán las líneas de campo en cada punto.

El objetivo que se persigue al aplicar el teorema de Gauss es el de poder despejar *g* de la fórmula $\oint_S \vec{g} \cdot d\vec{s} = -4\pi \cdot G \cdot M$. Para ello, para que *g* salga fuera de la integral, es preciso que g tenga un valor constante en toda la superficie y que además sea perpendicular a la misma. Así:

$$\oint_S \vec{g} \cdot d\vec{s} = \oint_S g \cdot ds \cdot \cos 180^o = -g \cdot \oint_S ds = -g \cdot S = -4\pi \cdot G \cdot M \quad \rightarrow \quad g = \frac{4\pi \cdot G \cdot M}{S}$$

Donde S es el valor de la superficie (llamada *superficie gaussiana*) utilizada, y M es la masa que queda encerrada dentro de la superficie gaussiana. Lo veremos en los casos que se exponen a continuación:

2.3.4 Cálculo de g creado por una esfera en su exterior:



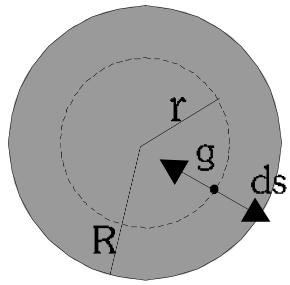
El cuerpo que va a crear el campo tiene simetría esférica. Sabemos que las líneas de campo irán en dirección radial y que el valor del campo dependerá exclusivamente de la distancia al centro de la esfera. La superficie gaussiana que andamos buscando debe ser perpendicular a las líneas de campo y mantener constante el valor de *g* en todos sus puntos: es claramente una esfera de radio *r* cualquiera (siempre mayor que el radio R de la esfera).

Aplicando el teorema de Gauss al campo que atraviesa dicha superficie:

$$\oint_S \vec{g}\cdot d\vec{s} = \oint_S g\cdot ds\cdot cos180^o = -g\cdot\oint_S ds = -g\cdot S = -g\cdot 4\pi\cdot r^2 = -4\pi\cdot G\cdot M \quad\rightarrow\quad g = \frac{-4\pi\cdot G\cdot M}{-4\pi\cdot r^2} = \frac{G\cdot M}{r^2}$$

de este modo $g = \dfrac{G\cdot M}{r^2}$, que es la expresión que habíamos visto anteriormente.

2.3.5 Cálculo de g creado por una esfera en su interior:



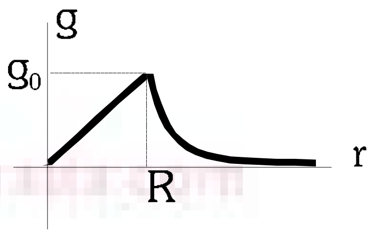
La expresión que vamos a calcular ahora es útil a la hora de estudiar cómo varía el campo gravitatorio en el interior de la Tierra o de un planeta. Vamos a suponer que la distribución de masa dentro de la esfera es uniforme (cosa que no siempre ocurre, en un planeta la densidad es mayor en el centro, debido a la presión).

El cuerpo tiene simetría esférica y las líneas de campo van a llevar, por tanto, dirección radial. Como ocurría anteriormente, la superficie gaussiana que usaremos será una esfera de radio *r* (menor que R, en este caso). Aplicamos el teorema de Gauss a esa esfera:

$$\oint_S \vec{g}\cdot d\vec{s} = \oint_S g\cdot ds\cdot cos180^o = -g\cdot\oint_S ds = -g\cdot S = -g\cdot 4\pi\cdot r^2 = -4\pi\cdot G\cdot M_{int} \quad\rightarrow\quad g = \frac{-4\pi\cdot G\cdot M_{int}}{-4\pi\cdot r^2} = \frac{G\cdot M_{int}}{r^2}$$

Ahora, la masa encerrada por la esfera gaussiana no es toda la masa del cuerpo, sino sólo una parte. La calculamos:

$$M_{int} = \rho\cdot V_{int} = \frac{M_{tot}}{V_{tot}}\cdot V_{int} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi\cdot R^3}\cdot\tfrac{4}{3}\pi\cdot r^3 = \frac{M\cdot r^3}{R^3}$$



Entonces $$g = \frac{G\cdot M_{int}}{r^2} = \frac{G\cdot M\cdot r^3}{r^2\cdot R^3} \quad\Rightarrow\quad g = \frac{G\cdot M\cdot r}{R^3}$$

Vemos que, en el interior, g disminuye conforme profundizamos, hasta hacerse cero en el centro de la esfera.

2.4 CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE; SATÉLITES.

2.4.1 CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE:

Para estudiar el campo gravitatorio creado por la Tierra (o cualquier planeta) en su exterior, consideraremos al planeta como una esfera perfecta y homogénea, de masa M y radio R. De esta forma podremos aplicar los resultados que ya tenemos sobre distribuciones esféricas de masa (que ya vimos que se comportaban como masas puntuales).

Así, tanto el campo gravitatorio como el potencial gravitatorio en cualquier punto del exterior vendrán dados por

$$g = G \cdot \frac{M}{r^2} \qquad V = -G \cdot \frac{M}{r} \qquad \text{Para } r > R$$

Para la Tierra: $M = 6 \cdot 10^{24}$ kg $\qquad R = 6370$ km ~ $6{,}4 \cdot 10^{6}$ m (radio medio)

Campo gravitatorio en la superficie (gravedad superficial, g_0)

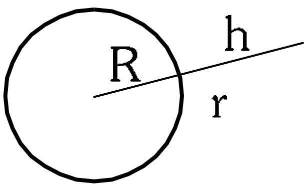
Este valor se obtendrá teniendo en cuenta que, en la superficie del planeta, r = R.

$$g_0 = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

Para la Tierra, obtenemos el valor de $g_0 = 9{,}8 \sim 10\ ms^{-2}$

Este valor obtenido es, en teoría, la gravedad justo al nivel del suelo, ya que el valor de g disminuye conforme nos alejamos del centro de la Tierra, aunque sea un solo metro.

Vamos a ver cómo varía g respecto a la altura desde el suelo (h). $r = R + h$



Así

$$g = G \cdot \frac{M}{(R+h)^2} = \frac{G \cdot M \cdot R^2}{R^2 \cdot (R+h)^2} = g_0 \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2}$$

Vemos que la gravedad disminuye con la altura, pero podemos considerar que g se mantiene aproximadamente constante ($g \sim g_0$) si el valor de h es mucho menor que el radio del planeta ($h << R$).

Energía potencial gravitatoria en la superficie terrestre. Relación entre las expresiones de Epg

Hemos visto que la expresión de la energía potencial gravitatoria es $Ep_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

Sin embargo, en el tema anterior usamos la expresión $Ep_g = m \cdot g \cdot h$

¿Por qué son tan diferentes estas dos expresiones? ¿Son las dos igualmente válidas? La razón de la diferencia está en un hecho muy simple pero que puede pasar desapercibido: para cada una se ha escogido un origen de potencial diferente. En la primera expresión el origen se encuentra en el ∞, y en la segunda expresión, el origen está escogido en la superficie terrestre.

Podemos comprobar que, si en el cálculo de la Ep, en lugar de poner el origen en el infinito, lo colocamos en la superficie, y hacemos una aproximación, obtendremos la segunda expresión.

Habíamos obtenido

$$Ep_{gB} - Ep_{gA} = -\int_A^B \vec{F_g} \cdot \vec{dr} = \frac{-G \cdot M \cdot m}{r_B} + \frac{G \cdot M \cdot m}{r_A}$$

Escogiendo origen $r_A = R$; $Ep_A = 0$

$$Ep_g = -GMm\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right] = \ldots = GMm\frac{h}{R \cdot (R+h)}$$

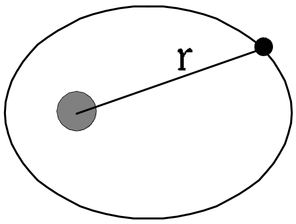
Realizamos la aproximación
h << R   ;   R+h ~ R

$$Ep_g \sim \frac{G \cdot M \cdot m \cdot h}{R^2} = m \cdot \frac{G \cdot M}{R^2} \cdot h = m \cdot g_0 \cdot h$$

Hay que tener en cuenta que para llegar a la expresión $Ep = m \cdot g_0 \cdot h$, hemos tenido que suponer que la altura a la que nos encontramos es muy pequeña comparada con el radio del planeta (unas 100 veces menor, al menos). Por tanto, la expresión sólo será válida cuando se cumpla esta condición. Para el caso de la Tierra, podemos considerar que la gravedad se mantiene constante hasta una altura de 40 - 50 km.

2.4.2 SATÉLITES:

Por satélite entenderemos cualquier cuerpo (natural o artificial) que describa órbitas alrededor de un cuerpo celeste. Así, la Luna, o el satélite Hispasat, son satélites de la Tierra, y la Tierra es satélite del Sol.



Kepler comprobó y Newton demostró que la órbita que describe un satélite tiene forma elíptica. La distancia a la que se encuentra del centro del planeta no es constante, ni tampoco su velocidad. Sin embargo sí hay dos magnitudes que se mantendrán constantes en toda la trayectoria:
- Su energía mecánica E_M
- Su momento angular respecto al planeta (su tendencia a mantener el movimiento de giro) $\vec{L}_O = \vec{r} \wedge m\vec{v}$.

La energía que tendrá el satélite en su órbita vendrá dada por

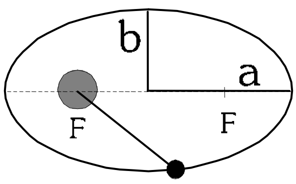
$$E = Ec + Ep_g = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

Esto hace que la posición y la velocidad del satélite en la órbita estén relacionadas. Para una posición concreta, el satélite tendrá una velocidad concreta. En los puntos más alejados de la órbita (r mayor), la Ep almacenada será mayor, por lo que la Ec será menor, y la velocidad también disminuirá. De la misma forma, al ir acercándose al planeta, su Ep disminuirá, produciendo un aumento de la Ec y, por tanto, de la velocidad.

Los puntos de máximo acercamiento y máximo alejamiento del satélite al cuerpo central reciben nombres propios. Para un satélite que orbita alrededor de la Tierra se habla de *apogeo* (alejamiento máximo) y *perigeo* (dist. mínima). Para el Sol, las palabras usadas son *afelio* y *perihelio*. En ambos puntos la velocidad es perpendicular al radio.

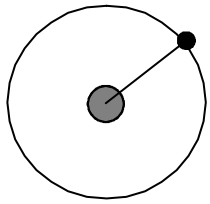
Semiejes y excentricidad de la órbita:

Toda elipse viene caracterizada, además de por los focos, por dos distancias llamadas *semiejes*, *a* y *b* (en la figura). Estas dos distancias sirven para calcular la *excentricidad (e)*, magnitud que nos indica el achatamiento de la elipse, es decir, cuánto se aleja la elipse de una circunferencia perfecta.



$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \qquad e < 1$$

En una circunferencia, $a = b$, con lo que $e = 0$. Cuanto menor sea la excentricidad, más parecida es la órbita a una circunferencia. Para el caso de los planetas alrededor del Sol, las excentricidades son muy pequeñas (la de la Tierra, por ejemplo, es de 0,017)



Hasta aquí lo que podemos estudiar en este curso sobre las trayectorias elípticas. Para continuar un estudio aproximado, haremos una simplificación razonable. En la mayoría de los casos la excentricidad (diferencia entre los semiejes mayor y menor) de la elipse es tan pequeña que podemos suponer, en el estudio elemental que estamos realizando, que se trata de una circunferencia. Es decir, consideraremos que un satélite describe, alrededor del planeta, un *movimiento circular uniforme*. Es decir, tanto el radio de la órbita como la velocidad se mantendrán constantes en toda la trayectoria.

Velocidad orbital: ($\mathbf{v_{orb}}$) Es la velocidad que lleva el satélite en su órbita. Para calcularla, tendremos en cuenta que la única fuerza que actúa sobre el satélite es la gravitatoria.

$$\boxed{F_g = G\cdot\frac{M\cdot m}{r^2}}$$

También, al tratarse de un movimiento circular, sólo tendrá aceleración normal. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$F_g = m\cdot a_n = m\cdot\frac{v^2}{r}$$

Igualando ambas expresiones: $\dfrac{G\cdot M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\cdot\dfrac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow v_{orb} = \sqrt{\dfrac{G\cdot M}{r}}$

Observamos que, a cada órbita corresponde una velocidad determinada.

Periodo de revolución (T): Tiempo que tarda el satélite en describir una órbita completa (en dar una vuelta). Dado que se trata de un movimiento uniforme, podemos calcular este tiempo dividiendo la distancia recorrida (una vuelta = 2 · π · r) entre la velocidad que lleva (v_{orb}). Así

$$T = \frac{d}{v_{orb}} = \frac{2\cdot\pi\cdot r}{\sqrt{\dfrac{GM}{r}}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}}\cdot r^{\frac{3}{2}}$$

De este resultado podemos extraer una importante consecuencia: Elevando al cuadrado y despejando...

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}\cdot r^3 \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = cte$$

Obtenemos la expresión de la 3ª ley de Kepler.

Aplicación: Satélites geoestacionarios:

Este tipo de satélites artificiales son muy usados, sobre todo en telecomunicaciones (TV, radio "vía satélite"). Se denominan así porque siempre se encuentran sobre el mismo punto de la superficie terrestre. Lógicamente no están quietos (se caerían), sino que se mueven al mismo ritmo que la Tierra, describiendo una vuelta en un día. Así, su T = 24 h = 86400 s. aprox.

Teniendo en cuenta la expresión anterior, a un periodo de revolución determinado le corresponde una distancia determinada del centro de la Tierra. Para el caso de estos satélites geoestacionarios, la distancia resulta ser de unos 42300 km, o sea, describen órbitas a 36000 km de altura sobre la superficie terrestre, una distancia muy grande comparada con la altura que alcanzan los llamados “satélites de órbita baja”, entre 400 y 800 km sobre la superficie.

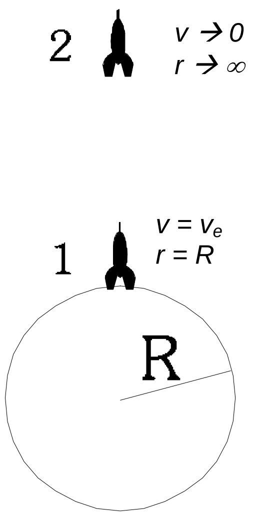
Velocidad de escape: ($\mathbf{v_e}$) Se define como la velocidad a la que habría que lanzar un cuerpo desde la superficie del planeta para que escapara de su atracción gravitatoria, alejándose indefinidamente. En este cálculo se desprecia el rozamiento con la atmósfera.

En primer lugar tenemos en cuenta que, al no tener en cuenta el rozamiento, la única fuerza que va a actuar sobre el movimiento del cohete será la gravitatoria, que es conservativa. Por lo tanto, la energía mecánica del cohete se mantendrá constante.

Datos: M, R: masa y radio del planeta
m: masa del proyectil

<u>Sistemas de referencia</u>: mediremos las distancias desde el centro del planeta.

El origen de energía potencial gravitatoria lo colocamos a una distancia infinita del centro planetario, por lo que la expresión usada para la Epg será $Ep_g = -\dfrac{G\cdot M\cdot m}{R}$



Consideraremos dos situaciones:

<u>Inicial:</u> Lanzamiento del cohete desde la superficie terrestre con velocidad v_e .

$$Ec_1 = \tfrac{1}{2} m v_e^{\,2} \qquad Ep_{g1} = -\frac{G\cdot M\cdot m}{R}$$

$$E_{M1} = Ec + Ep_g = \tfrac{1}{2} m v_e^{\,2} - \frac{G\cdot M\cdot m}{R}$$

<u>Final:</u> el cohete se aleja indefinidamente. En el límite cuando la distancia r tiende a infinito, la velocidad (y la Ec) tiende a cero, al igual que la energía potencial, ya que el origen de Ep está colocado en el infinito.

$$E_{M2} = \lim_{r\to\infty} E_M = \lim_{r\to\infty} (Ec + Ep_g) = 0$$

Aplicando la conservación de la energía mecánica:

$$E_{M1} = E_{M1} \Rightarrow \tfrac{1}{2} m v_e^{\,2} - \frac{G\cdot M\cdot m}{R} = 0 \Rightarrow \tfrac{1}{2}\cancel{m} v_e^{\,2} = \frac{G\cdot M\cdot \cancel{m}}{R} \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$ Puesto en función de la gravedad en superficie $v_e = \sqrt{2\cdot g_0 \cdot R}$

Nótese que la velocidad de escape desde la superficie de un planeta sólo depende de las características (masa, tamaño) del planeta. No importa la masa del proyectil. (Evidentemente, para acelerar un proyectil de más masa hasta esa velocidad se necesitará un mayor esfuerzo, pero eso es otra cuestión)

También puede hablarse de velocidad de escape desde una cierta altura h sobre la superficie. El concepto es el mismo, solo que en lugar de R pondremos R+h.

PROBLEMAS TEMA 3: INTERACCIÓN GRAVITATORIA:

1. La tabla adjunta relaciona el periodo T y el radio de las órbitas de cinco satélites que giran alrededor del mismo astro:

T (años)	0,44	1,61	3,88	7,89
R ($\cdot 10^5$ km)	0,88	2,08	3,74	6,00

a) Mostrar si se cumple la tercera ley de Kepler. ¿Cuál es el valor de la constante?
b) Se descubre un quinto satélite, cuyo periodo de revolución es 6,20 años. Calcula el radio de su órbita.

2. Una masa de 8 kg está situada en el origen. Calcular:
a) Intensidad del campo gravitatorio y potencial gravitatorio en el punto (2,1) m.
b) Fuerza con que atraería a una masa m de 2 kg, y energía almacenada por dicha masa.
c) Trabajo realizado por la fuerza gravitatoria al trasladar la masa m desde el punto (2,1) m al punto (1,1) m

3. Dos masas de 5 kg se encuentran en los puntos (0,2)m y (2,0) m. Calcular:
a) Intensidad de campo gravitatorio y potencial gravitatorio en el origen.
b) Trabajo realizado por la fuerza gravitatoria al trasladar una masa de 1 kg desde el infinito hasta el origen.

4.- a) ¿En qué punto se equilibran las atracciones que ejercen la Luna y La Tierra sobre un cuerpo de masa m? (Datos: distancia del centro de la Tierra al centro de la Luna = 384400 km; $M_T/M_L = 81$)
b) Si en dicho punto la atracción gravitatoria que sufre la masa m es nula, ¿podemos decir también que su energía potencial también es nula? Razonar.

5.- Un objeto que pesa 70 kp en la superficie de la Tierra, se encuentra en la superficie de un planeta cuyo radio es el doble del terrestre y cuya masa es ocho veces la de la Tierra. Calcular:
a) Peso del objeto en dicho lugar
b) Tiempo que tarda en caer desde una altura de 20 m hasta la superficie del planeta, si lo dejamos caer con $v_0 = 0$.

6.- Calcular: a)Altura sobre la superficie terrestre en la que el valor de g se ha reducido a la mitad
b)Potencial gravitatorio terrestre en un punto situado a 6370 km de distancia de la Tierra.
(Datos: Masa de la Tierra = $6\cdot 10^{24}$ kg ; R_T= 6370 km.)

7.- Un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 1000 m s^{-1}. Calcular:
a) Altura máxima que alcanzará
b) Repetir lo anterior despreciando la variación de g con la altura. Comparar ambos resultados.

8.- Calcular la velocidad de escape para un cuerpo situado en : a) La superficie terrestre
b) A 2000 km sobre la superficie

9.- Un satélite artificial describe una órbita circular a una altura igual a tres radios terrestres sobre la superficie de la Tierra. Calcular: a) Velocidad orbital del satélite
b) Aceleración del satélite

10.- a) ¿Cuál será la altura que alcanzará un proyectil que se lanza verticalmente desde el Sol a 720 km/h.?
b)¿Cuántas veces es mayor el peso de un cuerpo en el Sol que en la Tierra?
(M_{SOL}/M_{TIERRA}= 324440 ; R_S/R_T= 108 ; R_T= 6370 km)

11.- Si la gravedad en la superficie lunar es aproximadamente 1/6 de la terrestre, calcular la velocidad de escape de la Luna ¿En qué medida importa la dirección de la velocidad? (dato R_{LUNA}= 1740 km)

12.- El planeta Marte tiene un radio R_M= 0,53 R_T . Su satélite Fobos describe una órbita casi circular de radio igual a 2,77 veces R_M , en un tiempo de 7 h 39' 14''. Calcula el valor de g en la superficie de Marte. (dato: R_T= 6370 km)

13.- Calcular la aceleración respecto al Sol de la Tierra si el radio de la órbita es $1,5\cdot 10^8$ km de radio. Deducir la masa del Sol (datos $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg ; R_T= 6370 km)

14.- Calcular:

a) Trabajo que hay que realizar para trasladar un cuerpo de 20 kg desde la superficie terrestre hasta una altura igual al radio de la Tierra. ($M_T = 6{\cdot}10^{24}$ kg ; R_T= 6370 km)

b) Velocidad a la que habría que lanzarlo para que alcanzara dicha altura

15. Un satélite de comunicaciones está situado en órbita geoestacionaria circular en torno al ecuador terrestre. Calcule:
a)Radio de la trayectoria, aceleración tangencial del satélite y trabajo realizado por la fuerza gravitatoria durante un semiperiodo;
b) campo gravitatorio y aceleración de la gravedad en cualquier punto de la órbita.

($G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2} $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg)

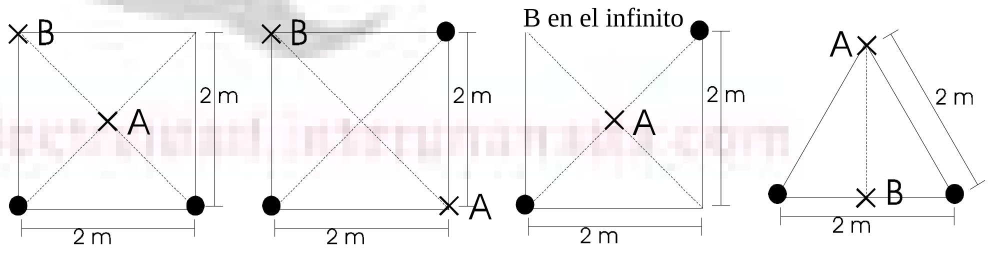
16. Un satélite describe una órbita circular de radio 2 R_T en torno a la Tierra..
a) Determine su velocidad orbital.
b) Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿cuál será su peso en la órbita? Explique las fuerzas que actúan sobre el satélite.
(R_T = 6400 km ; $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg ; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2})

17. Un satélite describe una órbita en torno a la Tierra con un periodo de revolución igual al terrestre.
a) Explique cuántas órbitas son posibles y calcule su radio.
b) Determine la relación entre la velocidad de escape en un punto de la superficie terrestre y la velocidad orbital del satélite.
(R_T = 6400 km ; $g_T = 10$ m s^{-2} ; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2})

18. Si con un cañón suficientemente potente se lanzara hacia la Luna un proyectil.
a) ¿En qué punto de la trayectoria hacia la Luna la aceleración del proyectil sería nula?
b) ¿Qué velocidad mínima inicial debería poseer para llegar a ese punto? ¿Cómo se movería a partir de esa posición?
(R_T = 6400 km ; $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg ; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2 kg^{-2} ; R_L = 1600 km ; $M_L = 7 \cdot 10^{22}$ kg ;
$d_{T\text{-}L} = 3{,}8 \cdot 10^8$ m)

19. La masa de la Luna es 0,01 veces la de la Tierra y su radio es 0,25 veces el radio terrestre. Un cuerpo, cuyo peso en la Tierra es de 800 N, cae desde una altura de 50m sobre la superficie lunar.
a) Determine la masa del cuerpo y su peso en la Luna.
b) Realice el balance energético en el movimiento de caída y calcule la velocidad con que el cuerpo llega a la superficie.

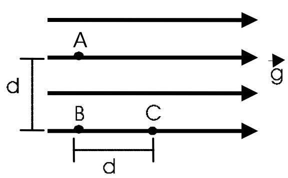
20. dadas las siguientes distribuciones de masa (todas de 10 kg), calcular para cada caso campo y potencial gravitatorios en el punto a, así como el trabajo necesario para llevar la unidad de masa desde el punto A al B.



CUESTIONES TEÓRICAS:

1. a) Si el cero de energía potencial gravitatoria de una partícula de masa m se sitúa en la superficie de la Tierra, ¿cuál es el valor de la energía potencial de la partícula cuando ésta se encuentra a una distancia infinita de la Tierra?
b) ¿Puede ser negativo el trabajo realizado por una fuerza gravitatoria?, ¿Puede ser negativa la energía potencial gravitatoria?

2. En una región del espacio existe un campo gravitatorio uniforme de intensidad g, representado en la figura por sus líneas de campo.
a) Razone el valor del trabajo que se realiza al trasladar la unidad de masa desde el punto A al B y desde el B al C.
b) Analice las analogías y diferencias entre el campo descrito y el campo gravitatorio terrestre.



3. a) Explique el concepto de velocidad de escape y deduzca razonadamente su expresión.
b) ¿Qué ocurriría en la realidad si lanzamos un cohete desde la superficie de la Tierra con una velocidad igual a la velocidad de escape?

4. a) Escriba la ley de Gravitación Universal y explique su significado físico.
b) Según la ley de Gravitación, la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es proporcional a la masa de éste, ¿por qué no caen más deprisa los cuerpos con mayor masa?

5. Sean A y B dos puntos de la órbita elíptica de un cometa alrededor del Sol, estando A más alejado del Sol que B.
a) Haga un análisis energético del movimiento del cometa y compare los valores de las energías cinética y potencial en A y en B.
b) ¿En cuál de los puntos A o B es mayor el módulo de la velocidad? ¿y el de la aceleración?

6. Se suele decir que la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m situado a una altura h viene dada por Ep = m g h.
a) ¿Es correcta dicha afirmación? ¿Por qué?
b) ¿En qué condiciones es válida dicha fórmula?

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS

1. a) $2{,}87 \cdot 10^{-16}$ años^2/km^3 ; b) $5{,}1 \cdot 10^5$ km
2. a) $\vec{g} = -9{,}55 \cdot 10^{-11}\ \vec{i} - 4{,}77 \cdot 10^{-11}\ \vec{j}$ **j** N/kg ; V = $-2{,}39 \cdot 10^{-10}$ J/kg

   b) $\vec{F}_g = -1{,}91 \cdot 10^{-10}\ \vec{i} - 9{,}55 \cdot 10^{-11}\ \vec{j}$ N; Ep = $-4{,}78 \cdot 10^{-10}$ J ; c) $2{,}77 \cdot 10^{-10}$ J
3. a) $\vec{g} = 8{,}34 \cdot 10^{-11}\ \vec{i} + 8{,}34 \cdot 10^{-11}\ \vec{j}$ N/kg ; V = $-3{,}34 \cdot 10^{-10}$ J/kg

   b) $3{,}34 \cdot 10^{-10}$ J
4. a) $3{,}46 \cdot 10^8$ m de la Tierra ; b) No
5. a) 1372 N ; b) 1,4 s
6. a) 0,41 R_T ; $-3{,}14 \cdot 10^7$ J/kg
7. a) 51 km ; b) 50 km
8. a) 11,2 km/s ; b) 9,8 km/s
9. a) 3963 m/s ; b) 0,616 m/s^2
10. a) 72 m ; b) 27,8 veces mayor
11. a) 2,4 m/s
12. a) 3,73 m/s^2
13. a = 5,95 ·10-3 m s^{-2} ; $M_S = 2 \cdot 10^{30}$ kg
14. a) $W_{ext} = -W_g = 6{,}28 \cdot 10^8$ J ; b) 7926 m/s
15. a) r = 42300 km ; $a_t = 0$ m/s^2 ; W = 0 J ; b) 0,22 m s^{-2}
16. a) a) 5592 m/s ; b) 1250 N
17. a) Hay una sola órbita posible (una sola distancia), r = 42300 km ; b) $v_{esc} = 3{,}6\ v_{orb}$
18. a) $3{,}42 \cdot 10^8$ m de la Tierra ; b) 11,06 km/s
19. a) m = 80 kg ; P_L= 128 N

TEMA 3: INTERACCIÓN ELECTROSTÁTICA

3.1 INTERACCIÓN ELECTROSTÁTICA: LEY DE COULOMB

3.1.1 Introducción histórica:

Las experiencias elementales sobre electrostática son conocidas desde la antigüedad, si bien sólo se conocía el fenómeno, no su explicación ni posibles aplicaciones.

Así, hacia el año 600 a.C., el filósofo griego **Tales de Mileto** describe cómo el ámbar (*elektron*, en griego), al ser frotado, atrae pequeños trozos de hilo, pelusa, hierba seca...

S. XVI:	Gilbert (Inglaterra)	Distingue entre fenómenos eléctricos y magnéticos Propone un primer modelo para explicar la electricidad. Propone que la Tierra es un imán, con lo que explica la brújula.	
S.XVIII:	Du Fay (Francia)	Distingue dos tipos de electricidad	Vítrea (vidrio) Resinosa (ámbar)
	Leyden (Alemania)	Primer condensador	
	Franklin (EEUU)	Descubre que los rayos son fenómenos eléctricos. Inventa el pararrayos. Propone los signos + y **-** para los dos tipos de electricidad. Propone la teoría del "*fluido eléctrico*".	
	Volta (Italia)	Construye la primera pila.	
	Coulomb (Francia)	Establece el concepto de carga eléctrica. Ley de Coulomb: explica la interacción electrostática.	

3.1.2 Carga eléctrica (Q): propiedades:

- La carga eléctrica es una propiedad asociada a la materia, que permite explicar los fenómenos eléctricos y magnéticos

- Es una magnitud escalar

Unidades SI: Culombio (C)
submúltiplos: mC (miliculombio) = 10^{-3} C
μC (microculombio) = 10^{-6} C
nC (nanoculombio) = 10^{-9} C
Otras unidades: unidad electrostática elemental (uee) = $3{,}33 \cdot 10^{-10}$ C
Faraday (mol de electrones) = 96500 C
Carga del electrón (en valor absoluto) = e = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

- Dos tipos: positiva (+) y negativa (-). Los cuerpos neutros tienen igual nº de cargas + y -

- Discontinua: Está asociada a partículas subatómicas : protones (+) y electrones (-). Un cuerpo cargado sólo puede tener una carga que sea un múltiplo de la carga del electrón (o del protón, es la misma pero con signo contrario, e = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)

- Aditiva: la carga total es la suma de las cargas.

3.1.3 Interacción electrostática : propiedades

- Interacción entre cargas en reposo
- La interacción entre cargas es atractiva o repulsiva según el signo   = signo : repulsiva
  ≠ signo :atractiva
- Afecta a cuerpos con caga eléctrica neta. Es proporcional al valor de las cargas.
- Tiene alcance infinito.
- La intensidad de la interacción disminuye con la distancia como $1/r^2$
- Es una interacción conservativa.
- Es una interacción de tipo central.
- La intensidad de la interacción depende del medio que rodee a las cargas

Ley de Coulomb: Explica la interacción electrostática y da una expresión operativa de la misma.

"*Entre dos cuerpos con cargas eléctricas Q y q, se ejercen fuerzas de atracción o repulsión, que son proporcionales al producto de las cargas e inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que los separa.*"

Así, tenemos la expresión $F_e = K \cdot \frac{|Q \cdot q|}{r^2}$ en forma vectorial $\vec{F_e} = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \vec{u_r}$

Esta expresión de la ley de Coulomb sólo es válida si los cuerpos cargados eléctricamente pueden considerarse puntuales

La constante de proporcionalidad K $\longrightarrow$ Constante eléctrica.
Indica la dependencia de la fuerza electrostática con el medio

$$K = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon}$$

Donde ε es una constante que sólo depende del medio. Se denomina permitividad eléctrica del medio

En el vacío $K_0 = 9 \cdot 10^9\ Nm^2/C^2$ $\varepsilon_0 = 8{,}8 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2$

La permitividad eléctrica se mide en relación al vacío (que es la menor que existe). El cociente entre la permitividad del medio que estamos estudiando (ε) y la del vacío (ε_0), se denomina **permitividad relativa (ε_r)**, y es el dato que aparece en las tablas y los problemas.

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

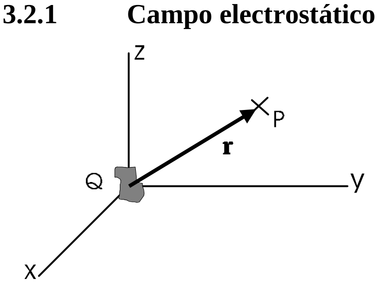
Por lo que $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$; $\varepsilon_r \geq 1$ $K = \frac{K_0}{\varepsilon_r}$

Algunos valores de ε_r

Vacío:	1
Aire:	1,0006
Polietileno:	2,3
Nylon.	3,7
Madera:	2,5 - 8
Vidrio:	5 - 10
Sal común:	6,1
Alcohol:	28,4
Agua(20ºC):	81

3.2 CAMPO Y POTENCIAL ELECTROSTÁTICO; ENERGÍA POTENCIAL ELECTROSTÁTICA

3.2.1 Campo electrostático



Supongamos que, en una cierta región del espacio, tenemos un cuerpo cargado eléctricamente (Q). Debido a esa característica, dicho cuerpo interaccionará electrostáticamente con cualquier otra carga q que coloquemos en cualquier punto del espacio. Es decir, la carga Q modifica las propiedades del espacio, crea una nueva magnitud en él, a la que llamaremos *campo electrostático.*

Cualquier carga *q* (carga de prueba) colocada en cualquier punto del espacio sufrirá una fuerza electrostática $\vec{Fe}$. Esta fuerza dependerá de

- Las cargas Q y *q*
- El punto del espacio en el que coloquemos *q*

Si calculamos la fuerza que se ejercería por cada unidad de carga (por cada culombio) que colocáramos en el punto del espacio que estudiamos; entonces obtendremos una magnitud que no depende de la carga q que coloquemos en el punto, sino que únicamente depende del punto y de la carga que ha creado el campo (Q).

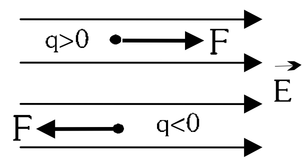
Esta magnitud así obtenida se denomina **Intensidad de Campo Eléctrostático** o **Campo Electrostático** ($\vec{E}$)

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\overrightarrow{F_e}}{q}} \qquad \boxed{\overrightarrow{F_e} = q \cdot \vec{E}}$$

Unidades de $\vec{E}$: [E] = N/C

<u>Efectos del campo eléctrico</u>: de la expresión $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, podemos extraer varias consecuencias sobre los efectos que produce la fuerza electrostática:

- La fuerza electrostática sólo actúa sobre partículas cargadas (estén en reposo o en movimiento)
- La dirección de la fuerza (y de la aceleración que originará , si es la única fuerza aplicada) es paralela al campo
- El sentido de la fuerza depende del signo de la carga q sobre la que actúe el campo



3.2.2 Energía potencial electostática (Ep_e) de una carga q en el interior de un campo eléctrico:

- Es la energía que almacena una carga q colocada en un punto del interior del campo electrostático.

- También puede definirse teniendo en cuenta que la fuerza electrostática es conservativa. La Ep_e será la función potencial asociada a la fuerza electrostática. Es decir

$$W_{Fe} = -\Delta Ep_e \qquad \Delta Ep_e = -\int_A^B \overrightarrow{F_e} \cdot \overrightarrow{dr}$$

Esta energía potencial, como es evidente, se mide en julios, y depende de la carga q colocada.
Puede ser positiva o negativa, según el signo de q y las características del campo.

3.2.3 Potencial electrostático (V) en un punto del espacio:

- Energía por unidad de carga positiva (por cada C) que almacenaría cualquier cuerpo con carga eléctrica que colocáramos en dicho punto del espacio.

$$\boxed{V = \frac{Ep_e}{q}} \qquad \boxed{Ep_e = q \cdot V}$$

[V] = J/C = Voltio (V)

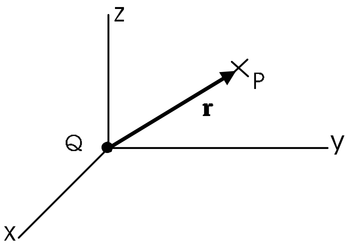
El potencial V es una propiedad del espacio. Es independiente de la carga q que coloquemos en el punto.

- También (con un razonamiento similar al de la energía potencial) podemos definir el potencial electrostático como *la función potencial asociada al campo electrostático.* $\Delta V = -\int_A^B \vec{E} \cdot \overrightarrow{dr}$

Lo estudiado hasta ahora es general, es válido para cualquier campo electrostático que tengamos. A partir de ahora veremos casos particulares. Los resultados que obtendremos sólo se podrán aplicar en un problema si estamos en ese caso particular.

3.3 CAMPOS CREADOS POR CARGAS PUNTUALES

3.3.1 Campo creado por una carga puntual:



Supongamos una carga puntual Q. Crea un campo electrostático a su alrededor. Cualquier carga de prueba q que coloquemos en un punto del espacio, sufrirá una fuerza electrostática.

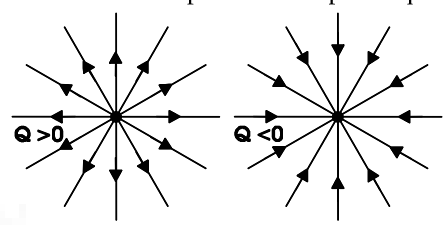
Dado que tanto Q como q son cargas puntuales, la <u>Fuerza</u> vendrá dada por la ley de Coulomb:

$$\overrightarrow{F_e} = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \overrightarrow{u_r}$$ El módulo debe ser > 0 $$F_e = K \cdot \frac{|Q \cdot q|}{r^2}$$

<u>**Campo eléctrico**</u> $\vec{E}$: Fuerza ejercida por unidad de carga sobre una partícula colocada en el punto del espacio que estamos estudiando.

$$\vec{E} = \frac{\overrightarrow{F_e}}{q} = \frac{K \cdot Q \cdot \cancel{q}}{r^2 \cdot \cancel{q}} \cdot \overrightarrow{u_r} = \frac{K \cdot Q}{r^2} \cdot \overrightarrow{u_r}$$

Líneas de campo



Módulo $$E = \frac{K \cdot |Q|}{r^2}$$ $(E > 0)$

<u>**Energía potencial electrostática** (*Ep*$_e$)</u>: Energía almacenada por una carga q colocada en el interior del campo electrostático creado por Q. (esa energía es almacenada por el sistema formado por ambas cargas)

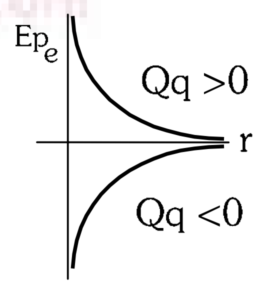
Partimos de la expresión general $\Delta Ep_e = -W_{Fe}$ Así tendremos:

$$\Delta Ep_e = -\int_A^B \overrightarrow{F_e} \cdot \overrightarrow{dr} = -\int_{r_A}^{r_B} \frac{K \cdot Q \cdot q}{r^2} \cdot \overrightarrow{u_r} \cdot dr \cdot \overrightarrow{u_r} = -K \cdot Q \cdot q \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{r^2} \cdot dr = -K \cdot Q \cdot q \cdot \left[-\tfrac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B} =$$

$$= \frac{K \cdot Q \cdot q}{r_B} - \frac{K \cdot Q \cdot q}{r_A}$$

Elegimos origen . Para $r_A \rightarrow \infty$, $Ep_A = 0$.

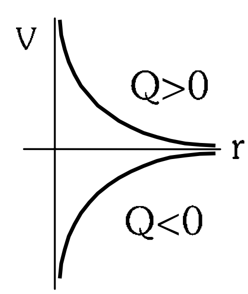
Y la expresión queda $$\boxed{Ep_e = \frac{K \cdot Q \cdot q}{r}}$$



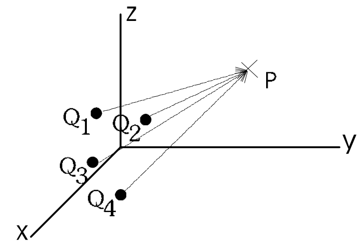
La Ep_e almacenada puede ser positiva o negativa, según el signo de Q y q

<u>**Potencial electrostático en un punto** (*V*)</u>: Energía por unidad de carga positiva (por cada C) que almacenaría cualquier cuerpo con carga eléctrica que colocáramos en dicho punto del espacio

$$V = \frac{Ep_e}{q} = \frac{K \cdot Q \cdot \cancel{q}}{r \cdot \cancel{q}}$$ $$\boxed{V = \frac{K \cdot Q}{r}}$$



3.3.2 Campo electrostático creado por varias cargas puntuales:



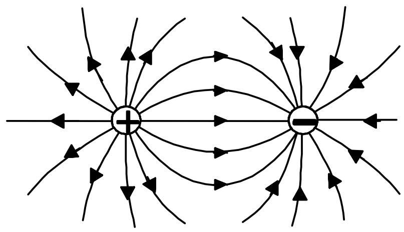
En este caso aplicamos el *principio de superposición* (el efecto producido por un conjunto de cargas puede calcularse sumando los efectos de cada carga por separado). Así

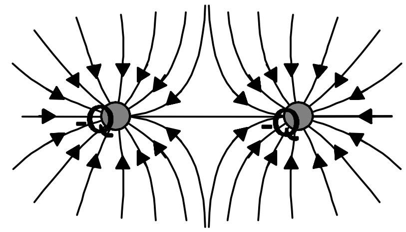
$$\vec{F}_e = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots$$

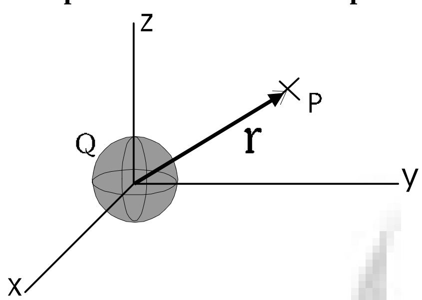
$$Ep_e = Ep_1 + Ep_2 + Ep_3 + \ldots$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots$$





3.3.3 Campo electrostático creado por una esfera cargada en su exterior:

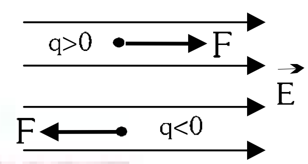


Son válidos los resultados obtenidos para cargas puntuales.
(la demostración, en el apartado 2.3)

Q es la carga neta de la esfera y r la distancia al centro de la misma

3.3.4 Campo electrostático constante: $\vec{E} = cte$

En este caso sólo podemos usar los resultados generales vistos al principio.

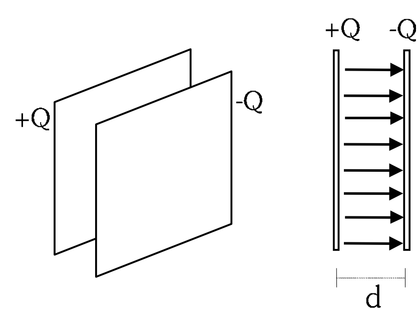


$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ (con lo que $\vec{F} = cte$) $Ep_e = q \cdot V$

$$W_{Fe} = \int_A^B \overrightarrow{F_e} \cdot \overrightarrow{dr} = \overrightarrow{F_e} \cdot \overrightarrow{\Delta r} \qquad \Delta V = -\int_A^B \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dr} = -\overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{\Delta r}$$

Un ejemplo muy usado de campo eléctrico constante es el *condensador*. Consiste en dos placas metálicas planas y paralelas, cargadas con cargas idénticas, pero de signo contrario. Entre las placas se genera un campo eléctrico constante.

$\vec{E} = cte$ Dirección: perpendicular a las placas
Sentido: de la placa + a la -

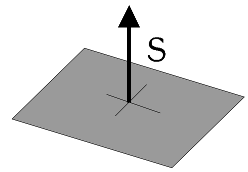


Diferencia de potencial entre las placas: $\Delta V = V_- - V_+ = -E \cdot \Delta r = -E \cdot d$

Normalmente se da la diferencia en valor absoluto (el potencial de la placa positiva menos el de la negativa).

$$\Delta V = V_+ - V_- = E \cdot d$$

3.4 TEOREMA DE GAUSS. APLICACIÓN AL CÁLCULO DE CAMPOS ELECTROSTÁTICOS

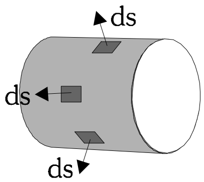


3.4.1 Vector superficie: La forma que tenemos en Física y en geometría de representar las superficies mediante una magnitud es usar el vector superficie ($\vec{s}$). Este vector tiene como características:

Su dirección es perpendicular a la superficie

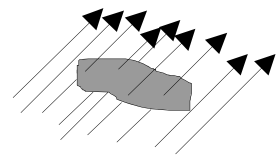
Su módulo es igual al área.

El sentido puede elegirse. Cuando una superficie es cerrada, normalmente va hacia fuera de la misma.



Cuando una superficie no es plana, vemos que no existe un único vector superficie, ya que este va cambiando de dirección. Se procede entonces a dividir la superficie en trozos infinitamente pequeños, a cada uno de los cuales corresponde un vector superficie $d\vec{s}$.

3.4.2 Flujo del campo electrostático (Φ_E):



El concepto de flujo nos da una idea de la concentración de líneas de campo en una zona del espacio. Es otra forma de medir lo intenso que es el campo en ese sitio.

Supongamos una superficie cualquiera dentro del campo electrostático. Habrá líneas de campo que la atravesarán, otras no. El flujo nos va a indicar si dicha superficie es atravesada con más o menos intensidad por las líneas de campo.

Esta magnitud dependerá de: La intensidad del campo en la zona (el valor de $\vec{E}$).
El tamaño y forma de la superficie
La orientación entre la superficie y el campo.

Estas tres características quedan recogidas en la expresión que calcula el flujo que atraviesa una determinada superficie. $\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$ unidades de flujo electrostático $[\Phi_E] = [E] \cdot [S] = N \cdot C^{-1} \cdot m^2$

En el caso de que el campo gravitatorio sea uniforme (que tenga el mismo valor en todos los puntos de la superficie), $\vec{E}$ puede salir fuera de la integral, con lo que el flujo quedará $\Phi_E = \vec{E} \cdot \int_S d\vec{s} = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot \cos\alpha$

<u>*Ejemplo.*</u> Cálculo del flujo que atraviesa una superficie esférica (la carga Q que crea el campo se encuentra en el centro de dicha superficie).

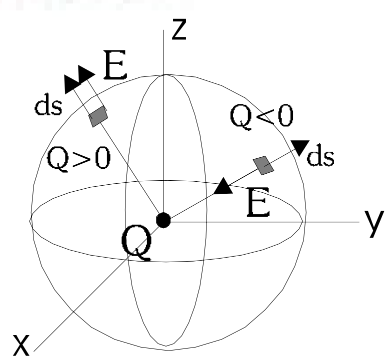
Sabemos la expresión del campo electrostático creado por una carga puntual. $\vec{E} = \frac{K \cdot Q}{r^2} \cdot \overrightarrow{u_r}$

$\vec{E}$ tiene dirección radial. Su sentido depende del signo de Q. En la figura vemos que forma 0º ó 180º con el vector superficie $d\vec{s}$. Así, el flujo se calculará:

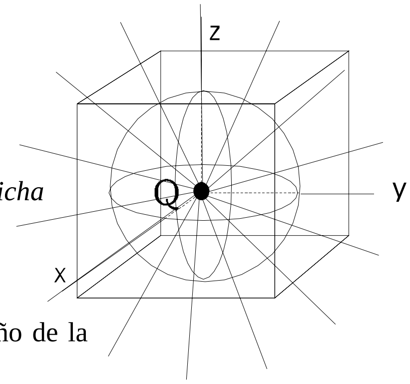
$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_S E \cdot ds \cdot \cos(0^o \text{ ó } 180^o) = \pm \int_S E \cdot ds$$

Como E se mantiene constante en toda la superficie, podemos sacarlo fuera de la integral

$$\Phi_E = \pm \int_S E \cdot ds = \pm E \cdot \int_S ds = \pm E \cdot S = \pm \frac{K \cdot |Q|}{r^2} \cdot 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot K \cdot Q = \frac{Q}{\varepsilon}$$



3.4.3 Teorema de Gauss:



El teorema de Gauss aplicado al campo electrostático nos dice los siguiente:

El flujo total que atraviesa una superficie *<u>cerrada</u>* *en el interior de un campo electrostático es proporcional a la carga eléctrica neta encerrada por dicha superficie.* $\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = 4\pi\cdot K\cdot Q = 4\pi\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot Q = \frac{Q}{\varepsilon}$

Según la expresión, vemos que el flujo no depende de la forma ni el tamaño de la superficie, siempre que sea cerrada y encierre la misma cantidad de carga.

Cuestión: ¿Qué ocurre si la superficie cerrada no contiene en su interior ninguna carga?

<u>APLICACIONES:</u>

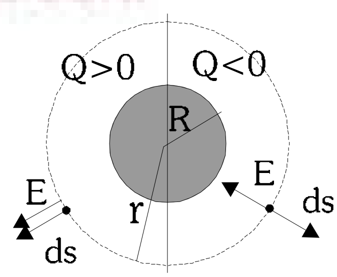
El teorema de Gauss permite calcular la expresión del campo electrostático creado por algunas distribuciones de masa. Deben ser cuerpos que posean cierta simetría (esférica, cilíndrica, plana), en los que podamos tener una idea de la dirección que llevarán las líneas de campo en cada punto.

El objetivo que se persigue al aplicar el teorema de Gauss es el de poder despejar *E* de la fórmula $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon}$. Para ello, para que *E* salga fuera de la integral, es preciso que tenga un valor constante en toda la superficie y que además sea perpendicular a la misma. Así:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \oint_S E\cdot ds\cdot cos(0^o\ ó\ 180^o) = \cdot\pm E\cdot\oint_S ds = \pm E\cdot S = \frac{Q}{\varepsilon} \quad\rightarrow\quad E = \left|\frac{Q}{S\cdot E}\right|$$

Donde S es el valor de la superficie (llamada *superficie gaussiana*) utilizada, y Q es la carga total que queda encerrada dentro de la superficie gaussiana. Lo veremos en los casos que se exponen a continuación:

3.4.4 Cálculo de $\vec{E}$ creado por una esfera cargada en su exterior:



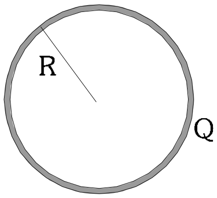
El cuerpo que va a crear el campo tiene simetría esférica. Sabemos que las líneas de campo irán en dirección radial y que el valor del campo dependerá exclusivamente de la distancia al centro de la esfera. La superficie gaussiana que andamos buscando debe ser perpendicular a las líneas de campo y mantener constante el valor de *E* en todos sus puntos: es claramente una esfera de radio *r* cualquiera (siempre mayor que el radio R de la esfera).

Aplicando el teorema de Gauss al campo que atraviesa dicha superficie:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \oint_S E\cdot ds\cdot cos(0^o\ ó\ 180^o) = \cdot\pm E\cdot\oint_S ds = \pm E\cdot S = \frac{Q}{\varepsilon} \quad\rightarrow\quad E = \left|\frac{Q}{S\cdot\varepsilon}\right| = \left|\frac{Q}{4\pi\cdot r^2\cdot\varepsilon}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{|Q|}{r^2} = \frac{K\cdot|Q|}{r^2}$$

de este modo $E = \frac{K\cdot|Q|}{r^2}$, que es la expresión que habíamos visto anteriormente.

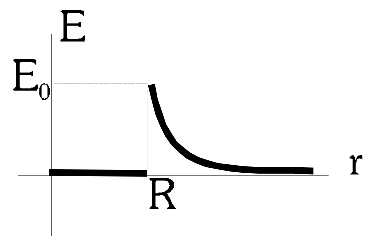
3.4.5 Cálculo de $\vec{E}$ creado por una <u>esfera hueca</u> (la carga está distribuida sólo en la superficie) en su interior:



Esto ocurre en las sustancias metálicas, por ejemplo. Dada la gran movilidad de los electrones en los metales, al cargar eléctricamente una esfera metálica, la repulsión entre las cargas hace que los electrones se alejen lo más posible unos de otros, quedando distribuidos en la superficie.

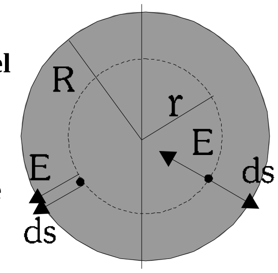
Aplicando el teorema de Gauss al interior, vemos que cualquier superficie cerrada que tomemos, no encerrará ninguna carga, con lo que:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon} = 0 \;\Rightarrow\; \oint_S E\cdot ds\cdot cos\alpha = \pm E\cdot \oint_S ds = 0 \Rightarrow E_{int} = 0$$



Se puede probar que esto ocurre en el interior de cualquier cuerpo metálico cargado. Siempre que la carga esté distribuida por la superficie, el campo electrostático en el interior será cero.

3.4.6 Cálculo de $\vec{E}$ creado por una <u>esfera maciza</u> (la carga está distribuida en todo el volumen) en su interior:

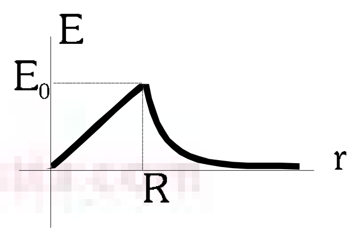


El cuerpo tiene simetría esférica y las líneas de campo van a llevar, por tanto, dirección radial. Como ocurría anteriormente, la superficie gaussiana que usaremos será una esfera de radio *r* (menor que R, en este caso). Aplicamos el teorema de Gauss a esa esfera:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \oint_S E\cdot ds\cdot cos\alpha = \pm E\cdot \oint_S ds = \pm E\cdot S = \pm E\cdot 4\pi\cdot r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon} \quad\rightarrow\quad E = \frac{\pm Q_{int}}{4\pi\varepsilon\cdot r^2} = \frac{K\cdot |Q_{int}|}{r^2}$$

Ahora, la carga encerrada por la esfera gaussiana no es toda la carga del cuerpo, sino sólo una parte. La calculamos:

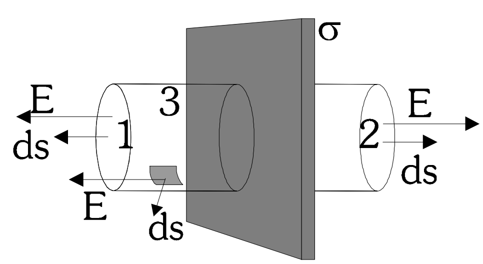
$$Q_{int} = \rho\cdot V_{int} = \frac{Q_{tot}}{V_{tot}}\cdot V_{int} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi\cdot R^3}\cdot \tfrac{4}{3}\pi\cdot r^3 = \frac{Q\cdot r^3}{R^3}$$



Entonces $\quad E = \frac{K\cdot |Q_{int}|}{r^2} = \frac{K\cdot |Q|\cdot r^3}{r^2\cdot R^3} \quad\Rightarrow\quad E = \frac{K\cdot |Q|\cdot r}{R^3}$

Vemos que, en el interior, *E* disminuye conforme profundizamos, hasta hacerse cero en el centro de la esfera.

3.4.7 Campo electrostático creado por una lámina plana cargada:



Consideramos que la carga está repartida uniformemente por la lámina, con una densidad superficial de carga $\sigma = \frac{Q}{S}$. El cálculo que haremos es exacto únicamente si suponemos que la placa tiene una extensión infinita, pero sirve como muy buena aproximación cuando la distancia a la que estamos de la lámina es muy pequeña comparada con el tamaño de la misma.

En este caso (suponiendo que la carga es positiva), el campo $\vec{E}$ es perpendicular a la lámina y dependerá (como mucho) de la distancia a la misma. La superficie gaussiana que usaremos es la que aparece en la figura. En las caras 1 y 2, el flujo será $\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_S E \cdot ds \cdot cos\,0^o = E \cdot S$. En la cara lateral, como $\vec{E} \perp d\vec{s}$, el flujo a través de la misma es nulo (las líneas de campo no atraviesan la superficie). Calculando el flujo total, y aplicando el teorema de Gauss:

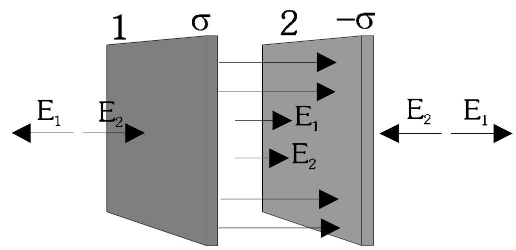
$$\Phi_{tot} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = E \cdot S + E \cdot S + 0 = 2 \cdot E \cdot S = \frac{Q_{int}}{\varepsilon} \rightarrow 2 \cdot E \cdot S = \frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon} \rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon}$$

vemos que el campo eléctrico es constante, no depende de la distancia a la que nos encontremos de la placa. Esto es un resultado bastante aproximado cuando esta distancia es muy pequeña, como ya dijimos al principio.

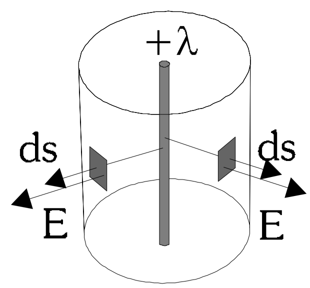
Cuando colocamos dos láminas planas cargadas, con cargas iguales pero de signo contrario, tenemos un aparato eléctrico denominado *condensador*. En esta situación, el campo entre las placas será la suma de los campos (ppio. de superposición), con lo que

$$E = E_1 + E_1 = 2 \cdot \frac{\sigma}{2\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

En el exterior del condensador, $\vec{E}$ se anula.



3.4.8 Campo electrostático creado por un hilo de carga (o un cilindro mucho más largo que ancho):



Este caso es una buena aproximación de una situación real, como es el caso de un cable cargado. Aquí las líneas del campo electrostático van hacia fuera del hilo en perpendicular a éste. La superficie gaussiana que usaremos será un cilindro centrado en el cable. La carga está distribuida uniformemente en el hilo, con una densidad lineal de carga $\lambda = \frac{Q}{L}$

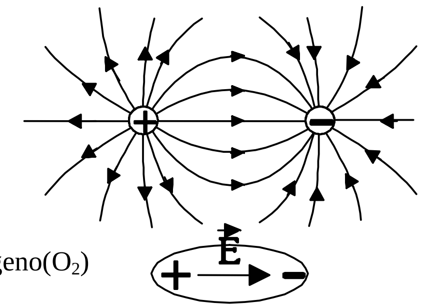
Aplicando el teorema de Gauss:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_S E \cdot ds \cdot cos(0^o\, ó\, 180^o) = \cdot \pm E \cdot \oint_S ds = \pm E \cdot S = \frac{Q}{\varepsilon} \rightarrow E = \frac{|Q|}{S \cdot \varepsilon} = \frac{\lambda \cdot L}{2\pi \cdot r \cdot L \cdot \varepsilon} = \frac{\lambda}{2\pi \cdot r \cdot \varepsilon}$$

Vemos que este campo disminuye con la distancia al hilo, pero no con el cuadrado de la distancia.

3.5 NOCIONES SOBRE CAMPO ELECTROSTÁTICO EN LA MATERIA

Campo electrostático producido por un dipolo:



Se entiende por dipolo un cuerpo neutro (normalmente una molécula) en el que las cargas positiva y negativa están separadas. Existirá entonces un campo eléctrico entre ambas cargas, cuyo sentido va desde la positiva a la negativa.

Una sustancia cuyas moléculas son dipolos se dice que es **polar**. Por ejemplo: agua, HCl, NH_3,
En caso contrario será **apolar**. Ejemplos: metano(CH_4), benceno(C_6H_6), oxígeno(O_2)

CONDUCTORES Y AISLANTES:

Podemos hacer una clasificación de las sustancias según su comportamiento frente a un campo eléctrico. Así, distinguimos entre
- Conductores
- Dieléctricos o aislantes

3.5.1 CONDUCTORES:

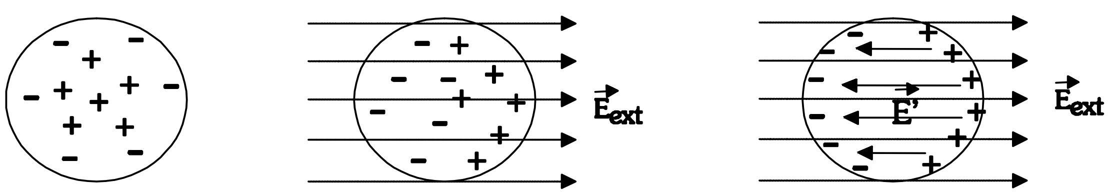
Pueden conducir la corriente eléctrica.
Poseen cargas libres (electrones móviles). Fundamentalmente son metales de transición, con estructura de enlace metálico (los electrones de la subcapa d de los átomos forman una "nube electrónica"). Los mejores conductores: Ag, Au, Cu.

<u>Conductor en equilibrio electrostático</u>: Un conductor está en equilibrio electrostático cuando no hay movimiento de cargas en su interior, es decir, $\sum \vec{F}_e = 0$. Por tanto, si no tenemos fuerza eléctrica neta en el conductor, *el campo eléctrico* $\vec{E}$ *en el interior del conductor es nulo*. ($\vec{E}_{\text{int}} = 0$).

Si introducimos carga adicional en el conductor (añadimos o quitamos e^-), dichas cargas adicionales sentirán repulsión entre ellas y tenderán a estar lo más alejadas posible. Se llegará a una situación estable, de equilibrio, cuando la cargas añadidas se encuentren distribuidas uniformemente por la superficie del conductor, quedando neutro el interior. Se vuelve a cumplir que $\vec{E}_{\text{int}} = 0$. Al ser $E = 0$, el potencial V se mantendrá constante.

Al introducir un conductor dentro de un campo eléctrico externo, $\vec{E}_{ext}$, los electrones móviles (carga negativa) se moverán en sentido contrario al campo. Esto produce una separación de carga + y - (dipolo), originándose un campo eléctrico $\vec{E}'$ dentro del conductor, que es igual y de sentido contrario al exterior.

De este modo, el campo en el interior. $\vec{E}_{\text{int}} = \vec{E}_{ext} + \vec{E}'$



Capacidad de un conductor:

Supongamos un objeto hecho de un material conductor, al que le suministramos una carga Q (positiva o negativa). Sabemos que dicha carga se repartirá uniformemente por la superficie del conductor, y almacenará una determinada energía potencial. El conductor tendrá un cierto valor de potencial V, que se mantiene constante en toda su superficie.

Definimos la Capacidad de un conductor (C) como la relación entre carga acumulada y potencial almacenado por el conductor. Es decir, la capacidad nos indica cuánta carga almacena el conductor por cada voltio de potencial al que se le somete.

$$C = \frac{Q}{V} \qquad \text{Unidades: } [C] = \frac{Coulombio}{Voltio} = Faradio\,(F)$$

Calcularemos la capacidad de un conductor esférico al que hemos suministrado una carga Q. Dicha carga se distribuirá por su superficie , quedando ésta con un potencial V dado por $V = \frac{K \cdot Q}{R} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon \cdot R}$

La capacidad será $C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon \cdot R}} = 4\pi\varepsilon \cdot R$

Como vemos, la capacidad sólo depende de las características del conductor (de su geometría y del material dieléctrico que lo rodee) No depende de la cantidad de carga que le hayamos suministrado. Esto ocurre para cualquier conductor.

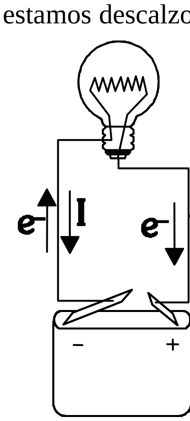
Para un *condensador*, la capacidad se define como $C = \frac{Q}{\Delta V}$ (ΔV es la diferencia de potencial entre las placas)

Conductores en situación de no equilibrio: Corriente eléctrica.

Cuando un conductor está en situación de equilibrio, sabemos que:
- Las cargas están en reposo
- $\vec{E}$ en su interior es cero
- V es constante

Pero, ¿Qué ocurre cuando en dos puntos del conductor el potencial es diferente? Pues entre esas dos partes del conductor se creará un campo eléctrico cuyas líneas irán del potencial mayor hacia el menor. Como consecuencia, las cargas móviles (e^-) que posee el material sufrirán una fuerza eléctrica dada por $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, y se moverán en sentido contrario al del campo eléctrico (es decir, del potencial menor hacia el potencial mayor). Se habrá generado una corriente eléctrica entre ambos puntos del conductor.

En eso consiste básicamente un circuito eléctrico: un material conductor entre cuyos extremos se mantiene una diferencia de potencial que origina el continuo movimiento de los electrones. Esto es lo que ocurre en una linterna, cuando salta un rayo en una tormenta, o cuando nos da calambre al tocar un aparato eléctrico cuando estamos descalzos o con las manos mojadas.



Una vez originada la corriente, el equilibrio se restablecería en breves instantes y los potenciales se igualarían, a menos que de alguna forma mantengamos la diferencia de potencial. Un aparato que ejerza esta función es un *generador*, y mantiene la diferencia de potencial por procedimientos químicos (pila, batería) o físicos (alternador, dinamo).

Intensidad de corriente: Actualmente sabemos que la corriente eléctrica consiste en un movimiento de electrones desde puntos de menor potencial a otros de mayor potencial. Pero la corriente eléctrica se estudiaba ya antes del descubrimiento de los electrones. Inicialmente se creyó que eran cargas positivas lo que circulaban por el circuito, y se consideró que la corriente circulaba desde los potenciales altos a los bajos (del polo + al – de la pila). Posteriormente, cuando se descubrieron los electrones y su movimiento real, ya no se cambió el criterio y se mantuvo el estudio de la corriente como si fueran cargas positivas.

La *intensidad de corriente* que circula por un punto del circuito (I) se define como la cantidad de carga eléctrica que pasa por ese punto en la unidad de tiempo (en cada segundo). Así, $I = \frac{Q}{t}$. Unidades: $[I] = \frac{C}{s} = A$, amperio.

El voltaje (ΔV), o diferencia de potencial entre dos puntos del circuito, se corresponde con la energía que consume cada unidad de carga (cada C) cuando pasa de un punto a otro del circuito.

Desde el punto de vista energético, las cargas (consideradas +), al desplazarse desde un punto donde hay mayor potencial a otro de menor V (donde almacenan menos energía), pierden energía, que es consumida en los aparatos eléctricos conectados (o en el propio cable si no hay ningún aparato, con lo que se calentará, pudiendo llegar a quemarse su envoltura plástica; es lo que pasa en un cortocircuito). El generador (la pila, batería, toma de corriente...) vuelve a suministrar energía a las cargas eléctricas para que continúen circulando.

3.5.2 DIELÉCTRICOS (AISLANTES):

No poseen electrones móviles. Normalmente son compuestos covalentes. Los electrones están restringidos a un átomo o molécula, siendo muy difícil que puedan circular por el material. Por tanto, no pueden conducir la corriente eléctrica.

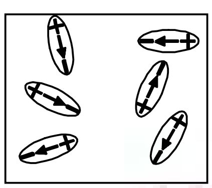
Según el tipo de molécula distinguimos dos tipos:

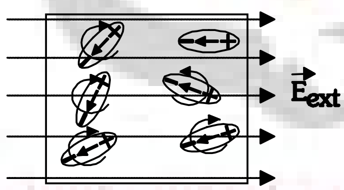
Dieléctricos polares: Sus moléculas son dipolos, tienen cargas separadas y campo eléctrico interno.

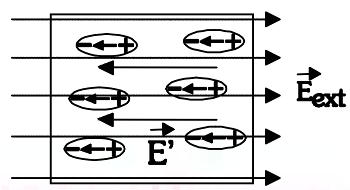
Dieléctrico apolares: En sus moléculas no existe separación de cargas, no son dipolos.

Al introducir una sustancia dieléctrica en el interior de un campo eléctrico externo, se produce el fenómeno de polarización del dieléctrico. Vemos el proceso en el siguiente esquema:

DIELÉCTRICO POLAR:





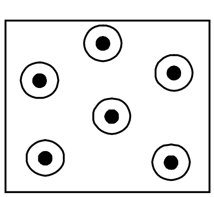


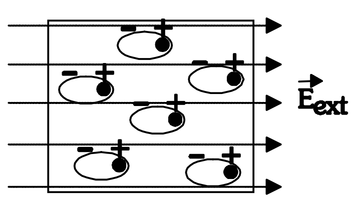
Al principio los dipolos están desordenados (**E**$_{int}$ =0)

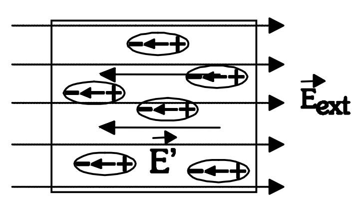
Se introduce **E**$_{ext}$. Orientación de dipolos

Se origina **E'** en sentido contrario a **E**$_{ext}$

DIELÉCTRICO APOLAR:







Al principio no existen dipolos (**E**$_{int}$ =0)

Se introduce **E**$_{ext}$. Separación de cargas Formación de dipolos

Se origina **E'** en sentido contrario a **E**$_{ext}$

En ambos casos se crea un campo inducido E' que se opone al campo exterior. A diferencia de lo que ocurría en los conductores, en los dieléctricos las cargas + y **-** no llegan a separarse completamente, por lo que el campo E' es menor que el Eext.

De este modo *el campo interior se hace más pequeño que el exterior*, pero no se hace cero.

$\vec{E}_{int} = \vec{E}_{ext} + \vec{E}'$; en módulo $E_{int} = E_{ext} - E'$; $E_{int} < E_{ext}$

Ruptura del dieléctrico:

Hemos visto que, al polarizar el dieléctrico, las cargas positiva y negativa de cada molécula tienden a separarse. Cuanto mayor es el campo eléctrico externo, mayor estiramiento se producirá en la molécula. ¿Podremos aumentar indefinidamente el campo o existirá un límite? Pues ocurre lo segundo, es decir, llegará un momento (un valor máximo de $\vec{E}_{ext}$) en que las moléculas no podrán estirarse más y se romperán, quedando libres los electrones. Se habla entonces de *ruptura del material dieléctrico*. De hecho, se ha convertido en un conductor, y circulará corriente a través de él (es lo que ocurre cuando salta un rayo a través del aire en una tormenta, o una chispa entre dos cables muy próximos). El valor del campo $\vec{E}$ a partir del cual ocurre esto se denomina *campo de ruptura*. Para el aire seco es de $3 \cdot 10^6$ V/m aprox.

PROBLEMAS SOBRE CAMPO ELECTROSTÁTICO:

1- Calcular la fuerza de atracción entre un ión cloruro y un ión sodio a una distancia de $2\cdot10^{-8}$ cm el uno del otro, si se encuentran

a) En el vacío *($5{,}76 \cdot 10^{-9}$ N)* b) En agua ($\varepsilon_r = 81$) *($7{,}11 \cdot 10^{-11}$ N)*

2.- Dos partículas α (He^{++}), están separadas 10^{-14} m. Calcular la fuerza electrostática con la que se repelen, la fuerza gravitatoria con la que se atraen y comparar ambas entre sí.
(datos $m_\alpha = 6{,}68\cdot10^{-27}$ kg ; $q_e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ C) *($Fe = 9{,}216$ N ; $Fg = 2{,}98 \cdot 10^{-35}$ N)*

3.- Dos esferas muy pequeñas (de radio despreciable) pesan 4 N cada una y están suspendidas de un mismo punto por sendos hilos de 5 cm de longitud. Al cargar cada una de las esferas con la misma carga negativa, los hilos se separan y, en la situación de equilibrio, forman un ángulo de 45º con la vertical. Calcular el valor de la carga.
($Q = -1{,}46 \cdot 10^{-6}$ C)

4.- Un cuerpo cuyo peso es 1 N está cargado con 2 μC. ¿A qué distancia sobre él debe colocarse otro cuerpo cargado con 3 μ C, de signo contrario, para que el primero no caiga por la acción de su peso? *(0,23 m)*

5.- Una carga positiva de 2 μ C está en el origen de un sistema de coordenadas. Calcular:
a) Campo eléctrico en el punto (2,3) m y fuerza electrostática ejercida sobre una partícula cargada con -2 μ C situada en dicho punto. *($\vec{E} = 768\,\vec{i} + 1152\,\vec{j}$ N/C ; $\vec{F}_e = -1{,}54\cdot10^{-3}\,\vec{i} - 2{,}3\cdot10^{-4}\,\vec{j}$ N)*
b) Potencial eléctrico V en un punto P situado a 4 m del origen (considerando $V_\infty = 0$) *(V = 4500 V)*
c) ¿Cuánto trabajo debe ser realizado por un agente exterior para llevar una carga de 3 μC desde el infinito hasta P?
(Wext = -We = 0,0135 J)

6.- Dos cargas eléctricas puntuales, la una A triple que la otra B, están separadas un metro. Determinar el punto en que la unidad de carga positiva está en equilibrio cuando:

a) A y B tienen el mismo signo *($r_A = 0{,}64$ m , $r_B = 0{,}37$ m)*
b) A y B tienen signos opuestos *($r_A = 2{,}37$ m , $r_B = 1{,}37$ m)*
c) ¿Se anulará el potencial electrostático en dichos puntos? Razonar.

7- Dos cargas $q_1 = 2\ \mu C$ y $q_2 = 4\ \mu C$ están situadas, respectivamente, en los puntos (0,2) y (0,-2) m. Calcular:
a) Campo y potencial electrostáticos en el punto (4,0) m. *($\vec{E}_{(4,0)} = 2415\ \vec{i} + 402{,}5\ \vec{j}$ N/C ; $V_{(4,0)} = 12075$ V)*
b) Trabajo necesario para trasladar una carga de 6 μC desde el infinito hasta el punto (4,0) m. *(Wext = -We = 0,072 J)*

8.- El potencial creado por una carga puntual a cierta distancia de ella es de 600 V y el campo eléctrico en el mismo punto es 200 N/C . ¿Cuál es la distancia a la carga desde el punto? ¿Cuál es el valor de la carga? *(r = 3 m , $Q = 2 \cdot 10^{-7}$ C)*

9. Una carga puntual Q crea un campo electrostático. Al trasladar una carga q desde un punto A al infinito, se realiza un trabajo de 5 J. Si se traslada desde el infinito hasta otro punto C, el trabajo es de -10 J.
a)¿Qué trabajo se realiza al llevar la carga desde el punto C hasta el A? ¿En qué propiedad del campo electrostático se basa la respuesta? *($W_{CA} = 5$ J)*
b) Si q = -2 μC, ¿Cuánto vale el potencial en los puntos A y C?

10. Aceleramos un electrón desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 10 kV.
a) Analizar energéticamente el proceso, calculando la velocidad que alcanza el electrón. Realizar un esquema, indicando el movimiento realizado por el electrón, y la disposición de los puntos de mayor y menor potencial. *($v = 5{,}93 \cdot 10^{7}$ m/s)*
b) Repetir el apartado anterior para un protón, y para un neutrón *(protón: $v = 1{,}39 \cdot 10^{6}$ m/s ; neutrón: no se acelera)*
(datos: $m_p \approx m_n = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg ; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)

11. Una partícula de carga $6 \cdot 10^{-6}$ C se encuentra en reposo en el punto (0,0). Se aplica un campo eléctrico uniforme de 500 NC^{-1}, dirigido en el sentido positivo del eje OY.
a) Describa la trayectoria seguida por la partícula hasta el instante en que se encuentra en el punto A, situado a 2 m del origen. ¿aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en dicho desplazamiento? , ¿en qué se convierte dicha variación de energía?
b) Calcule el trabajo realizado por el campo en el desplazamiento de la partícula y la diferencia de potencial entre el origen y el punto A. *($We = 6 \cdot 10^{3}$ J ; $V_O - V_A = 1000$ V)*

12.- Un electrón se lanza con una velocidad de 10^7 ms^{-1} y penetra en la región comprendida entre dos conductores horizontales, planos y paralelos, de 8 cm de longitud y separados entre sí 1 cm, en la que existe un campo eléctrico uniforme. El electrón penetra en la región por un punto equidistante de los dos conductores planos y, a la salida, pasa justamente por el borde del conductor superior.
a) Razonar qué tipo de movimiento describirá el electrón
b) Calcular el campo eléctrico que existe entre los conductores y diferencia de potencial entre ellos *(**E** = - 8875 **j** N/C)*
(datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C ; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg)

13. Una esfera uniformemente cargada tiene un potencial de 450 V en su superficie y a una distancia radial de 20 cm de la superficie, el potencial es de 150 V. Calcular el radio de la esfera y su carga. *(R = 0,1 m , $Q = 5 \cdot 10^{-9}$ C)*

14.- Una esfera de 8 cm de radio posee una carga eléctrica de **-** 0,3 μC. Calcular:
a) Potencial en un punto de la superficie. *(Vsup = -33750 V)*
b) Campo y potencial en un punto situado a 12 cm de la superficie. *(E = 67500 N/C , V = -13500 V)*

15.- Una carga de 4 μC está distribuida uniformemente sobre una superficie esférica de 10 cm de radio. Calcular:
a) Trabajo necesario para alejar radialmente una carga de -3 μC desde un punto situado a 10 cm de la superficie esférica, una distancia de 5 cm. *(Wext = -We = 0,108 J)*
b) En qué puntos sería nulo el campo si colocamos una carga puntual de 6 μC a 20 cm de distancia de la superficie esférica? *(r1 = 0,18 m ; r2 = 0,12 m)*

16. Calcular la energía del electrón de un átomo de hidrógeno en su estado fundamental (según el modelo de Böhr)

($m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, $r = a_0 = 0{,}53\ \overset{0}{A}$)

CUESTIONES TEÓRICAS:

1. Dos cargas puntuales iguales están separadas por una distancia d.
a) ¿Es nulo el campo eléctrico total en algún punto? Si es así, ¿cuál es la posición de dicho punto?
b) Repetir el apartado a) si las cargas fueran opuestas.

2. Indique si son o no correctas las siguientes frases, justificando las respuestas:
a) Si dos puntos se encuentran al mismo potencial eléctrico, el campo eléctrico en los puntos del segmento que une dichos punto, es nulo.
b) El trabajo necesario para transportar una carga de un punto a otro que se encuentra a distinto potencial eléctrico, es nulo.

3. Una partícula cargada q almacena una energía de **-** 5 J en el interior del campo electrostático creado por otra partícula de carga Q.
a) ¿Q es positiva o negativa? Razonar.
b) ¿La interacción entre Q y q es atractiva o repulsiva? Razonar.

4. Un electrón se mueve con velocidad constante en el sentido positivo del eje OX. Realizar un esquema razonado, indicando la dirección y sentido del campo eléctrico que habría que aplicar para que el electrón:
a) Disminuya su velocidad hasta quedar en reposo.
b) Describa una parábola.
c) Repetir los dos apartados anteriores para el caso de un protón.

5. En una región del espacio el potencial electrostático aumenta en el sentido positivo del eje Z y no cambia en las direcciones de los otros dos ejes. a) Dibujar en un esquema las líneas del campo electrostático y las superficies equipotenciales. b) ¿En qué dirección y sentido se moverá un electrón, inicialmente en reposo?

6. Razonar si la energía potencial electrostática de una carga **q** aumenta o disminuye, al pasar del punto **A** al punto **B**, siendo el potencial en **A** mayor que en **B**. b) El punto **A** está más alejado que el **B** de la carga **Q** que crea el campo. Razonar si la carga **Q** es positiva o negativa.

TEMA 4: ELECTROMAGNETISMO

4.1 CAMPO MAGNÉTICO; ORIGEN

4.1.1 Introducción histórica:

Hasta fechas recientes (S. XIX), existe un escaso conocimiento sobre la interacción magnética.

Antigüedad:	Magnesia (Asia Menor).		Se conoce la magnetita, o piedra imán.
S. X	China		Brújula. Aplicación en navegación.
S. XVII	1600	Gilbert (Inglaterra)	Propone que la Tierra es un imán.
S. XIX	1820	Öersted (Dinamarca)	Explica la causa del magnetismo, relacionándolo con las corrientes eléctricas
	Posteriormente, se desarrolla la teoría magnética (Faraday, Ampère, Lenz)		
	1865	Maxwell (R.U.)	Teoría electromagnética. Relaciona la electricidad y el magnetismo.

4.1.2 Características elementales de los imanes:

- Atraen a distancia.

- Cada imán posee dos polos (Norte y Sur)   No existen polos aislados (monopolos)
  Polos iguales: repulsión
  Polos distintos: atracción

- Desvían la brújula

- La Tierra se comporta como un imán. El Polo Norte geográfico es un polo Sur magnético, y viceversa.

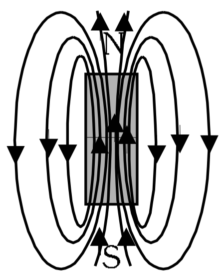
4.1.3 Campo magnético: características básicas:

Supongamos un imán situado en una región del espacio. Interaccionará con otro imán colocado a cierta distancia. Es decir, el imán modifica las propiedades del espacio, introduce una propiedad nueva, que hace que cualquier otro imán sufra una fuerza magnética. A esta propiedad se le denomina *campo magnético*.

- El campo magnético es una *magnitud vectorial*. Se representa por $\vec{B}$.
- Su unidad en el S.I. es el Tesla (T)
- Tiene menor intensidad que campo electrostático, pero es mucho más intenso que el gravitatorio.
- Su intensidad depende del medio. Esta dependencia viene marcada por la constante magnética K_m

$$K_m = \frac{\mu}{4\pi}$$ μ = permitividad magnética   En el vacío $K_{m0} = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \quad T \cdot m \cdot A^{-1}$

Por lo que $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \quad T\ m\ A^{-1}$



- $\vec{B}$ es un campo *no conservativo*.

- Líneas de campo   "Salen" de polos Norte y "entran" por polos Sur
  Líneas cerradas

4.1.4 **Origen del campo magnético**: Öersted (1820)

El científico danés Öersted relaciona experimentalmente los imanes con las corrientes eléctricas.

Observa que una corriente eléctrica desvía una brújula colocada a una cierta distancia. Es decir, la corriente eléctrica se comporta como imán.

También observa que corrientes paralelas se atraen o repelen según el sentido de la corriente.

Conclusión: El origen de campo magnético está en la existencia de cargas eléctricas en movimiento. Toda carga eléctrica en movimiento origina a su alrededor un campo magnético.

Posteriormente, con el descubrimiento de la estructura de los átomos, se explica el magnetismo natural. Es originado por el movimiento de los electrones alrededor del núcleo. Cada átomo crea su propio campo magnético. Si conseguimos que la mayoría de los átomos tenga su campo magnético orientado en la misma dirección y sentido, la suma de todos estos pequeños $\vec{B}$, producirá un campo apreciable. Esto sucede de forma natural en materiales ferromagnéticos (hierro, acero, magnetita).

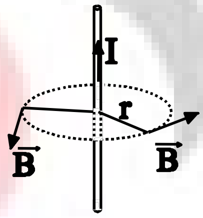
Las experiencias de Öersted y de otros científicos, como Biot y Savart, nos permiten conocer otra característica del campo magnético: su dirección y sentido.

Dirección de $\vec{B}$: Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)
Perpendicular al vector $\vec{r}$ (distancia desde la corriente al punto considerado)

Sentido de $\vec{B}$: Dado por la regla del sacacorchos al girar el sentido de la corriente sobre el vector $\vec{r}$.

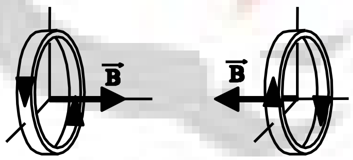
Algunos ejemplos:

Campo $\vec{B}$ producido por una corriente rectilínea



$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

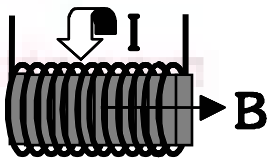
Campo $\vec{B}$ producido por una espira de corriente



$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot R}$$

Campo $\vec{B}$ en el interior de un solenoide (bobina, conjunto de N espiras):

$$B = \mu \cdot \frac{N}{L} \cdot I$$



Campo $\vec{B}$ producido por varias corrientes: Aplicamos el *principio de superposición*

$$\vec{B}_{TOT} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \ldots$$

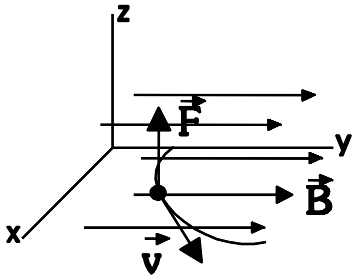
En general, para calcular el campo magnético producido por cualquier corriente eléctrica se usan las expresiones de la *ley de Biot-Savart*:

Campo creado por una carga en movimiento: $$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{q \cdot \vec{v} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

Campo creado por una corriente I: $$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \int \frac{d\vec{l} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

4.2 EFECTOS DEL CAMPO MAGNÉTICO:

Del mismo modo que B es originado por cargas en movimiento, también el campo magnético produce efectos sólo sobre cargas en movimiento. Podemos decir, por tanto, que la interacción magnética se produce únicamente entre cargas en movimiento.



Supongamos una partícula de carga q que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en una zona en la que existe un campo magnético $\vec{B}$. La fuerza magnética que sufre dicha partícula viene dada por la *Ley de Lorentz:*

$$\boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}} \qquad F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \operatorname{sen}\alpha$$

A partir de aquí   N = C· m · s^{-1} · [B]   [B] = N· s · C^{-1} · m^{-1} = kg · C^{-1} · s^{-1} = Tesla (T)
Otra unidad: gauss = 10^{-4} T

En general, sobre una partícula cargada actuarán campos eléctricos y magnéticos. La acción conjunta de ambos originará una fuerza que vendrá dada por la ley general de Lorentz:

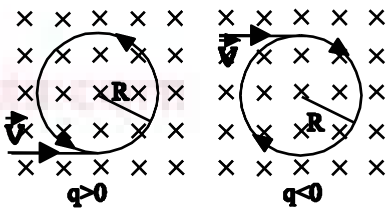
$$\vec{F} = \vec{F_e} + \vec{F_m} = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = q \cdot \left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$

Hablamos entonces de fuerza electromagnética. La separación entre los términos eléctrico y magnético es algo relativo, ya que esta interacción depende del sistema de referencia usado para medir. Normalmente usaremos sistemas de referencia en reposo.

4.2.1 Fuerza magnética sobre una carga moviéndose con $\vec{v}$ perpendicular a $\vec{B}$:

Supongamos una partícula cargada q que entra en una zona en la que hay un campo magnético constante B.

$$\boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}} \qquad F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \operatorname{sen}\alpha = |q| \cdot v \cdot B$$



La fuerza que sufrirá será perpendicular tanto a $\vec{B}$ como a $\vec{v}$, y su sentido dependerá tanto del producto $\vec{v} \wedge \vec{B}$ como del signo de q.

Como la fuerza es perpendicular a $\vec{v}$, la aceleración que sufra la partícula también lo será. Es decir, la aceleración será una aceleración normal (v = cte, cambia dirección). El movimiento resultante será un *movimiento circular uniforme*.

Aplicando 2ª ley Newton: $\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ $|q| \cdot v \cdot B = m \cdot a_n = m \cdot \dfrac{v^2}{R} \Rightarrow R = \dfrac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$

Otras magnitudes del movimiento: velocidad angular: $\omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{|q| \cdot B}{m} = cte.$

Periodo $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi \cdot m}{|q| \cdot B} = cte.$

<u>Aplicaciones</u>: Ciclotrón (acelerador de partículas);   Espectrógrafo de masas. (*al final del tema. Anexo I*)

<u>Cuestiones:</u> *¿Qué trabajo realiza la fuerza magnética que actúa sobre una carga en movimiento?*
¿Qué ocurre con la energía cinética de la partícula?

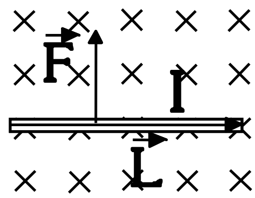
4.2.2 Efecto cuando $\vec{v}$ no es perpendicular a $\vec{B}$:

En este caso el movimiento no será circular. Lo más cómodo que podemos hacer para estudiar esto es descomponer v en dos componentes: una paralela al campo magnético ($v\|$), y otra perpendicular ($v\perp$).

La componente paralela no se verá modificada.
La componente perpendicular se verá modificada como ya hemos estudiado arriba (movimiento circular).

Por tanto, el movimiento total será la suma de los dos movimientos, es decir, una *hélice*.

4.2.3 Fuerza magnética sobre una corriente rectilínea:



Supongamos un hilo conductor rectilíneo por el que circula una intensidad de corriente I, colocado en el interior de un campo magnético uniforme B. La fuerza que sufrirá el cable dependerá de la intensidad del campo, del movimiento de las cargas por el conductor (de la I), y del tamaño de éste. Por tanto:

$\boxed{\vec{F} = I \cdot \vec{L} \wedge \vec{B}}$ *Ley de Laplace* $F = I \cdot L \cdot B \cdot \operatorname{sen} \alpha$

El vector $\vec{L}$ tiene estas características
Módulo: longitud del conductor
Dirección: la del conductor
Sentido: el de la corriente

4.2.4 Fuerza entre corrientes rectilíneas. Definición de amperio.

Supongamos dos hilos conductores paralelos, separados una distancia d, por los que circulan corrientes I_1 e I_2. Cada conductor creará un campo magnético a su alrededor, dado por la expresión

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

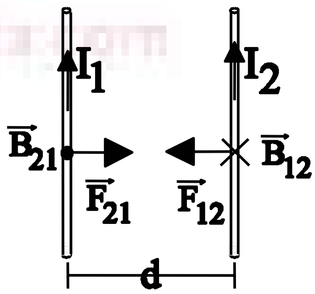
La corriente I_1 crea un campo B_{12} en la zona donde está el conductor 2

La corriente I_2 crea un campo B_{21} en la zona donde está el conductor 1.

$$B_{12} = \frac{\mu \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot d} \qquad B_{21} = \frac{\mu \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

La fuerza que ejerce el conductor 1 sobre el 2 $\vec{F}_{12} = I_2 \cdot \vec{L_2} \wedge \vec{B_{12}}$

La fuerza que ejerce el conductor 2 sobre el 1 $\vec{F}_{21} = I_1 \cdot \vec{L_1} \wedge \vec{B_{21}}$



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad F_{12} = I_2 \cdot L_2 \cdot B_{12} = I_2 \cdot L \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot d} = L \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = F_{21}$$

Calculando fuerza por unidad de longitud $f_{12} = \frac{F_{12}}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = f_{21}$

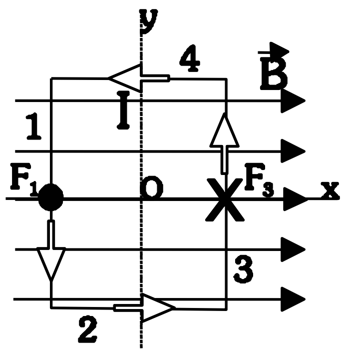
Esto permite dar una definición del amperio: "*Cantidad de corriente que circula por dos hilos paralelos separados 1 m, cuando entre ellos se ejerce, en el vacío, una fuerza por unidad de longitud de* $2 \cdot 10^{-7}$ *N/m.*"

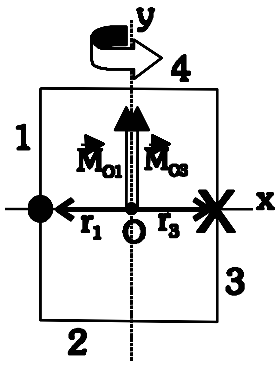
El hecho de que sea más fácil de medir la intensidad de corriente que la carga eléctrica, hace que actualmente se considere la intensidad como *magnitud fundamental* de la Física (en lugar de la carga eléctrica), junto con masa, longitud, tiempo y ángulo. El resto son magnitudes *derivadas*, que pueden obtenerse de las fundamentales leyes y expresiones.

Por tanto el amperio se considera *unidad fundamental de la Física*.

4.2.5 Efecto de un campo magnético sobre un circuito cerrado (una espira de corriente):

Estudiaremos este caso con un ejemplo sencillo: un circuito rectangular por el que circula una corriente I, dentro de un campo magnético uniforme $\vec{B}$, como indica la figura. Calculamos la fuerza que se ejerce sobre cada lado del circuito.





$$\vec{F}_1 = I \cdot \vec{L}_1 \wedge \vec{B} \rightarrow F_1 = I \cdot h \cdot B \cdot sen90^o = I \cdot h \cdot B$$

$$\vec{F}_2 = I \cdot \vec{L}_2 \wedge \vec{B} \rightarrow F_2 = I \cdot h \cdot B \cdot sen0^o = 0$$

$$\vec{F}_3 = I \cdot \vec{L}_3 \wedge \vec{B} \rightarrow F_3 = I \cdot h \cdot B \cdot sen90^o = I \cdot h \cdot B$$

$$\vec{F}_4 = I \cdot \vec{L}_4 \wedge \vec{B} \rightarrow F_4 = I \cdot h \cdot B \cdot sen180^o = 0$$

Vemos que $\Sigma\vec{F} = 0$, con lo que el circuito no se desplazará. Sin embargo, si estudiamos los momentos de fuerza respecto al centro de la espira

$$\vec{M}_{O1} = \vec{r}_1 \wedge \vec{F}_1 \rightarrow M_{O1} = r_1 \cdot F_1 \cdot sen90^o = \frac{a}{2} \cdot I \cdot h \cdot B = \frac{I \cdot a \cdot h \cdot B}{2} \quad \rightarrow \quad \vec{M}_{O1} = \frac{I \cdot a \cdot h \cdot B}{2} \cdot \vec{j} \quad (N \cdot m)$$

$$\vec{M}_{O3} = \vec{r}_3 \wedge \vec{F}_3 \rightarrow M_{O3} = r_3 \cdot F_3 \cdot sen90^o = \frac{a}{2} \cdot I \cdot h \cdot B = \frac{I \cdot a \cdot h \cdot B}{2} \quad \rightarrow \quad \vec{M}_{O3} = \frac{I \cdot a \cdot h \cdot B}{2} \cdot \vec{j} \quad (N \cdot m)$$

Así: $$\Sigma\vec{M}_O = \vec{M}_{O1} + \vec{M}_{O3} = 2 \cdot \frac{I \cdot a \cdot h \cdot B}{2} \cdot \vec{j} = I \cdot a \cdot h \cdot B \cdot \vec{j} = I \cdot S \cdot B \quad \vec{j} \quad (N \cdot m)$$

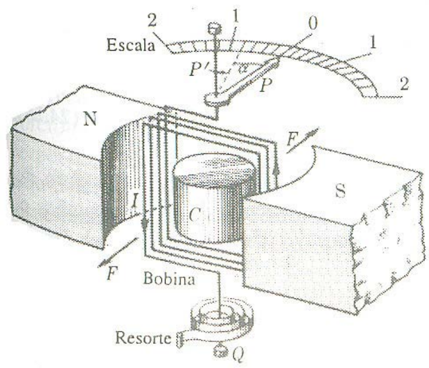
Recordando que el momento de fuerzas originaba un giro, la espira girará hasta colocarse perpendicular al campo.

La expresión general del momento que el campo ejerce sobre la espira es:
$\vec{M}_O = I \cdot \vec{S} \wedge \vec{B}$, donde $\vec{S}$ es el vector que caracteriza a la superficie delimitada por el circuito.

APLICACIONES: Este momento de giro, proporcional a la intensidad de corriente que recorre el circuito, puede aprovecharse en varias aplicaciones:

Galvanómetro:

Aparato que mide la intensidad de corriente de un circuito. Consiste en una pequeña bobina (conjunto de espiras) que puede girar alrededor de un eje. La bobina está inmersa en el campo magnético creado por un pequeño imán. Al pasar corriente por la bobina, la fuerza magnética hará que ésta gire. Un resorte helicoidal se opone a este giro, y se llega a una situación de equilibrio. El ángulo que haya girado la bobina dependerá de la intensidad de corriente. Una aguja unida a la bobina marca sobre una escala el valor de dicha intensidad.



Motor eléctrico:

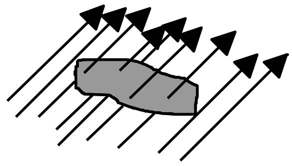
Con lo que hemos visto en el ejemplo, vemos que podemos producir un movimiento de giro en la espira simplemente haciendo pasar corriente a través de ella. Eso sí, conseguimos dar sólo un cuarto de vuelta, hasta que se coloca perpendicular al campo.

La forma de conseguir un giro completo está en colocar otra espira perpendicular a la primera, y hacer que la corriente pase por una u otra en el momento adecuado. Lograremos así un movimiento rotatorio completo. Esta es la base de un *motor eléctrico de corriente continua*. Una parte fija (estator, normalmente el imán que crea el campo magnético) y otra móvil (rotor, el conjunto de espiras).

En los *motores de corriente alterna* podemos conseguir el giro con una sola espira, pero la intensidad de corriente varía de forma adecuada para producir un giro constante (esto se verá en el siguiente apartado).

4.3 INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA: LEY DE FARADAY-LENZ. TRANSFORMADORES

Nota: **concepto de flujo magnético (ϕ_m)**



El flujo magnético es un concepto matemático que nos da una idea de la cantidad (o intensidad) de líneas de campo que atraviesan una determinada superficie.

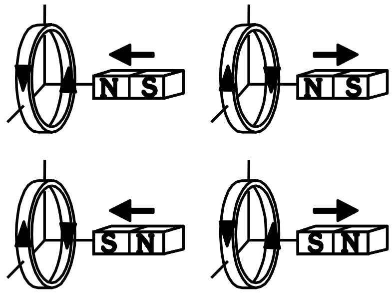
Supongamos una espira, o circuito cerrado, que encierra una superficie, y que se encuentra en el interior de un campo magnético. Habrá líneas de campo que atravesarán la superficie. La cantidad de líneas de campo que la atraviesen dependerá de tres factores:
- Intensidad del campo B
- Tamaño de la superficie (S)
- Orientación de la superficie

El flujo será $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot \vec{ds}$ Esta integral, denominada de superficie, es algo complicado. En este tema nos limitaremos al caso más simple: la superficie es plana y el campo magnético es uniforme en toda la superficie.

En ese caso $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot \vec{ds} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$ Unidad de flujo: Weber (Wb) = T $\cdot$m^2

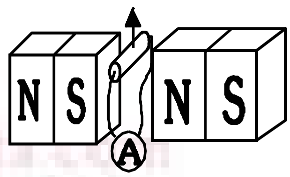
4.3.1 Inducción electromagnética:

Generación de corriente eléctrica en un circuito a partir de un campo magnético. Este fenómeno fue observado en el s. XIX por Faraday y Henry.



Experiencia de Faraday: Faraday observa que, colocando un imán frente a una espira conductora, no se observa corriente en la espira mientras mantenemos ambos en reposo, pero sí se mide paso de corriente cuando los acercamos o alejamos. El sentido de la corriente depende de si acercamos o alejamos, y de qué polo enfrentemos a la espira.

Experiencia de Henry: Henry coloca un trozo de material conductor entre dos imanes. Cierra el circuito conectando el conductor a un amperímetro. Observa que al mover el conductor se origina corriente en él.



Tanto Faraday como Lenz explican las características de este fenómeno:

- El origen de la corriente inducida está en la variación del campo magnético que atraviesa la superficie delimitada por la espira. (Lenz)
- Dicho de otra forma, está originada por la variación de flujo magnético que atraviesa la espira (Faraday)
- El sentido de la corriente es tal que origina un nuevo campo magnético inducido $\vec{B}_{ind}$, que se opone a la variación del campo magnético existente. (Lenz).
- Se opone a la variación del flujo (Faraday)

Teniendo en cuenta todo esto, llegamos a la **ley de Faraday-Lenz** sobre la inducción electromagnética:

"La corriente inducida en un circuito es originada por la variación del flujo magnético que atraviesa dicho circuito. Su sentido es tal que se opone a dicha variación."

La expresión de esta ley queda

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

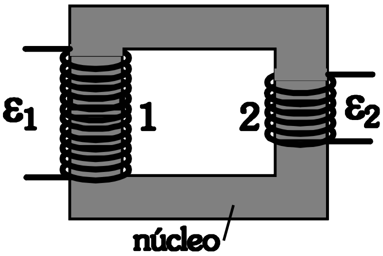
Donde ε es la fuerza electromotriz (f.e.m.), que se corresponde con la diferencia de potencial que se genera en el circuito y que origina el movimiento de cargas, la corriente. También puede entenderse como la energía que se suministra a las cargas (a cada C) para que se muevan por el circuito

Teniendo en cuenta que el flujo era $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot \vec{ds} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$

Llegamos a la conclusión de que se producirá f.e.m inducida (corriente eléctrica) en el circuito si varía alguno de los factores de los que depende el flujo. Es decir, si varía la intensidad del campo, si varía la superficie del circuito, o si varía la orientación relativa entre el campo y la superficie.

Este procedimiento es el que se utiliza en las centrales productoras de energía eléctrica. Haciendo girar una bobina en el interior de un campo magnético variamos la orientación entre $\vec{B}$ y $\vec{S}$, y generaremos corriente alterna. Lo veremos más detalladamente en el problema 11.

4.3.2 Funcionamiento de un transformador:



Un transformador se basa en el fenómeno de inducción electromagnética. La utilidad del transformador consiste en poder cambiar el voltaje (la f.e.m.) a la que vamos a conectar un aparato.

El esquema es el de la figura. El transformador consta de un núcleo de hierro alrededor del cual están arrollados dos circuitos. En el primario tendremos la f.e.m. inicial y en el secundario obtendremos la f.e.m. que utilizaremos. Al circular una corriente variable (corriente alterna, como la que tenemos en nuestras casas) por el primario, se origina un campo magnético en el núcleo de hierro (B también variable). El hierro, material ferromagnético, multiplica la intensidad del campo y concentra las líneas de campo en su interior. El campo B variable crea un flujo magnético también variable que atraviesa el circuito secundario. Si tenemos un flujo variable, se inducirá una corriente en el secundario, es decir, se originará una f.e.m. inducida. Su valor dependerá del número de vueltas de los circuitos 1º y 2º.

La relación de transformación viene dada por $\boxed{\dfrac{\varepsilon_1}{n_1} = \dfrac{\varepsilon_2}{n_2}}$

Las intensidades que circulan por ambos circuitos se transforman de forma inversa, dado que la potencia total ($P = \varepsilon \cdot I$) debe ser la misma en ambos circuitos (suponiendo un transformador ideal, sin pérdidas de energía por calentamiento)

$$\boxed{I_1 \cdot n_1 = I_2 \cdot n_2}$$

Cuestión: *¿Puede funcionar un transformador con corriente continua?.*

Aplicaciones de los transformadores:

La utilidad de un transformador es clara. En los enchufes de casa el voltaje es de 220 V, y algunos aparatos (el ordenador, el teléfono móvil cuando vamos a cargarlo) funcionan a otro voltaje distinto. La fuente de alimentación del ordenador o el cargador del móvil son ejemplos de aparatos que contienen en su interior un transformador.

Sin embargo, existe otra utilidad mucho más importante: el transporte de energía eléctrica a grandes distancias. En las centrales eléctricas se genera a unos 20.000 V. Aunque parezca elevado, no lo es tanto. Para transportar gran cantidad de energía (una potencia elevada), como $P = \varepsilon \cdot I$, es necesaria una intensidad de corriente muy elevada, lo que origina un calentamiento de los cables, que hace que se pierda mucha energía (más de la mitad) en un transporte de varios km. Para evitar esto, la corriente se transforma hasta voltajes elevados (alta tensión, entre 120.000 V y 400.000 V), con lo que se transporta con baja intensidad. Al llegar a la ciudad de destino, se vuelve a transformar al voltaje adecuado (primero a unos 11.000 V, y luego a 220 V, 380 V...)

PROBLEMAS SOBRE CAMPO MAGNÉTICO:

1.- Un electrón que se mueve en el sentido positivo del eje OX con una velocidad de $5 \cdot 10^4$ m/s penetra en una región donde existe un campo de 0,05 T dirigido en el sentido negativo del eje OZ. Calcular:

a) Aceleración del electrón

b) Radio de la órbita descrita y periodo orbital ($m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)

2.- Un electrón penetra con una velocidad de $4 \cdot 10^4$ m/s en el sentido positivo del eje OX, en una región en la que existe un campo magnético B de 0,5 T en el sentido positivo del eje OZ. Calcular:

a) Diferencia de potencial necesaria para que el electrón adquiera la energía cinética inicial.

b) Campo eléctrico que habría que aplicar para que el electrón mantuviera su trayectoria rectilínea.

($m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)

3.- Un protón, tras ser acelerado por una diferencia de potencial de 10^5 V, entra en una región en la que existe un campo magnético de dirección perpendicular a su velocidad, describiendo una trayectoria circular de 30 cm de radio.

a) Realice un análisis energético de todo el proceso y, con ayuda de esquemas, explique las posibles direcciones y sentidos de la fuerza, velocidad, campo eléctrico y campo magnético implicados.

b) Calcule la intensidad del campo magnético. ¿Cómo variaría el radio de la trayectoria si se duplicase el campo magnético? ($m_p = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg ; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)

4.- Un chorro de iones de dos isótopos de masas m_1 y m_2 con igual carga q , entran con velocidad **v** en el interior de un campo magnético uniforme de intensidad **B**, perpendicular a **v**. Calcular:

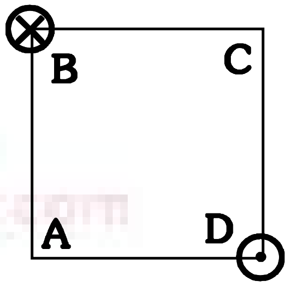
a) Relación entre los radios de las órbitas que describen.

b) Relación entre los respectivos periodos de revolución.

5.- Dos conductores paralelos y rectilíneos, recorridos por corrientes del mismo sentido de 10 A y 20 A respectivamente, están separados 10 cm. Calcular:

a) Campo magnético creado en un punto situado a 10 cm del primer conductor y a 20 cm del segundo

b) Fuerza por unidad de longitud sobre un conductor rectilíneo situado en el mismo plano que los otros dos conductores, paralelo y equidistante a ambos, por el que circula una corriente de 5 A en el sentido contrario al de los otros dos. ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A)



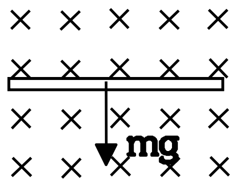
6.- Dos hilos metálicos largos y paralelos, por los que circulan corrientes de 3 A y 4 A, pasan por los vértices B y D de un cuadrado de 2 m de lado, situado en un plano perpendicular, como ilustra la figura. El sentido de las corrientes es el indicado en la figura.

a) Dibuje un esquema en el que figuren las interacciones mutuas y el campo magnético resultante en el vértice A.

b) Calcule los valores numéricos del campo magnético en A y de la fuerza por unidad de longitud ejercida sobre uno de los hilos. ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A)

7.- Un conductor recto de 2 m de largo por el que circula una corriente de 3 A está en el interior de un campo magnético uniforme de 1,5 T. El conductor forma un ángulo de 37º con la dirección del campo magnético. ¿Cuál es el valor de la fuerza que actúa sobre el conductor?

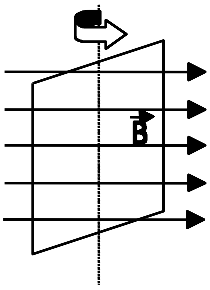
8.- Por una espira rectangular de 10 y 20 cm de lado, situada en el plano XY, circula una corriente de 5 A en el sentido horario. Se aplica un campo magnético de 2 T dirigido en el sentido positivo del eje OY. Calcular la fuerza magnética sobre cada lado de la espira. ¿Qué movimiento realizará la espira?

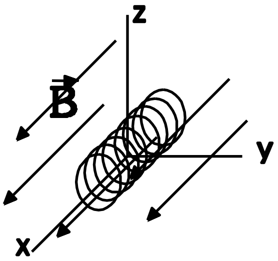


9.- Un alambre homogéneo de 50 cm de longitud y 10 g de masa se encuentra "sumergido" en un campo magnético de 0,2 T, como indica la figura. determinar la magnitud y dirección de la intensidad de corriente que deberá circular para que se mantenga en equilibrio y no caiga por acción de su propio peso.

10.- Una bobina de 100 espiras cuadradas de 5 cm de lado se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme, de dirección normal al plano de la espira y de intensidad variable con el tiempo:
$B = 2\,t^2$ T.
a) Deduzca la expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo.
b) Represente gráficamente la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo y calcule su valor para t = 4 s.

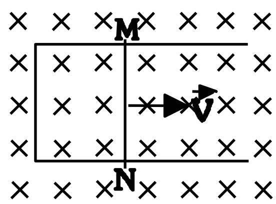
11.- Hacemos girar una espira cuadrada de 0,5 m de lado con una velocidad angular de 200 rad/s en el interior de un campo magnético uniforme de 0,8 T tal y como se indica en la figura. Calcula la f.e.m. inducida en el cuadro y representarla gráficamente. (Considerar que inicialmente el ángulo que forman **B** y **S** es cero)





12.- Una bobina de 10 espiras, de 2 cm^2 cada una, gira a 100 rpm alrededor del eje OZ, en presencia de un campo magnético uniforme de 0,2 T dirigido en el sentido positivo del eje OX.
a) Escribir la expresión de la f.e.m. inducida.
b) f.e.m. inducida si, manteniendo la espira en reposo, la intensidad del campo disminuye uniformemente con el tiempo, anulándose en 5 s.

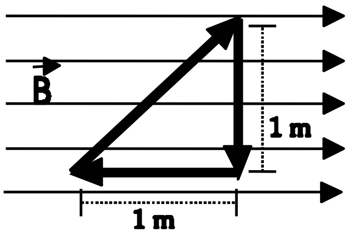
13.- Una espira rectangular está formada por un lado móvil MN que se mueve como se indica en el dibujo con v = 1 m/s. Dicha espira sufre un campo magnético perpendicular a ella B = 5 T.
Si MN = 10 cm. ¿Qué f.e.m. se produce? ¿Qué sentido tiene?
(Nota: la superficie de la espira viene dada por $S = b \cdot h$,
con h=10 cm y $b = v \cdot t$)



14.- Un haz de electrones se mueve acelerado por una diferencia de potencial de 50 kV en el sentido positivo del eje OX y penetra en una región en la que existe un campo magnético **B** = 2 **j** (T). Calcular:
a) Radio de la órbita descrita por los electrones.
b) Campo eléctrico que habría que aplicar para que los electrones mantuvieran su trayectoria rectilínea.
($m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)

15.- Dos conductores rectilíneos de gran longitud, paralelos, están situados entre el eje X y el eje Y (plano XY). Uno de ellos coincide con el eje OY y el otro pasa por el punto (20,0) cm. Calcular el campo magnético en (-10,0) y (10,0) cm si:
a) Por ambos conductores circula una corriente de 5 A en el sentido positivo del eje OY
b) Se invierte el sentido de la corriente en el conductor situado en el eje OY
($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A)

16.- En la figura está representado un campo magnético uniforme B = 0,5 T.
Calcular:
a) Módulo, dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre cada uno de los lados del circuito, cuando por él circula una corriente de 10 A, en el sentido indicado por la figura.
b) ¿Cuál es la fuerza total sobre el circuito?



CUESTIONES TEÓRICAS:

1.- ¿Qué dirección debe tener el movimiento de una carga en un campo magnético para que no esté sometida a ninguna fuerza magnética?

2.- Un protón viaja por una región del espacio sin experimentar ninguna desviación. ¿Puede afirmarse que en esa región no existe campo magnético? Razonar la respuesta

3.- Una partícula con carga q y masa m se mueve en dirección perpendicular a un campo **B**. Demostrar que la frecuencia de su movimiento orbital es $\upsilon = B\, q / 2\pi m$ (Hz)

4.- ¿Depende la fuerza magnética que midamos del sistema de referencia que tomemos para medirla? Razonar la respuesta.

5.- Una partícula, con carga q, penetra en una región en la que existe un campo.
a) Explique cómo podríamos determinar, al observar la trayectoria de la partícula, si se trata de un campo eléctrico o magnético. ¿Hay algún caso en que no sería posible determinar el tipo de campo?
b) Haga un análisis energético del movimiento de la partícula para un campo eléctrico y para un campo magnético, ambos perpendiculares a la velocidad con que la partícula penetra en el campo.

6.- Un electrón, un protón y un átomo de helio penetran en una zona del espacio en la que existe un campo magnético uniforme en dirección perpendicular a la velocidad de las partículas.
a) Dibuje la trayectoria que seguirá cada una de las partículas e indique sobre cuál de ellas se ejercerá una fuerza mayor.
b) compare las aceleraciones de las tres partículas. ¿Cómo varía su energía cinética?

7.- Una espira atraviesa una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme, vertical y hacia arriba. La espira se mueve en un plano horizontal.
a) Explique si circula corriente o no por la espira cuando: i) está penetrando en la región del campo, ii) mientras se mueve en dicha región, iii) cuando está saliendo.
b) Indique el sentido de la corriente, en los casos en que exista, mediante un esquema.

8.- ¿Se puede transformar la corriente continua de la misma forma que se hace con la corriente alterna? Razonar la respuesta.

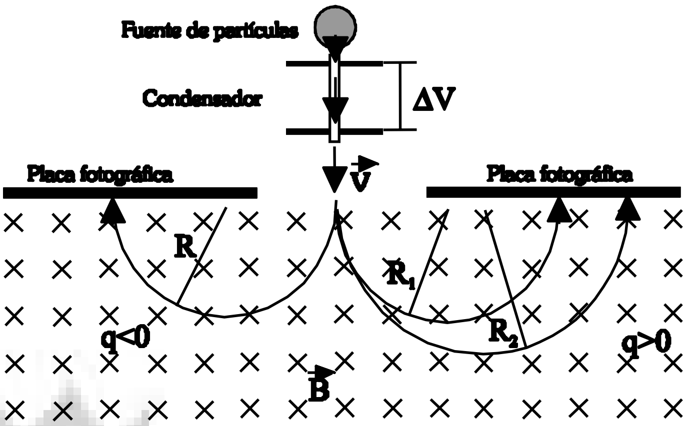
SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS DE CAMPO MAGNÉTICO:

1. a) $\mathbf{a} = -4{,}4 \cdot 10^{14}\ \mathbf{j}\ m/s^2$; b) $R = 5{,}7 \cdot 10^{-6}$ m ; $T = 7{,}1 \cdot 10^{-10}$ s
2. a) $\Delta V = 4{,}55 \cdot 10^{-3}$ V ; $\mathbf{E} = 2 \cdot 10^4\ \mathbf{j}$ N/C
3. b) B = 0,15 T al duplicar B, R se hace la mitad
4. $R_1/R_2 = m_1/m_2$; $T_1/T_2 = m_1/m_2$
5. a) $\mathbf{B} = 4 \cdot 10^{-5}\ \mathbf{k}$ T ; b) $\mathbf{B} = 4 \cdot 10^{-5}\ \mathbf{k}$ T ; $\mathbf{f} = -10^{-3}\ \mathbf{i}$ N/m
6. b) $\mathbf{B}_A = -3 \cdot 10^{-7}\ \mathbf{i} - 4 \cdot 10^{-7}\ \mathbf{j}$ T ; $f = 8{,}5 \cdot 10^{-7}$ N/m
7. $\mathbf{F} = -5{,}4\ \mathbf{k}$ N
8. lado superior: 1 **k** N ; lado inferior: -1 **k** N ; laterales: 0 N
9. 1 A hacia la derecha
10. a) $\phi_m = 0{,}5\, t^2$ Tm^2 ; b) $\varepsilon = -t$ V ; $\varepsilon = -4$ V
11. $\varepsilon = 40$ sen (200 t) V
12. a) $\varepsilon = 4{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot$ sen (10,5 t) V ; b) $\varepsilon = 8 \cdot 10^{-5}$ V
13. $\varepsilon = 0{,}5$ V ; sentido de corriente antihorario.
14. $R = 3{,}8 \cdot 10^{-4}$ m , $\mathbf{E} = -2{,}65 \cdot 10^8\ \mathbf{k}$ N/C
15. a) $\mathbf{B}_{(-10,0)} = 1{,}33 \cdot 10^{-5}\ \mathbf{k}$ T ; $\mathbf{B}_{(10,0)} = 0$ T
    b) $\mathbf{B}_{(-10,0)} = -6{,}7 \cdot 10^{-6}\ \mathbf{k}$ T ; $\mathbf{B}_{(10,0)} = 2 \cdot 10^{-5}\ \mathbf{k}$ T
16. a) lado oblicuo $\mathbf{F} = -5\ \mathbf{k}$ N , lado vertical $\mathbf{F} = 5\ \mathbf{k}$ N , lado horizontal $\mathbf{F} = 0$ N
    b) $\mathbf{F}_T = 0$ N , la espira no se desplaza pero gira.

ANEXO I:
APLICACIONES DEL MOVIMIENTO DE UNA PARTÍCULA EN EL INTERIOR DE UN CAMPO MAGNÉTICO

ESPECTRÓGRAFO DE MASAS: (F.W. Aston, 1919)

Este aparato se usa para medir la masa de partículas subatómicas y átomos ionizados (con carga eléctrica). Concretamente, para medir su relación carga/masa (q/m). Consta de una fuente de partículas cargadas, un condensador entre cuyas placas existe una diferencia de potencial ΔV, que acelera las partículas hasta una cierta velocidad $\vec{v}$, y una zona en la que existe un campo magnético constante y uniforme perpendicular a $\vec{v}$. Las partículas describirán una trayectoria circular, de radio R, hasta incidir en una placa fotográfica, lo que permite detectarlas.



La velocidad con la que las partículas salen del condensador se calcula a partir de

$$\Delta Ec = -\Delta Epe \quad \rightarrow \quad \tfrac{1}{2} mv^2 = q \cdot \Delta V \quad \text{(q y ΔV en valor absoluto)} \qquad v^2 = \frac{2 \cdot q \cdot \Delta V}{m}$$

Al entrar en el campo magnético, sufren una desviación que las obliga a seguir un movimiento circular uniforme de radio dado por $R = \dfrac{m \cdot v}{q \cdot B} \rightarrow v = \dfrac{R \cdot q \cdot B}{m} \rightarrow v^2 = \dfrac{R^2 \cdot q^2 \cdot B^2}{m^2}$

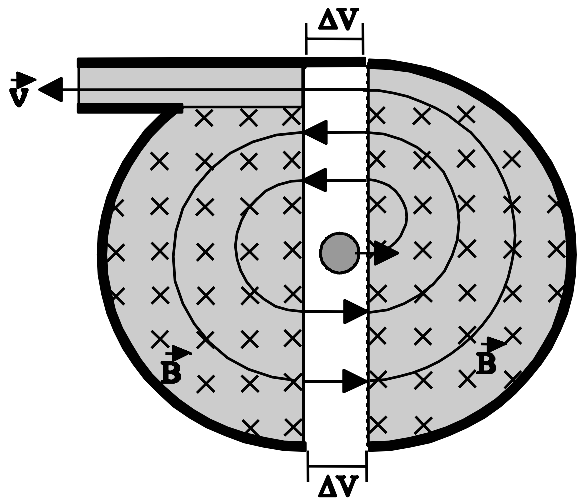
Igualando: $\dfrac{2 \cdot \cancel{q} \cdot \Delta V}{\cancel{m}} = \dfrac{R^2 \cdot q^{\cancel{2}} \cdot B^2}{m^{\cancel{2}}} \rightarrow \dfrac{q}{m} = \dfrac{2 \cdot \Delta V}{B^2 \cdot R^2}$ como B y ΔV son conocidos, midiendo el radio de la circunferencia podremos conocer la relación carga/masa de la partícula.

Para el caso de que se produzcan partículas con diferente masa (por ejemplo, isótopos del mismo elemento), este aparato permite separarlas, ya que, con diferente masa, las circunferencias que sigan tendrán distinto radio.

CICLOTRÓN: (E. Lawrence, 1932)

Es este un tipo de acelerador de partículas que utiliza conjuntamente campos eléctricos y magnéticos. Consiste en dos recipientes huecos con forma de D, en los que existe un campo magnético uniforme, como indica la figura. En el centro tenemos la fuente de partículas (una sustancia radiactiva, por ej.). La partícula cargada sale de la fuente con poca velocidad. El campo magnético perpendicular la obliga a seguir una trayectoria circular, en principio de radio pequeño.

En el espacio entre las D existe una diferencia de potencial ΔV colocada de forma adecuada. De esta forma, al llegar la partícula al final de la primera D, se acelera, con lo que llega a la segunda D con una velocidad mayor, y el radio de la circunferencia que describirá también será mayor. Al salir de la 2ª D vuelve a acelerarse, y así sucesivamente, aumentando el radio conforme mayor es la velocidad. Así, en el exterior de las D, al llegar al conducto de salida, las partículas llevan altas velocidades.



TEMA 5 VIBRACIONES Y ONDAS

Introducción: movimientos oscilatorios.

Una partícula tiene movimiento oscilatorio cuando se mueve alrededor de una posición de equilibrio, pasando alternativamente (en un sentido y en el contrario) por ésta. El movimiento de un péndulo, las vibraciones de un muelle, o las oscilaciones de un cuerpo que flota en el agua constituyen ejemplos de movimientos oscilatorios.

Si las oscilaciones se repiten cada cierto tiempo fijo, se dice que las oscilaciones son periódicas, y el movimiento es *oscilatorio periódico*.

5.1 MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (m.a.s):

El movimiento armónico simple (m.a.s.) es un caso particular de movimiento oscilatorio periódico. Lo estudiaremos por dos razones:

1) Es el más sencillo de los movimientos oscilatorios
2) Cualquier otro movimiento oscilatorio puede descomponerse en suma de m.a.s. (esto se denomina análisis de Fourier)

Estudio cinemático:

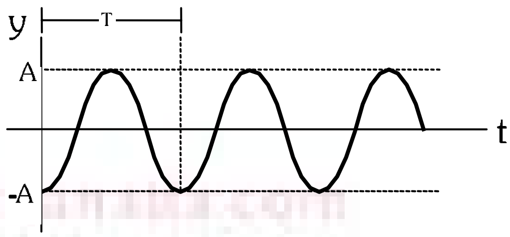
La posición de un móvil que describe un m.a.s viene dada por un ecuación del tipo

$$y = A \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

o

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

donde:



y Elongación. Es la posición del móvil respecto al punto de referencia, que se escoge siempre en su posición de equilibrio. Indica el desplazamiento desde dicha posición de equilibrio. Aunque usemos la letra "y", se refiere a cualquier coordenada espacial (x, y, z) en la que se mueva. [y]= m (S.I.)

A Amplitud del m.a.s. Es el valor máximo de la elongación (en valor absoluto). El m.a.s. alcanzará los valores de A y –A en los extremos de su movimiento. [A] = m (S.I.)

ω Frecuencia angular. Indica el ritmo de oscilación (algo análogo a la velocidad angular en un movimiento circular). [ω] = rad s^{-1} (S.I.). A partir de ω podemos obtener

T Periodo de oscilación. Tiempo que tarda el móvil en realizar una oscilación completa. Se calcula como

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$ [T]= s (S.I.)

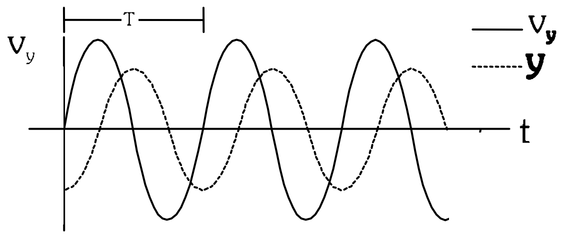
υ Frecuencia. Número de oscilaciones descritas en la unidad de tiempo. Es la inversa del periodo

$$\upsilon = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$ [υ]= ciclos/s = s^{-1} = Hz (Hertzio) (S.I.)

$\varphi = (\omega \cdot t + \varphi_0)$ Fase. Es un ángulo que nos indica en qué estado de oscilación se encuentra el móvil. Se mide en radianes en el sistema internacional

φ_0 Fase inicial. Valor de la fase para t = 0, cuando comenzamos a estudiar el movimiento. Nos permite calcular cómo era el movimiento al comenzar a estudiarlo. Por ej. La posición inicial se calculará sustituyendo t = 0 s en la ecuación, y quedará $y_0 = y_{(t=0)} = A \cdot sen(\varphi_0)$

Velocidad y aceleración de un m.a.s.

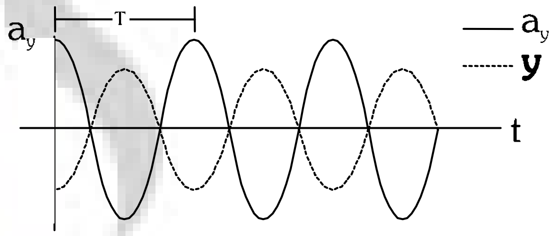


En un movimiento de estas características, la velocidad será variable. Derivando la posición:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \qquad [v_y] = \text{m s}^{-1} \text{ (S.I.)}$$

La velocidad máxima (en valor absoluto) que adquiere el m.a.s. es $v_{yMAX} = A \cdot \omega$

Cuestión: ¿Por qué es esa la $v_{MÁX}$? ¿En qué instantes lleva el m.a.s. dicha velocidad máxima?



La aceleración se calcula derivando la velocidad:

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -A \cdot \omega^2 \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi_0) \qquad [a_y] = \text{m s}^{-2} \text{ (S.I.)}$$

La aceleración máxima (en valor absoluto) que adquiere el m.a.s. es $a_{yMAX} = A \cdot \omega^2$

Cuestión: ¿Por qué es esa la $a_{MÁX}$? ¿En qué instantes lleva el m.a.s. dicha aceleración máxima?

Podemos comprobar, tanto numérica como gráficamente, que se cumple que

$$a_y = -\omega^2 \cdot y$$

Esta relación debe cumplirla todo m.a.s., y sirve para distinguir si un movimiento oscilatorio es armónico simple o no. Por ejemplo, las oscilaciones de un péndulo no son un m.a.s.. Sólo para oscilaciones muy pequeñas podemos hacer la aproximación de que es m.a.s.

Estudio dinámico:

Estudiamos a continuación qué características deben tener las fuerzas que actúan sobre el cuerpo para que describa un m.a.s.

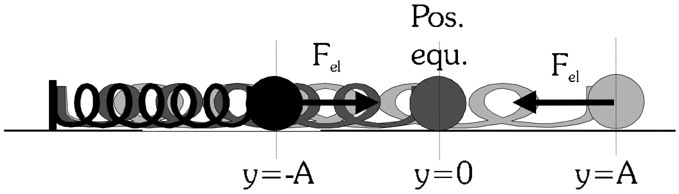
Partiendo de la relación $a_y = -\omega^2 \cdot y$ y aplicando la 2ª ley de Newton: $\Sigma F = m \cdot a_y = -m \cdot \omega^2 \cdot y$

Es decir, la fuerza resultante debe ser proporcional al desplazamiento respecto a la posición de equilibrio, y oponerse a éste.

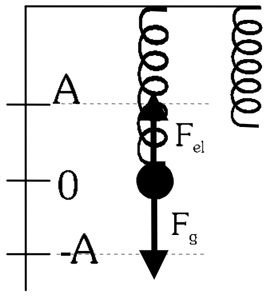
Una fuerza que posee estas características es la fuerza elástica (de un muelle, resorte, goma...). En adelante todos los m.a.s. que estudiaremos serán producidos por fuerzas elásticas. Recordando que

$$\left.\begin{array}{r} Fel = -K \cdot y \\ \Sigma F = m \cdot a_y = -m \cdot \omega^2 \cdot y \end{array}\right\} \quad K = m \cdot \omega^2 \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Estudiamos dos casos concretos: el muelle horizontal sin rozamiento y el muelle vertical con peso)



<u>Muelle horizontal sin rozamiento</u>: Es el caso más simple. La fuerza resultante sobre el cuerpo es la fuerza elástica. Se cumple todo lo dicho arriba



<u>Muelle en vertical</u>: Ahora incluimos la acción de la fuerza gravitatoria. De partida, al colgar el cuerpo, cambia la posición de equilibrio. El cuerpo estaría en reposo cuando

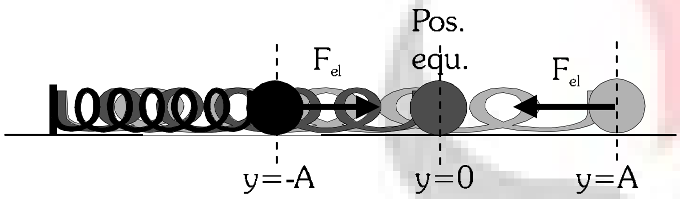
$$F_{el} = F_g \quad \rightarrow \quad K \cdot y_{eq} = m \cdot g \quad \rightarrow \quad y_{eq} = \frac{m \cdot g}{K}$$

En la posición de equilibrio el muelle ya está algo estirado.

Ese es el único efecto que va a tener la fuerza gravitatoria, modificar la posición de equilibrio. Al desviar el cuerpo de esta posición, comenzará a oscilar en torno a ese punto debido a la acción de la fuerza elástica, y las ecuaciones vuelven a ser las que hemos visto, siempre tomando como punto de referencia la nueva posición de equilibrio.

Estudio energético de un m.a.s.:

Nos centraremos en el m.a.s. que describe un cuerpo unido a un resorte horizontal sobre una superficie sin rozamiento. (es el caso más sencillo, el estudio es similar en otros casos)



Teniendo en cuenta que la resultante de las fuerzas aplicadas es igual a la fuerza elástica, sabemos que la energía mecánica del sistema se conservará. Así

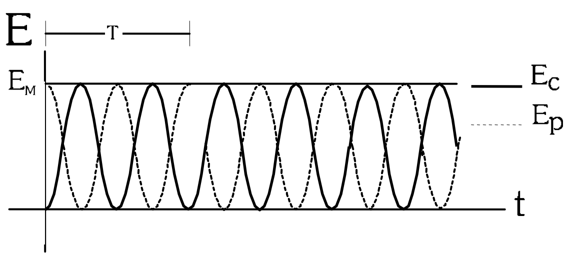
$$Ec = \tfrac{1}{2} m \cdot {v_y}^2 \quad ; \quad Ep_{el} = \tfrac{1}{2} K \cdot y^2$$

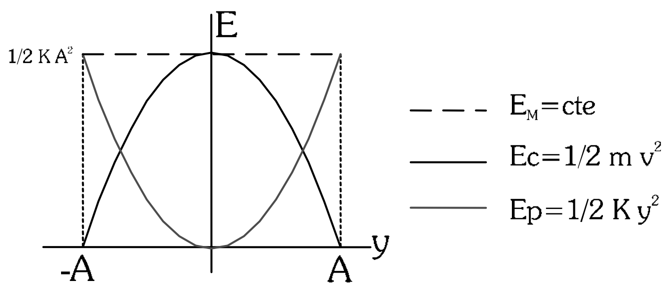
$$E_M = Ec + Ep_{el} = \tfrac{1}{2} m \cdot {v_y}^2 + \tfrac{1}{2} K \cdot y^2 = \tfrac{1}{2} m \cdot (A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0))^2 + \tfrac{1}{2} K \cdot (A \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi_0))^2 =$$

$$= \tfrac{1}{2} m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \tfrac{1}{2} K \cdot A^2 \cdot sen^2(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

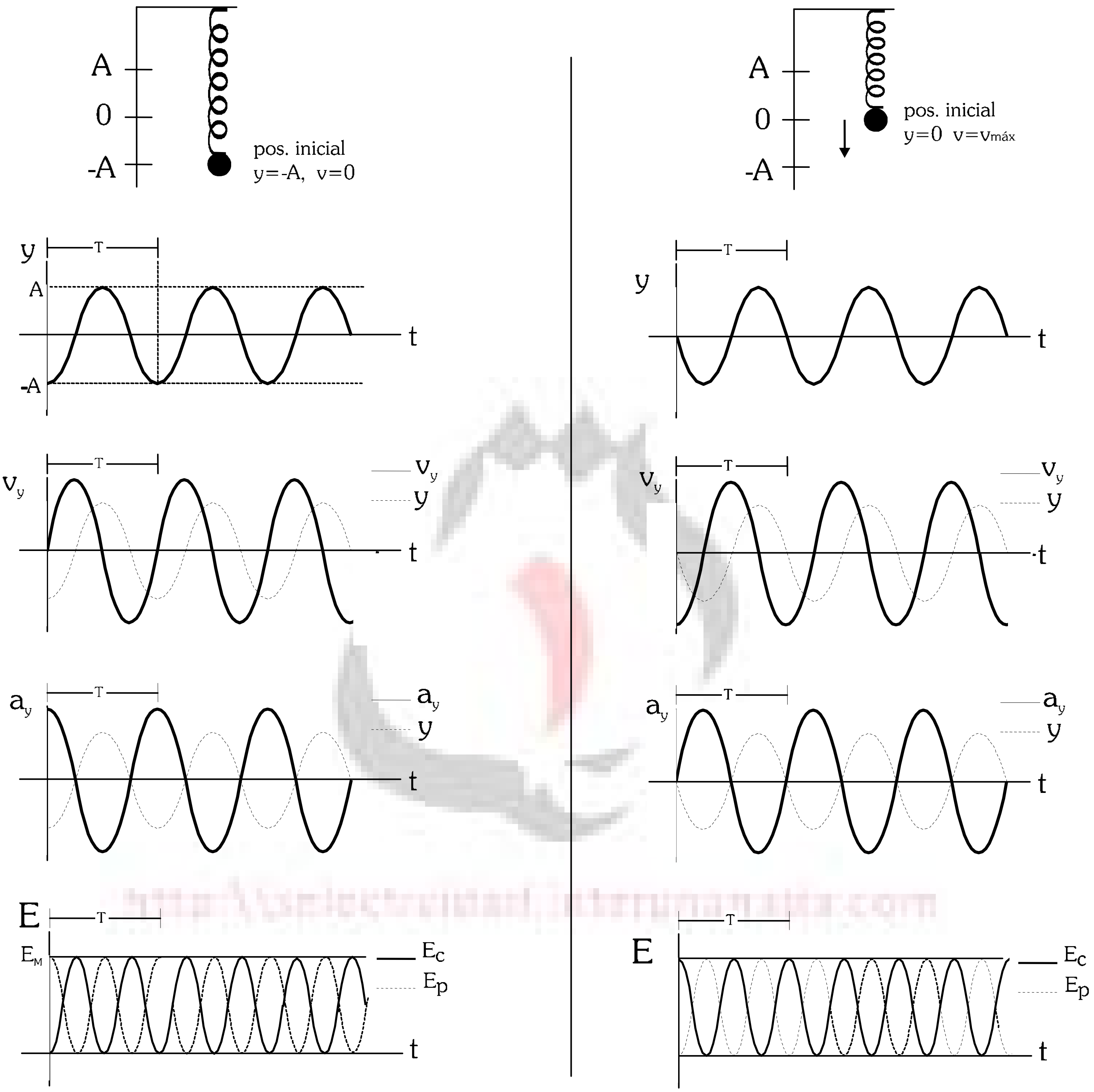
Como $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} \quad \rightarrow \quad E_M = \tfrac{1}{2} K \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t + \varphi_0) + \tfrac{1}{2} K \cdot A^2 \cdot sen^2(\omega \cdot t + \varphi_0) = \tfrac{1}{2} K \cdot A^2$

Al mantenerse constante la E_M, tendremos $\Delta Ec = -\Delta Ep_{el}$ Es decir, cuando la Ec es máxima, la Ep es nula, y viceversa. La variación podemos verla en las siguientes gráficas, respecto al tiempo y al despazamiento.





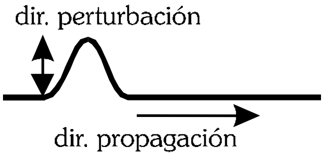
ALGUNOS EJEMPLOS DE GRÁFICAS DE M.A.S.

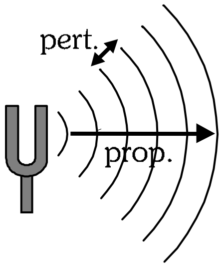


5.2 MOVIMIENTO ONDULATORIO; CARACTERÍSTICAS.

Se entiende por movimiento ondulatorio (onda), la propagación de una perturbación a través de un medio determinado.

Por perturbación entendemos cualquier cambio o magnitud nueva que introduzcamos en el medio. Por ejemplo, si dejamos caer una piedrecita sobre la superficie de un charco, producimos un desplazamiento en las partículas de agua de la superficie. Originamos un movimiento de subida y bajada (una ola) que se va propagando al resto del agua. La perturbación que hemos introducido es ese movimiento, que se puede estudiar a partir de su desplazamiento, su cantidad de movimiento, su energía cinética...





Si seguimos con el ejemplo, vemos que el movimiento que siguen las partículas del agua es sólo de subida y bajada (un movimiento vertical), mientras que la onda se propaga en dirección horizontal, a través de la superficie del agua. Al final, las partículas quedan de nuevo en la posición en la que estaban, no ha habido un desplazamiento neto. Sin embargo, el movimiento (la perturbación) que hemos introducido sí se ha ido transmitiendo de una partícula del medio a otra, hasta llegar a los bordes del charco. En eso consiste el movimiento ondulatorio.

Dirección de propagación y dirección de perturbación:

<u>Dirección de perturbación</u>: Dirección en la que se ha producido la perturbación (en el ejemplo del agua, la dirección en la que se mueven las partículas del agua).
<u>Dirección de propagación</u>: Dirección en la que se propaga la energía que transmite la onda.

Diferencias entre ondas y partículas: Sabemos ya que existen dos formas diferentes de transportar energía por un medio: mediante partículas o mediante ondas. Estas son las características que los diferencian:

- Transporte de materia: Las partículas transportan materia.
Las ondas no transportan materia, las partículas del medio sólo vibran alrededor de su posición de equilibrio, quedando al final en la misma posición que al principio.

- Localización: Una partícula está localizada en el espacio, ocupa un lugar concreto en un determinado instante.
Una onda está deslocalizada. La onda afecta a múltiples puntos del espacio al mismo tiempo.

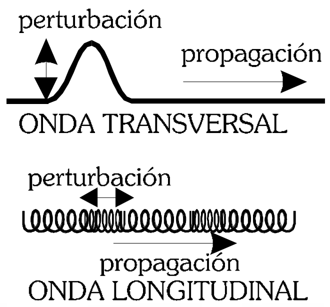
- Transmisión de energía: Las partículas transmiten la energía de forma discreta (discontinua).
Las ondas transmiten la energía de forma continua.

Clasificación de ondas: Los movimientos ondulatorios pueden clasificarse según diferentes criterios:

<u>Según el medio por el que se puedan propagar</u>:
- Ondas mecánicas: necesitan un medio material para propagarse. No se pueden propagar por el vacío (ej: sonido, ondas sísmicas, ondas en cuerdas y muelles)
- Ondas electromagnéticas: no necesitan de un medio material para propagarse (pueden hacerlo por el vacío, aunque también pueden propagarse por medios materiales). Ej: luz, ondas de radio, microondas, R-UVA, R-X.

<u>Según el número de dimensiones por las que se propaguen</u>:
- Monodimensionales: se propagan en una única dirección: ondas en cuerdas, muelles.
- Bidimensionales: se propagan por una superficie plana (las olas en la superficie del charco).
- Tridimensionales: se propagan por todo el espacio. Luz, sonido, ondas sísmicas.

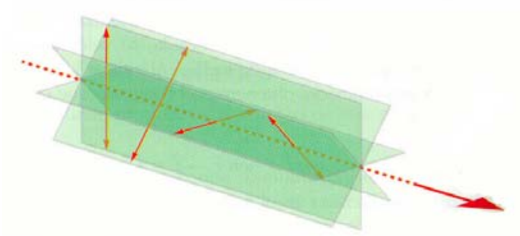
Ondas longitudinales y transversales: polarización de ondas:



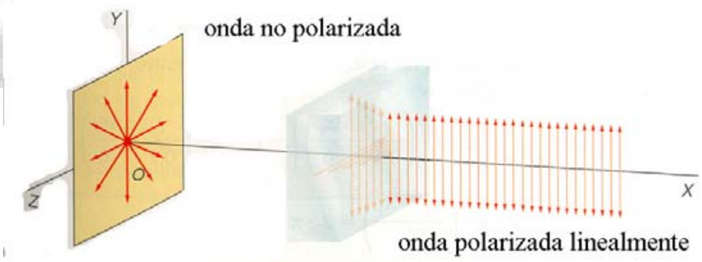
Otra clasificación puede establecerse según la relación que exista entre la dirección de perturbación y la dirección de propagación. Distinguiremos así entre:

- Ondas longitudinales: La dirección de perturbación es paralela a la dirección de propagación (ejemplos: sonido, ondas sísmicas de tipo p, algunas ondas producidas en muelles).
- Ondas transversales: La dirección de perturbación es perpendicular a la dirección de propagación. Por ejemplo, las ondas producidas en cuerdas, las ondas electromagnéticas, las ondas sísmicas tipo s .

Cuando una onda transversal se propaga, la perturbación puede llevar cualquier dirección, siempre que forme 90º con la de propagación. Esto es lo que ocurre normalmente (con la luz, por ej., los campos eléctricos y magnéticos que componen la perturbación van cambiando de dirección aleatoriamente, aunque siempre perpendiculares a la propagación). Se dice entonces que la onda **no** está polarizada.



Si mediante algún procedimiento conseguimos que la dirección de la perturbación se mantenga fija, diremos que ha ocurrido una polarización. La onda estará polarizada.



Para la luz, esto se consigue mediante unas sustancias llamadas polarizadores. Son sustancias (cristales o plásticos) que por su composición química sólo permiten que los atraviese la luz cuyo campo eléctrico vaya en una dirección determinada. De lo contrario la luz es absorbida.

Cuestión: ¿Tiene sentido hablar de polarización para ondas longitudinales?

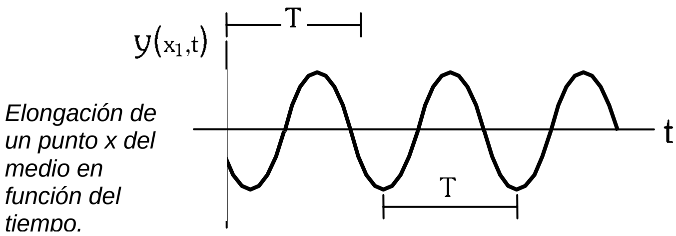
Magnitudes características de las ondas:

Las ondas que vamos a estudiar en el próximo apartado del tema son aquellas en las que el movimiento de las partículas del medio (la perturbación) es un m.a.s. Se denominan ondas armónicas.

Para estudiar la propagación de la onda, necesitamos conocer tanto la magnitudes de la perturbación (del m.a.s. originado en el foco) como las magnitudes de la propagación por el medio.

Magnitudes dependientes del foco emisor: son aquellas características del m.a.s:

Periodo: (T)
Frecuencia: (υ)
Frecuencia angular: (ω)
Fase inicial: (φ_0)
Amplitud: (A)



Magnitudes dependientes del medio:

Velocidad de propagación: (v) Velocidad a la que se transmite la energía de una partícula a otra del medio. Si las características del medio se mantienen constantes, también la velocidad de propagación será una constante (p.ej: la velocidad del sonido en el aire es de unos 340 m/s, aunque depende de la temperatura y la presión atmosférica; la velocidad de la luz en el vacío es de $3 \cdot 10^8$ m/s, y en el agua de $2{,}25 \cdot 10^8$ m/s.)

Para una cuerda tensa (de una guitarra, p.ej.) la velocidad depende de la tensión de la misma y de su densidad, según la expresión

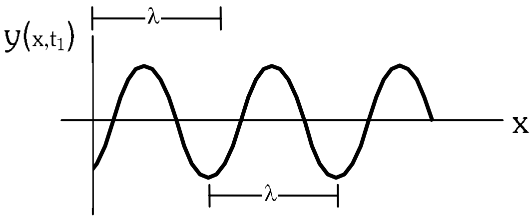
$$v = \sqrt{\frac{Tensión}{densidad}}$$

Magnitudes dependientes tanto del foco como del medio:

Longitud de onda: (λ) Distancia más corta entre dos puntos del medio que tienen el mismo valor de la perturbación. Es decir, es la distancia a la que se repite el valor de la perturbación. En el S.I. se mide en m.

La longitud de onda está relacionada con la velocidad de propagación mediante las expresiones:

$$\lambda = v \cdot T \qquad\qquad \lambda = \frac{v}{\upsilon}$$



Elongación de todos los puntos del medio para un instante dado de tiempo

Número de onda: (k) Es una magnitud inversa a la longitud de onda. Su unidad en el S.I. es rad/m. Se calcula mediante la expresión:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad\qquad k = \frac{\omega}{v}$$

5.3 ONDAS ARMÓNICAS:

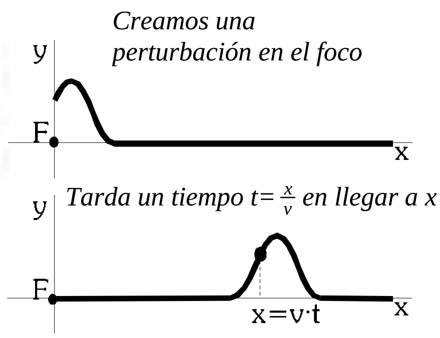
Una onda armónica es aquella cuya perturbación puede estudiarse como un movimiento armónico simple.

Vamos a estudiar este tipo concreto de ondas por dos razones:
1ª: Son las más fáciles de estudiar.
2ª. Cualquier onda puede estudiarse como suma de ondas armónicas (es lo que se denomina análisis de Fourier de una onda)

Expresión de una onda armónica: La expresión de la onda nos debe dar información de cómo es el movimiento de cada partícula del medio en cualquier instante de tiempo.

Comenzamos considerando el movimiento que tendrá el foco emisor (el pto origen, x = 0) de la onda, que será un m.a.s. Tendrá como expresión de la elongación

$$y_{(0,t)} = A \cdot sen(\omega \cdot t)$$



La perturbación en el pto x será la que tenía el foco hace algunos segundos ($t = \frac{x}{v}$)

Un punto cualquiera del medio, situado a una distancia x del foco, realizará el mismo movimiento, pero desfasado, es decir, unos instantes más tarde, justo el tiempo que tarda en llegar la perturbación hasta ese punto (que será igual a x/v). El valor de y en ese punto será, entonces:

$$y_{(x,t)} = A \cdot sen\left[\omega \cdot (t - \tfrac{x}{v})\right]$$ Si x es positiva, desplazamiento en el sentido positivo

$$y_{(x,t)} = A \cdot sen\left[\omega \cdot (t + \tfrac{x}{v})\right]$$ Si x es negativa, desplazamiento en sentido negativo

Trabajando con la expresión, tenemos que $y_{(x,t)} = A \cdot sen\left[\omega \cdot (t \pm \tfrac{x}{v})\right] = A \cdot sen(\omega \cdot t \pm \tfrac{\omega \cdot x}{v}) = A \cdot sen(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$

Si consideramos el caso más general, que el movimiento del foco posea una fase inical φ_0 :

$$\boxed{y_{(x,t)} = A \cdot sen(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)}$$

Otra expresión que también se suele utilizar, para el caso de que $\varphi_0 = 0$, es: $\boxed{y_{(x,t)} = A \cdot sen\left(2\pi \cdot (\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda})\right)}$

Nota: siempre usaremos "y" para la elongación, independientemente de que el movimiento de las partículas del medio sea en el eje x (longitudinal) o en el eje y (transversal). Se hace así para diferenciar entre el movimiento de las partículas ("y") y la propagación de la onda ("x")

Relación entre las magnitudes características de una onda armónica:

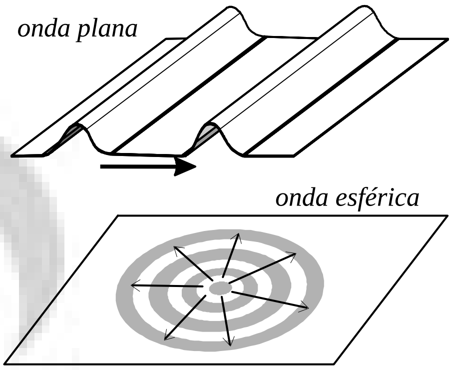
$$\upsilon = \frac{1}{T} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \omega = 2\pi \cdot \upsilon \qquad \lambda = v \cdot T \qquad \lambda = \frac{v}{\upsilon}$$

$$k = \frac{\omega}{v} \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Velocidad de un punto del medio: $v_y = \dfrac{dy}{dt} = A\omega \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0) \quad (m/s)$ $\qquad v_{yMÁX} = A\omega$

Aceleración de un punto del medio $a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = -A\omega^2 \cdot sen(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0) \quad (m/s^2)$ $\qquad a_{yMÁX} = A\omega^2$

5.4 PROPAGACIÓN DE ONDAS: REFLEXIÓN, REFRACCIÓN, ABSORCIÓN.



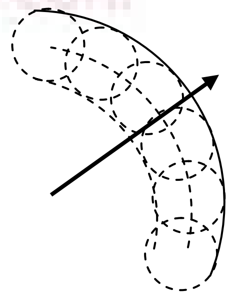
Hemos visto que un movimiento ondulatorio consiste en la propagación de una perturbación (que puede ser de naturaleza muy variada) por un medio determinado, material o no.

Básicamente, podemos estudiar el movimiento ondulatorio como una transmisión de energía, que se propaga de una partícula del medio a otra.

Para facilitar el estudio de cómo se propaga esa energía, nos ayudamos de dos representaciones gráficas.

Frente de onda: Es la superficie (o línea) formada por todos los puntos del medio que tienen la misma fase (el mismo valor de la perturbación) en un instante determinado. Por ejemplo:

- En una ola que se propaga por la superficie del agua, todos los puntos que forman la cresta de la ola tienen el mismo valor de perturbación (la misma fase).
- Para una onda luminosa procedente de una bombilla, el frente de onda estaría formado por todos aquellos puntos que tienen una misma intensidad lumínica. Tendría la forma de una esfera centrada en la bombilla.

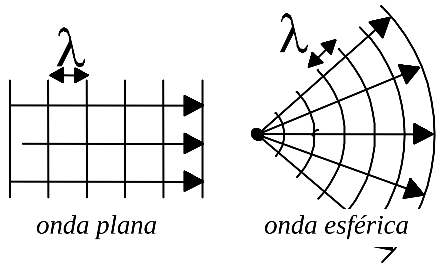


Según la forma que tenga el frente de onda, distinguiremos:
- Onda plana: El frente de onda es una superficie plana (o una línea recta, en dos dimensiones).
- Onda esférica: El frente de onda tiene forma esférica (o de circunferencia, en dos dimensiones).

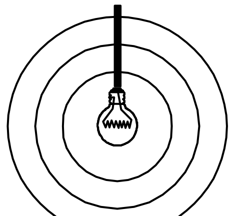
Una forma de obtener el frente de onda se basa en el **Principio de Huygens**: *"Al propagarse una onda por un medio determinado, cada punto del medio se comporta como un foco puntual de nuevas ondas, idénticas a la que se propaga. El frente de onda es la línea envolvente (superposición) de todos los frentes de onda secundarios"*.

Diagrama de rayos: Los rayos son líneas que, partiendo del foco, nos indican la dirección y sentido en que se propaga la energía transmitida por la onda. Son siempre perpendiculares al frente de onda.

- En una onda plana, los rayos son paralelos entre sí.
- En una onda esférica, los rayos divergen del foco.



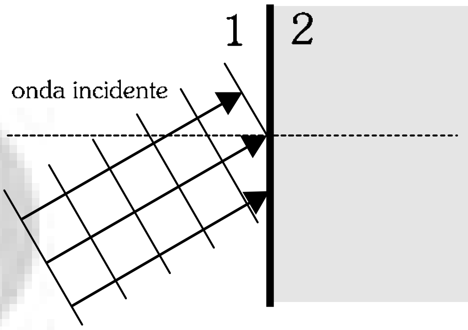
Propagación de la energía por el medio:



La energía generada por el filamento de la bombilla se reparte entre un nº cada vez mayor de partículas

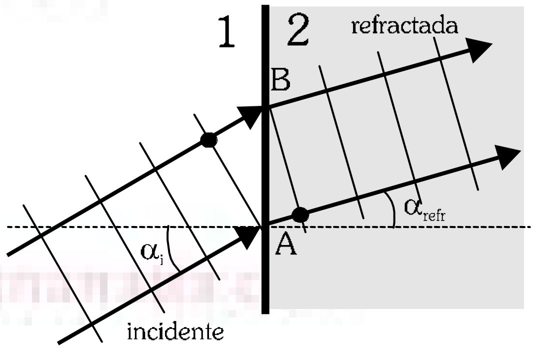
Pensemos en una onda (luminosa, sísmica, de sonido...) que se propaga por un medio. El foco emisor (la bombilla para la luz, el hipocentro del terremoto, al altavoz para el sonido...) proporciona energía a las partículas de su alrededor. Esta energía proporcionada por el foco es la que se va a ir propagando de una partícula a otra, al ir avanzando el frente de onda. Ahora bien, en una onda esférica el frente de onda tiene cada vez mayor superficie, afecta a un número cada vez mayor de partículas. Considerando el caso ideal de que no se pierda energía por rozamiento entre las partículas del medio, la energía que se está transmitiendo debe mantenerse constante. Eso significa que esa energía debe repartirse entre un número cada vez mayor de partículas. Como consecuencia, la energía correspondiente a cada partícula del frente de onda es cada vez menor, y la amplitud de su vibración disminuirá. Este fenómeno se conoce como *atenuación* de la onda, y es responsable de algo tan lógico como que el sonido (o la luz) disminuya su intensidad con la distancia al foco emisor.

COMPORTAMIENTO DE UNA ONDA EN LA FRONTERA ENTRE DOS MEDIOS:



Vamos a estudiar qué es lo que sucede cuando una onda que se propaga por un cierto medio, se encuentra con un medio diferente (por ejemplo, luz o sonido que se propagan por el aire y se encuentran con agua, o con un cristal). Al llegar a la superficie que separa ambos medios, pueden ocurrir tres fenómenos distintos. Puede incluso, y es lo más común, que ocurran los tres simultáneamente.

Absorción: Las partículas del nuevo medio, debido a rozamientos internos, absorben parte de la energía que transporta la onda. Se puede dar el caso de que se absorba toda la energía, desapareciendo totalmente la onda.



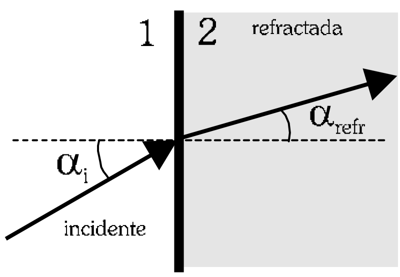
Cuando la onda incidente llega al punto B, hace algún tiempo que ha llegado a A y ha generado la onda refractada. Como en el caso del dibujo la velocidad en el medio 2 es menor que en el 1, el frente de onda se desvía.

Refracción: Se forma una onda que se transmite por el nuevo medio. Los puntos de la frontera se contagian de la vibración de la onda incidente y dan lugar a lo que se denomina onda refractada.

La frecuencia de la onda sigue siendo la misma (dependía sólo del foco emisor), pero como ahora el medio es diferente, la velocidad de propagación también lo será y, por tanto también variarán λ , k.

La amplitud de la onda refractada será menor que la de la onda incidente, ya que la energía de la onda incidente debe repartirse entre los tres procesos que pueden ocurrir (reflexión, refracción, absorción)

La dirección en la que se propaga la nueva onda refractada también es diferente. Existe una relación entre los ángulos que forman los rayos incidente y refractado con la normal a la superficie. Esta relación se conoce como *ley de Snell*.



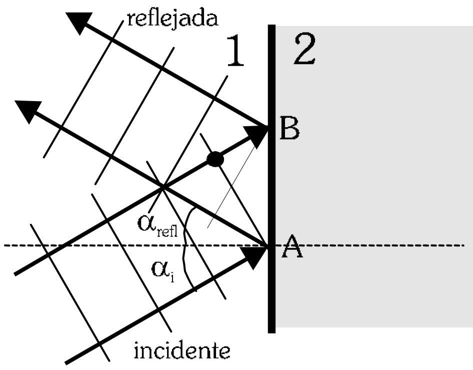
$$\frac{sen\alpha_i}{sen\alpha_{refr}} = \frac{v_1}{v_2} = cte$$

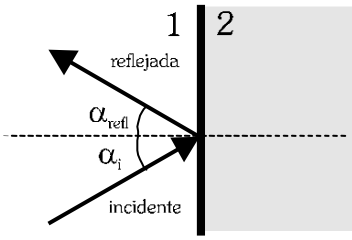
Reflexión: Los puntos de la frontera, al vibrar, también generan una onda que se vuelve a propagar por el medio inicial. Se llama onda reflejada.

La onda reflejada tiene idénticas características que la onda incidente, salvo la amplitud (menor) y la dirección.

La dirección de la onda reflejada forma el mismo ángulo con la normal que la onda incidente.

$$\alpha_i = \alpha_{refl}$$





5.5 SUPERPOSICIÓN DE ONDAS: INTERFERENCIAS.

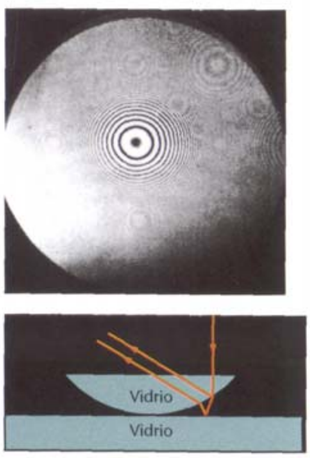
Hasta ahora hemos estudiado la propagación de una sola onda por un medio. Pero sabemos que por el mismo medio pueden propagarse simultáneamente muchas ondas del mismo tipo (muchos sonidos, luz de diferentes focos, las emisiones de muchas cadenas de radio...). Es decir, los mismos puntos del medio pueden transmitir al mismo tiempo perturbaciones diferentes.

También sabemos, por experiencia, que a veces, cuando escuchamos una emisora de radio, o vemos una cadena de televisión (que emiten una onda con una frecuencia característica), se nos "cuela" otra emisora, dando como resultado una mezcla de ambas (es decir, que no hay quien se entere de nada). Decimos que tenemos interferencias. Y eso ocurre no sólo con las ondas electromagnéticas, sino con cualquier tipo de onda.

Interferencias producidas en agua por ondas que provienen de focos diferentes.

El fenómeno de interferencia es característico de las ondas. Se produce cuando dos o más ondas, procedentes de focos diferentes, se propagan por una misma región del espacio. Los puntos del medio se verán afectados por las perturbaciones de ambas ondas, sumándose los efectos (principio de superposición).

Con lo que llevamos dicho, la interferencia se produciría constantemente. Pero realmente se habla de interferencia cuando sus efectos son apreciables. Y esto se da cuando las ondas que se superponen tienen amplitudes parecidas y, sobre todo, cuando tienen la misma longitud de onda (y la misma frecuencia, por tanto). Se habla entonces de *ondas coherentes.*



Anillos de Newton

Para estudiar un caso simple, veremos el caso de ondas coherentes que se propagan simultáneamente por una cuerda. Recordemos que el movimiento ondulatorio consiste en la transmisión de una perturbación, que en este caso es la vibración de los puntos de la cuerda. Así, los puntos de la cuerda se ven afectados por ambas vibraciones. El movimiento resultante será la suma de ambos movimientos vibratorios.

¿Cómo será la vibración resultante en un punto concreto de la cuerda? ¿Qué amplitud tendrá? Pues va a depender de en qué estado llegan las vibraciones a ese punto.

Interferencia constructiva:

Si las ondas llegan *en fase* ($\Delta\varphi = 0\,, 2\pi\,, 4\pi ... = 2n\pi$), cuando uno de los movimientos está en su amplitud, el otro también,. La amplitud del movimiento resultante será la suma de las dos amplitudes ($A = A_1 + A_2$). Se dice que tenemos interferencia constructiva. La condición que se cumple para que estén en fase es $\Delta\varphi = k\cdot(x_2 - x_1) = 2n\pi \quad \to \quad x_2 - x_1 = n\cdot\lambda$, siendo x_1 y x_2 las distancias desde el punto a cada foco.

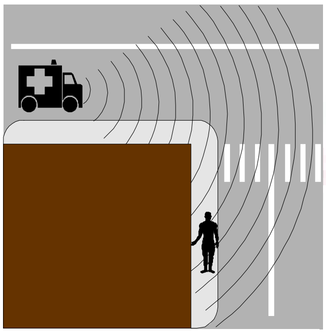
Interferencia destructiva:

Si las ondas llegan *en contrafase* ($\Delta\varphi = \pi\,, 3\pi\,, 5\pi ... = (2n+1)\cdot\pi$), cuando uno de los movimientos está en su amplitud, el otro también, pero negativa (es decir, uno obliga a moverse al punto en un sentido, y el otro en sentido contrario. La amplitud del movimiento resultante será la diferencia de las dos amplitudes ($A = |A_1 - A_2|$). Se dice que tenemos interferencia destructiva. La condición que se cumple para que estén en esta situación es $\Delta\varphi = k\cdot(x_2 - x_1) = (2n+1)\cdot\pi \quad \to \quad x_2 - x_1 = (2n+1)\cdot\frac{\lambda}{2}$, siendo x_1 y x_2 las distancias desde el punto a cada foco.

Estas situaciones extremas se encuentran intercaladas en el medio. Entre estos puntos con interferencia constructiva o destructiva, existen todas las situaciones intermedias, con amplitudes entre $A = |A_1 - A_2|$ y $A = A_1 + A_2$. Tendremos puntos con una vibración de gran amplitud, y otros con menor amplitud, pero todos vibran con la misma frecuencia.

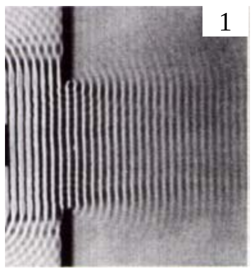
En el caso del sonido, este fenómeno se traducirá en la existencia de zonas de sonido intenso junto a zonas de sonido débil intercaladas. Para la luz, zonas claras y oscuras intercaladas. Si las dos ondas superpuestas tienen igual amplitud, en los puntos con interferencia destructiva se anulará la perturbación (el punto de la cuerda se quedará quieto, o no tendremos sonido o luz en ese punto)

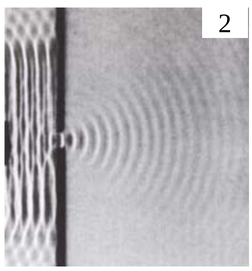
5.6 DIFRACCIÓN:



Oímos la sirena de la ambulancia aunque la esquina se interponga.

Sabemos (al menos hasta ahora) que tanto la luz como el sonido se propagan como ondas. Ahora bien, decimos que la luz tiene una propagación rectilínea (un rayo de luz que entra en la habitación por una rendija); sin embargo, no decimos lo mismo del sonido. Oímos el sonido del claxon de un automóvil antes de que vuelva la esquina, por ejemplo. Parece que el sonido puede "doblar las esquinas" y desviar su dirección de propagación. ¿Por qué esta diferencia?





Algo parecido ocurre con ondas que se propagan en el agua. Observemos las dos fotografías de la derecha, en las que una onda plana que se propaga por la superficie del agua se encuentra con un obstáculo (en este caso, una pared con una abertura). En el primer caso, la abertura es mucho mayor que la longitud de onda, y el comportamiento es rectilíneo, (el que podríamos esperar, incluso, si fueran partículas lo que se propagaran). Pero al ir reduciendo el tamaño de la abertura vemos que, cuando el agujero es de un tamaño aproximadamente igual a λ , la onda no se propaga en línea recta, sino que lo hace por todo el medio. El agujero se comporta como un foco puntual de ondas.

Este fenómeno de "desviación" de la dirección de propagación de la onda al encontrarse con una obstáculo, se conoce como **difracción**. Aunque ocurre siempre, sólo es apreciable y significativo cuando el obstáculo es de un tamaño parecido a la λ de la onda que se propaga. El obstáculo puede ser tanto un agujero como un cuerpo sólido.

¿Cómo se explica la difracción?. Pues hemos de recordar el *principio de Huygens*. Cada punto del medio se comporta como un foco puntual emisor de nuevas ondas. Normalmente tenemos infinitos puntos, y la superposición de todos ellos es lo que constituye el frente de onda. En el agujero, el número de puntos que vibran es reducido, y puede considerarse prácticamente como un foco puntual. El frente de onda será esférico.

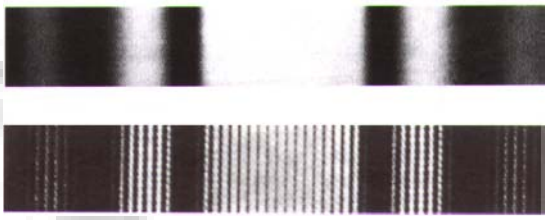
Para el caso del sonido, la longitud de onda la varía entre algunos cm y algunos metros. Estamos rodeados de obstáculos de ese tamaño, y es natural que apreciemos el fenómeno.

Cuestión: *¿Por qué no observamos normalmente este fenómeno con la luz?*

La difracción permite distinguir entre ondas y partículas, ya que de las partículas no cabe esperar este comportamiento. Un chorro de partículas seguirá una trayectoria rectilínea. Este experimento sirvió en 1801 a Young para comprobar que la luz se comportaba como una onda, y en 1927 a Davidson y Germer para observar un comportamiento similar en los electrones.

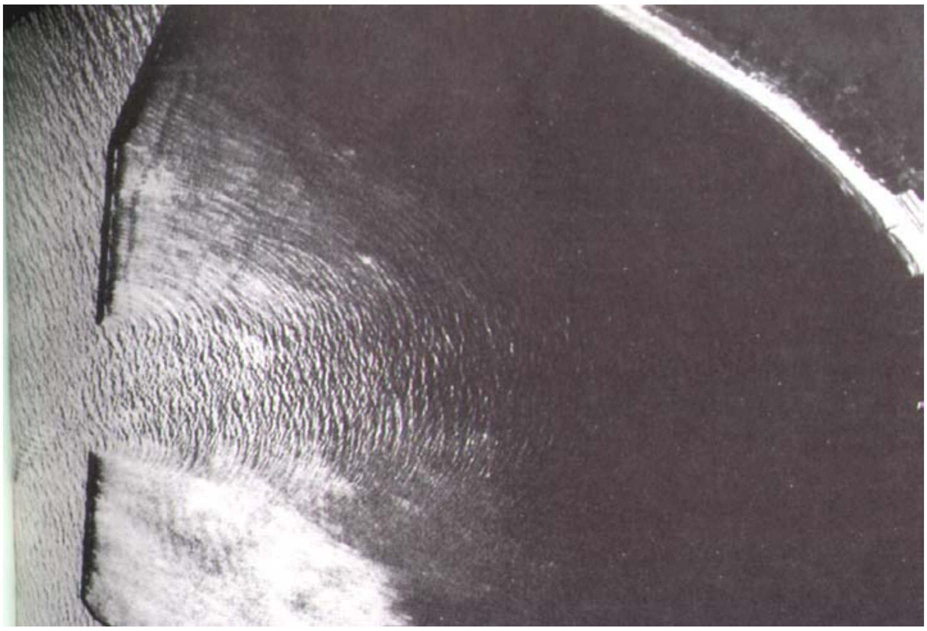
Difracción e interferencias:

Ya hemos visto lo que ocurre cuando el obstáculo es un pequeño agujero o rendija. Pero cuando es un cuerpo, o varias rendijas, la situación se complica, ya que tenemos varios focos puntuales de onda (cada rendija, o los puntos situados a uno y otro lado del obstáculo). Y ya hemos estudiado lo que ocurre cuando tenemos varias ondas similares propagándose por el mismo medio: una interferencia, con los característicos máximos y mínimos de intensidad.



Patrón de difracción de luz para una y dos rendijas

Es difícil observar este fenómeno con la luz, ya que su longitud de onda es del orden de 10^{-7} m. Sin embargo, las ondas de radio de FM y de TV tienen λ de algunos m. Esto explica por qué es necesario instalar repetidores de señal en las zonas montañosas (Para la AM, de $\lambda \approx km$, no hace falta). Las montañas son obstáculos demasiado grandes para que la onda sufra difracción (se desvíe). Y, por otro lado, también se explica el hecho de que podamos captar la señal de radio mejor o peor al mover el aparato un par de metros, o al acercarnos o alejarnos. Los objetos que rodean al aparato de radio producen interferencia (máximos y mínimos de intensidad).



También, una ola producida en un río, al encontrarse con los pilares de un puente, producirá este fenómeno en la zona posterior al puente, observándose un oleaje que puede parecer irregular, pero que obedece las leyes de la interferencia.

5.7 ONDAS ESTACIONARIAS (O.E.):

Es otro caso particular de interferencia. Consiste en la superposición de dos ondas armónicas que se propagan por el mismo medio, con idénticas A, ω, λ, dirección... pero en sentidos contrarios. Es el caso de una onda que, al llegar a la frontera con otro medio, sufre una reflexión total perpendicular. Se superpondrán la onda incidente y la rebotada.

Estudiaremos el caso de ondas estacionarias monodimensionales en cuerdas o resortes.

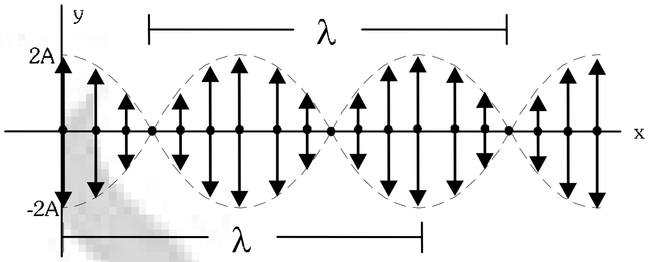
5.7.1 O.E. en cuerdas con extremos libres: En este caso la onda rebotada es idéntica a la incidente, pero en sentido contrario.

$$y_1 = A \cdot sen(\omega t - kx) \quad ; \quad y_2 = A \cdot sen(\omega t + kx)$$

$$y = y_1 + y_2 = A \cdot sen(\omega t) \cdot \cos(kx) - A \cdot \cos(\omega t) \cdot sen(kx) + A \cdot sen(\omega t) \cdot \cos(kx) + A \cdot \cos(\omega t) \cdot sen(kx)$$

$$y = 2A \cdot \cos(kx) \cdot sen(\omega t)$$

<u>Características del movimiento resultante:</u>



Ante todo, **no es un movimiento ondulatorio**. No tenemos propagación de energía a lo largo de la cuerda, debido a que tenemos dos ondas viajeras idénticas (con igual v) pero en sentidos contrarios. La velocidad de propagación total sale nula. ($v_{OE} = 0$)

Tampoco posee λ , k , ω , A propias. Estas magnitudes, que aparecen en la expresión, pertenecen a las ondas viajeras que se han superpuesto.

Las partículas de la cuerda realizan m.a.s., en los que la amplitud es función del punto que consideremos.

$$y_{(x,t)} = A(x) \cdot sen(\omega t) \quad ; \quad amplitud \quad A(x) = 2A \cdot \cos(kx) \quad ; \quad A(x)_{MÁX} = 2A$$

Tendremos puntos con amplitud máxima (**vientres** o **antinodos**) para $\cos(kx) = \pm 1 \rightarrow x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$

Tendremos puntos en reposo, con amplitud nula (**nodos**) para $\cos(kx) = 0 \rightarrow x = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4}$

Distancia entre nodos = $\frac{\lambda}{2}$

5.7.2 O.E. en cuerdas con extremos fijos: La onda rebotada es la inversa de la onda incidente. Para variar, supongamos que venga dada por una función coseno.

$$y_1 = A \cdot \cos(\omega t - kx) \quad ; \quad y_2 = -A \cdot \cos(\omega t + kx)$$

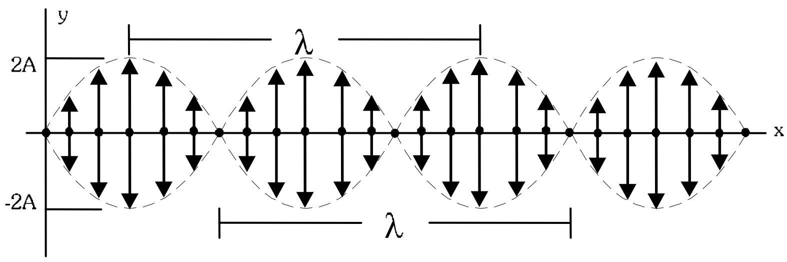
$$y = y_1 + y_2 = A \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(kx) + A \cdot sen(\omega t) \cdot sen(kx) - A \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(kx) + A \cdot sen(\omega t) \cdot sen(kx)$$

$$y = 2A \cdot sen(kx) \cdot sen(\omega t)$$ $A(x) = 2A \cdot sen(kx)$ Expresión similar a la anterior.

Vientres: $sen(kx) = \pm 1 \rightarrow x = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4}$

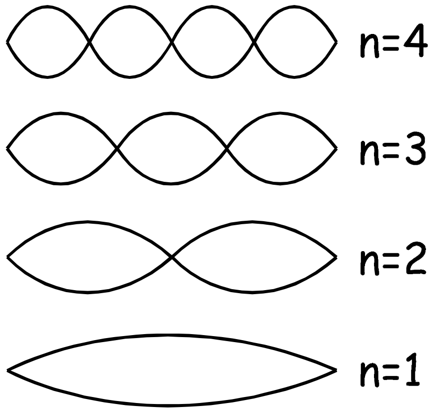
Nodos : $sen(kx) = 0 \rightarrow x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$

Distancia entre nodos = $\frac{\lambda}{2}$



5.7.3 Armónicos en una O.E:

Al tener la cuerda los extremos fijos, no sólo tendremos un nodo para x = 0, sino también para x = L . Esto hace que no podamos tener en la cuerda cualquier onda estacionaria, con cualquier λ, sino que se debe cumplir una nueva condición:



$$x_{nodos} = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \rightarrow \quad L = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{2L}{n}$$

No podremos tener O.E. con cualquier λ, sólo aquellas que cumplan la condición anterior. Por lo tanto, la frecuencia de vibración tampoco podrá ser cualquiera (está *cuantizada*)

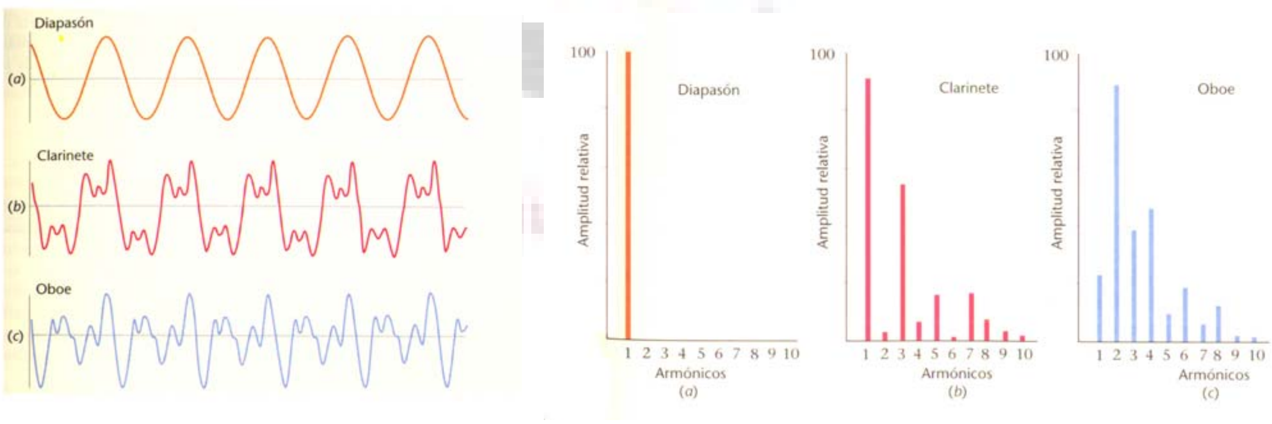
$$\upsilon = \frac{n \cdot v}{2L} \quad \text{como} \quad v = \sqrt{\frac{Tens.}{dens.}} \quad \rightarrow \quad \upsilon = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{Tens.}{dens.}}$$

Las diferentes frecuencias obtenidas se denominan **armónicos**. Para n = 1 tenemos el armónico fundamental. Podemos comprobar que:

nº de nodos = n + 1   nº de vientres = n

En un instrumento musical, el armónico fundamental (la frecuencia correspondiente a ese armónico) es el que nos indica la nota musical que estamos tocando. El resto de los armónicos nos dan el *timbre*, que diferencia a unos instrumentos musicales de otros.

Cuestión: En una cuerda de guitarra ¿Cómo cambia la frecuencia de vibración (es decir, la nota musical) al aumentar o disminuir la longitud de la cuerda? ¿Y al aumentar o disminuir su tensión? ¿Qué ocurre si la cuerda tiene más o menos grosor?



La misma nota producida por diferentes instrumentos. A la derecha, su descomposición en armónicos

5.8 ACÚSTICA. CONTAMINACIÓN SONORA.

Velocidad del sonido en distintos medios (20ºC)	
Aire	344 m/s
Etanol	1200 m/s
Agua	1498 m/s
Vidrio	5170 m/s
Aluminio	5000 m/s
Hierro	5120 m/s

La acústica es el estudio de la propagación del sonido. Sabemos que el sonido consiste en vibraciones del aire (u otro medio) que se propagan longitudinalmente. Su velocidad de propagación depende del medio, e incluso en el aire varía con la temperatura según la expresión $v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}}$, donde γ es una constante que depende de la humedad del aire, y M es la masa molecular promedio.

Tono y timbre de un sonido:

El **tono** es la característica del sonido que nos indica si éste es agudo (tono alto) o grave (tono bajo). La magnitud física que determina el tono es la frecuencia del sonido. Una frecuencia alta significa un sonido agudo. Una frecuencia baja, un sonido grave.

Sin embargo, cuando escuchamos la misma nota musical (el mismo tono) emitida por dos instrumentos musicales diferentes (un piano y un violín, por ejemplo), suenan de forma distinta, y podemos distinguir a qué instrumento pertenecen. Esto se debe a lo que comentamos en el apartado 5.7.3. Todo instrumento musical, al vibrar, produce ondas estacionarias de múltiples frecuencias (los armónicos). El armónico fundamental es el que nos da la nota musical, y el resto de los armónicos le dan al sonido las características propias del instrumento. Estos armónicos secundarios constituyen el **timbre** del sonido.

Ultrasonidos e infrasonidos:

El oído humano es capaz de percibir sonidos comprendidos entre 16 Hz y 20000 Hz de frecuencia.

Por debajo de la frecuencia mínima (infrasonidos), no somos capaces de oír las vibraciones. Pueden producirse infrasonidos intensos por el viento, o en los momentos previos a un terremoto. Si bien no los oímos, estas vibraciones pueden afectar a órganos internos y a terminaciones nerviosas, lo que origina malestar e irritabilidad.

Por encima de 20 kHz se sitúan los ultrasonidos. Existen especies animales (perros, murciélagos, delfines, por ejemplo) que son capaces de distinguir frecuencias más elevadas que el hombre. Los ultrasonidos de muy alta frecuencia transmiten mucha energía y pueden concentrarse en un punto con mucha facilidad, por lo que son utilizados en comunicaciones, en medicina (para romper cálculos de riñón), etc.

Intensidad de una onda sonora. Escala de decibelios (dB):

La intensidad de una onda es la energía que propaga el frente de onda por cada unidad de superficie. En el S.I se mide en $J \cdot s^{-1} \cdot m^{-2} = W/m^2$. Ya hemos estudiado que, al ampliarse el frente de onda, la energía se reparte y, por tanto, la intensidad disminuye.

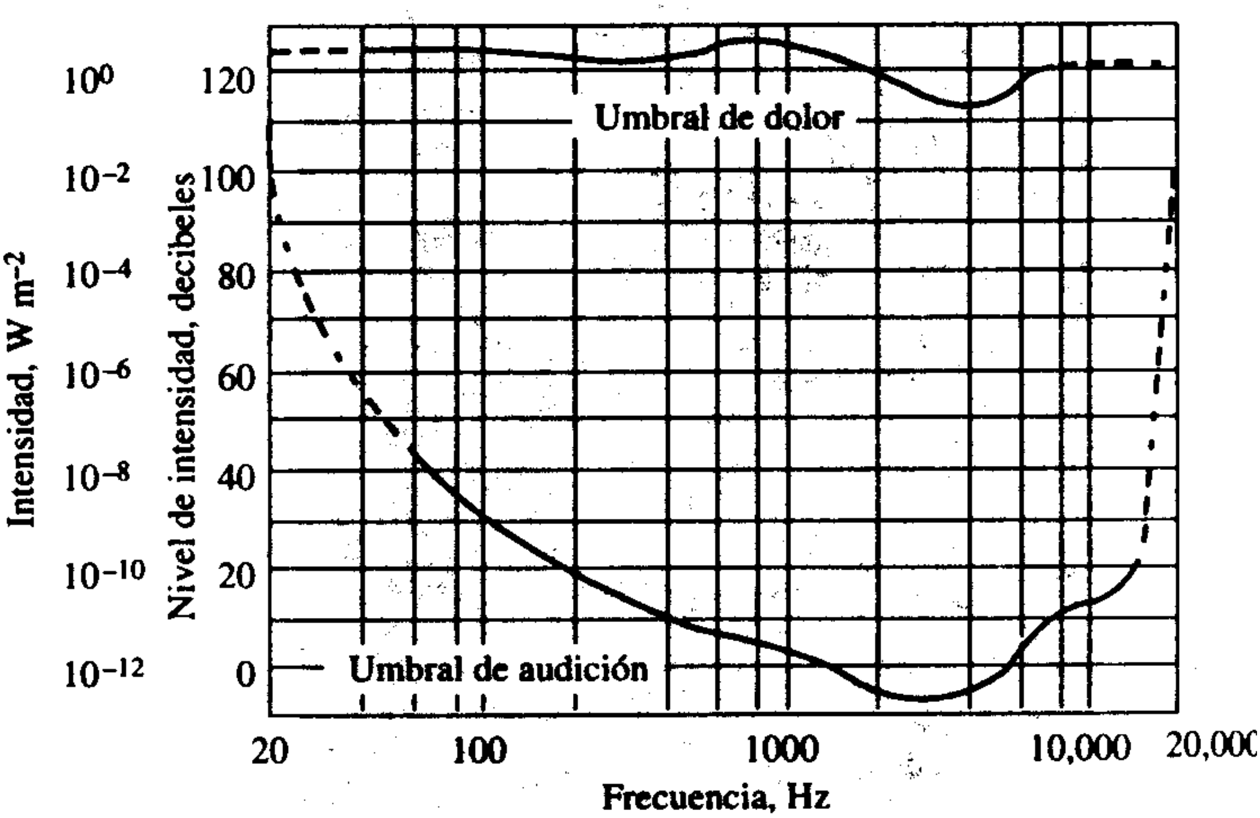
Para medir la intensidad se usa una magnitud, el nivel de intensidad (β), que usa un valor de referencia ($I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$). Se utiliza una escala logarítmica, para evitar las potencias de 10. Así: $\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ La unidad de β es el *decibelio (dB)*, en honor a A.G. Bell, inventor del teléfono.

El oído humano es capaz de percibir sonido en un cierto rango de frecuencias (entre 16 Hz y 20000 Hz). Su sensibilidad es tal que, para cada frecuencia, existe un nivel de intensidad mínimo que es capaz de percibir (umbral de audición), y un nivel máximo (umbral de dolor), por encima del cual se producen daños para el oído. En el gráfico de la página siguiente aparecen estos umbrales para las diferentes frecuencias.

Contaminación sonora:

Está comprobado que el ruido afecta al oído y al sistema nervioso. Es causa de sordera, trastornos psicológicos, irritabilidad, estrés, bajo rendimiento, dificultades para dormir... cuando en una zona el nivel de intensidad del ruído es tal que afecta a la salud, se habla de que padece *contaminación sonora*.

El tráfico, las obras, bares, discotecas, son focos de contaminación sonora. Una exposición continuada a un sonido de intensidad superior a 80 dB produce daños a la salud. Existe una legislación sobre contaminación sonora que pretende disminuir el efecto del ruido. Por ejemplo, el horario de cierre de locales de ocio, la insonorización de los mismos con materiales absorbentes (no debe salir al exterior una intensidad mayor de 65 dB), regulación del nivel de vehículos, etc.



PROBLEMAS TEMA 5: VIBRACIONES Y ONDAS.

0. Una partícula vibra según la ecuación $y = 0{,}03 \cdot sen(10\pi \cdot t + \frac{\pi}{2})$ (S.I.). Calcular:

a) Amplitud, periodo y frecuencia del movimiento.
b) Tiempo mínimo que transcurre entre dos instantes en fase.
c) Posición y velocidad iniciales de la partícula.
d) Represente posición y velocidad de dicho movimiento en función del tiempo.

1. De un resorte elástico de constante K = 500 N/m, cuelga una masa puntual de 5 kg. Estando el conjunto en equilibrio, se desplaza la masa 10 cm, dejándola oscilar libremente a continuación. Calcule:

a) Ecuación de movimiento armónico que describe la masa puntual.
b) Puntos en los que la aceleración de dicha masa es nula.
c) Tiempo que transcurre entre dos instantes en oposición de fase.

2. Una partícula de 0,5 kg, que describe un movimiento armónico simple de frecuencia 5/π Hz, tiene inicialmente una energía cinética de 0,2 J, y una energía potencial de 0,8 J.
a) Calcule la posición y velocidad iniciales, así como la amplitud de la oscilación y la velocidad máxima.
b) Haga un análisis de las transformaciones de energía que tienen lugar en un ciclo completo. ¿Cuál sería el desplazamiento en el instante en que las energías cinética y potencial son iguales?

3.- Un movimiento ondulatorio viene dado, en unidades del S.I., por y = 5 cos (4t + 10x); con "y" expresada en metros. Calcular:

a) λ, υ, ω, A.   b) Velocidad de propagación de la onda.
c) Perturbación que sufre un punto situado a 3 m. del foco a los 20 s.
d) Expresiones generales de la velocidad y la aceleración de las partículas afectadas por la onda.

4.- La ecuación de una onda es y = 2 sen [2π(5 t + 0,1 x)], en unidades C.G.S. ("y" dada en cm).

a) Calcular: λ, υ, y velocidad de propagación de la onda.
b) ¿Cuál es la velocidad máxima que adquirirán los puntos afectados por la onda? ¿En qué instantes adquirirá dicha velocidad un punto situado a 10 cm de la fuente de perturbación?

5. La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda es: y(x,t) = 0,5 sen π (8 t - 4 x) (S.I.)
a) Determine la velocidad de propagación de la onda y la velocidad de un punto de la cuerda y explique el significado de cada una de ellas.
b) Represente gráficamente la posición de los puntos de la cuerda en el instante t = 0, y la elongación en x= 0 en función del tiempo.

6.- La ecuación de un onda transversal es y = 10 sen (2 π t - 10 π z) en el S.I. Calcular:

a) Velocidad de propagación.   b) υ, ω, λ, T y k.
c) Velocidad y aceleración máximas de las partículas de la cuerda afectadas por la onda

7.- Escribir la expresión de una onda sinusoidal que se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje OX. La amplitud es 0,02 m, la frecuencia 60 Hz y la velocidad de propagación 10 m/s.

8.- El periodo de un movimiento ondulatorio que se propaga por el eje OX es $3 \cdot 10^{-3}$ s y la distancia entre los dos puntos más próximos con diferencia de fase π/2 rad. es de 30 cm en el eje X.
a) Calcular λ y la velocidad de propagación.
b) Si el periodo se duplicase ¿qué le ocurriría a las magnitudes del apartado anterior?

9.- Una onda sinusoidal se propaga a lo largo de una cuerda. El tiempo que transcurre entre el instante de elongación máxima y el de elongación nula en un punto de la cuerda es de 0,17 s. Calcular:

a) T y υ de la onda   b) Velocidad de propagación si λ = 1,4 m.

10.- Una onda armónica se propaga por una cuerda tensa según y = 0,4 cos (50t - 0,2x) (S.I). Calcular:

a) λ, T.   b) Velocidad máxima de oscilación de los puntos de la cuerda.
c) Diferencia de fase, en el mismo instante, entre dos puntos separados 7,5 m.

11.- Una onda longitudinal se propaga a lo largo de un resorte en el sentido negativo del eje OX y la distancia más próxima entre dos puntos en fase es de 20 cm. El foco emisor, fijo a un extremo del resorte, vibra con una amplitud de 3 cm y υ = 25 Hz. Determinar:

a) Velocidad de propagación de la onda.

b) Expresión de la onda sabiendo que la perturbación en el instante inicial en x = 0 es nula. Represente gráficamente la elongación en función de la distancia para el instante inicial.

c) Velocidad y aceleración máximas de un punto del resorte.

12.- Una onda transversal y sinusoidal tiene una frecuencia de 40 Hz y se desplaza en la dirección negativa del eje x con una velocidad de 28,8 cm/s. En el instante inicial, la partícula situada en el origen tiene un desplazamiento de 2 cm y su velocidad es de -377 cm/s. Encontrar la ecuación de la onda. ¿Qué datos pueden obtenerse de ella? Represente gráficamente la elongación en función de la distancia en el instante inicial.

13.- Una onda estacionaria viene dada por $y = 0{,}04\ \text{sen}(0{,}4x)\ \cos(25t)$ (S.I.). ¿Cuál es su velocidad de propagación?. Calcular υ, λ, A y la velocidad de propagación de las O.V.

14.- Un alambre vibra según $y = 0{,}5\ \text{sen}\ (\pi/3\ x)\ \cos 40\pi t$ (C.G.S). Calcular:

a) υ, A, λ y velocidad de propagación de las ondas viajeras.

b) Distancia entre los nodos.

c) Velocidad de una partícula del alambre que está en x = 1,5 cm en el instante t = 9/8 s.

15.- La ecuación de una onda transversal en una cuerda es $y = 10 \cos \pi\ (2x - 10t)$ (C.G.S):

a) Escribir la expresión de la onda que, al interferir con ella, producirá una O.E.

b) Indicar la distancia entre los nodos en la O. E. y la amplitud que tendrán los antinodos.

16.- Una onda viene dada por $y = 10 \cos\ (\pi/6\ x)\ \cos 10t$ (C.G.S). Calcular la A de las ondas viajeras y su velocidad de propagación, la distancia entre nodos y entre un nodo y un vientre.

17.- La ecuación de una onda es $y = 6 \cos 0{,}2\pi x\ \text{sen}\ 4\pi t$ (S.I). Calcular la amplitud de la onda estacionaria y de las ondas cuya superposición podría originarla; la posición de los nodos y antinodos; y la velocidad de una partícula situada en x = 2 m.

18.- La ecuación de una onda en una cuerda es $y = 0{,}2 \cos 0{,}5\pi x\ \ \text{sen}\ 30\pi t$ (S.I.). Determinar:

a) Magnitudes características   b) ¿En qué instantes será máxima la velocidad del punto x = 0,5 m?

c) Amplitud y velocidad de fase de las ondas cuya superposición podría producirla.

19. Calcular la energía cinética de una partícula oscilante de 3 g de masa a su paso por la posición de equilibrio, siendo su periodo 0,2 s y su amplitud 4 cm. Representar dicha energía cinética en función del tiempo y de la elongación.

20. Al suspender un cuerpo de 0,5 kg del extremo libre de un muelle que cuelga verticalmente, se observa un alargamiento de 5 cm. Si, a continuación, se tira hacia abajo del cuerpo, hasta alargar el muelle 2 cm más, y se suelta, comienza a oscilar.

a) Haga un análisis energético del problema y escriba la ecuación del movimiento de la masa.

b) Si, en lugar de estirar el muelle 2 cm, se estira 3 cm, ¿cómo se modificaría la ecuación de movimiento del cuerpo?

CUESTIONES TEÓRICAS:

1. Una partícula de masa m, unida a un resorte de constante K, vibra con un m.a.s. Razonar cómo varía el periodo de las oscilaciones si   a) duplicamos m   ;   b) duplicamos K

2. a) ¿En qué instantes y posiciones se igualan las energías cinética y potencial para un móvil que describe un movimiento armónico simple?

b) Cuando la elongación es igual a la mitad de la amplitud, ¿qué fracción de la energía total corresponde a la energía cinética y qué fracción a la potencial en el movimiento armónico simple?

3. Representar gráficamente dos ondas desfasadas π rad, una de doble frecuencia que la otra.

4. ¿Puede polarizarse el sonido? Razonar.

5. Una onda plana viene dada por la ecuación $y(x,t) = 2\cos(100t - 5x)$ (S.I.) ¿Es longitudinal o transversal? Razonar.

6. ¿Cambian las magnitudes características de una onda electromagnética que se propaga en el aire al penetrar en un bloque de vidrio? Si cambia alguna, ¿aumenta o disminuye? Razonar.

7. Comparar lo que ocurre cuando un haz de luz incide sobre un espejo y sobre un vidrio de ventana.

8. Dos rayos de luz inciden sobre un punto ¿Pueden producir oscuridad? Razonar.

9. ¿Por qué no observamos la interferencia de la luz producida por los dos faros de un automóvil?

10. a) Explicar cómo el fenómeno de difracción sirve para distinguir entre ondas y partículas.
b) El radar de un aeropuerto funciona mediante difracción, enviando ondas y midiendo la difracción que los aviones producen en dichas ondas. ¿Sería efectivo el radar si funcionase con una λ de 10 km? Razonar.

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS DEL TEMA 5: VIBRACIONES Y ONDAS.

0. a) $A = 0{,}03$ m , $T = 0{,}2$ s , $\upsilon = 5$ Hz ; b) 0,2 s ; c) $y_0 = 0{,}03$ m , $v_{y0} = 0$ m/s

1. a) $x = 0{,}1\cos(10t)$ m , ó $x = 0{,}1\,\text{sen}(10t + 1{,}57)$ m ; **b)** $x = 0$ m ; c) $t = T/2 = 0{,}31$ s

2. a) $v_I = 0{,}89$ m/s ; $x_I = 0{,}18$ m ; $v_{MÁX} = 2$ m/s; **b)** 0,14 m

3. a) $\lambda = 0{,}63$ m ; $\upsilon = 0{,}64$ Hz ; $\omega = 4$ rad/s ; $A = 5$ m ; **b)** 0,4 m/s ; **c)** $y = -5$ m ;
d) $v_y = -20\,\text{sen}(4t + 10x)$ (m/s) ; $a_y = -80\cos(4t + 10x)$ (m/s^2)

4. a) $\lambda = 0{,}1$ m ; $\upsilon = 5$ Hz ; $v = 0{,}5$ m/s hacia la izda. ; **b)** $v_{máx} = 0{,}628$ m/s ; $t = (n-2)/10$ s

5. a) $v = 2$ m/s ; $v_y = 4\pi\cos(8\pi t - 4\pi x)$ m/s

6. a) 0,2 m/s ; **b)** $\upsilon = 1$ Hz ; $\omega = 2\pi$ rad/s ; $\lambda = 0{,}2$ m ; $T = 1$ s ; $k = 10\pi$ rad/m
c) $v_{máx} = 20\pi$ m/s ; $a_{máx} = 40\pi^2$ m/s^2

7. $y = 0{,}02\,\text{sen}(120\pi t - 12\pi x)$ m

8. 1,2 m ; 400 m/s

9. a) $T = 0{,}68$ s ; $\upsilon = 1{,}47$ Hz ; **b)** $v = 2{,}06$ m/s

10. a) $\lambda = 31{,}4$ m ; $T = 0{,}125$ s ; **b)** $v_{máx} = 20$ m/s ; **c)** 1,5 rad

11. a) 5 m/s ; **b)** $y = 0{,}03\,\text{sen}(50\pi t + 10\pi x)$; **c)** 4,7 m/s ; 740,22 m/s^2

12. $y = 0{,}024\,\text{sen}(80\pi t + 872{,}6x - 0{,}95)$ m ; $\lambda = 0{,}0072$ m ; $T = 0{,}025$ s

13. $v_{OE} = 0$ m/s ; $\upsilon = 3{,}97$ Hz ; $\lambda = 15{,}7$ m ; $A = 0{,}02$ m ; $v_{OV} = 62{,}36$ m/s

14. a) $\upsilon = 20$ Hz ; $A = 0{,}25$ cm ; $\lambda = 6$ cm ; $v_{OV} = 1{,}5$ cm/s ; **b)** 3 cm ; **c)** 0 cm/s

15. a) $y = 10\cos\pi(2x + 10t)$; **b)** $d = 0{,}5$ cm ; $A = 20$ cm

16. $A_{OV} = 5$ cm ; $v_{OV} = 19{,}1$ cm/s ; $d_{nodos} = 6$ cm ; $d_{nodo\text{-}vientre} = 3$ cm

17- $A_{OE} = 6$ m ; $A_{OV} = 3$ m ; $x_{nodos} = 2{,}5$ m $+ n l/2$; $x_{anti} = 0$ m $+ n\lambda/2$; $v_y = 7{,}4\,\pi\cos(4\pi t)$ m/s

18. a) $A_{OE} = 0{,}2$ m ; $\lambda = 4$ m ; $\upsilon = 15$ Hz ; $T = 0{,}066$ s ; $k = 0{,}5\pi$ rad/m ; **b)** $t = n/30$ s.
c) $A = 0{,}1$ m ; $v = 60$ m/s

19. $Ec = 2{,}37 \cdot 10^{-3}$ J **20. a)** $x = 0{,}02\,\text{sen}(14{,}14t + 3\pi/2)$ m ; **b)** sólo cambia A, que toma el valor 0,03 m.

TEMA 6: LA LUZ Y LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

6.1 EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LAS IDEAS ACERCA DE LA NATURALEZA DE LA LUZ

A lo largo de la Historia las ideas sobre la naturaleza de la luz y de las distintas radiaciones ha ido cambiando. En la antigüedad (Grecia), apenas se describen los fenómenos, dando explicaciones a veces místicas, nada científicas. Los árabes (Al-Hazen, sobre el s. XI), describen los fenómenos de reflexión y refracción, pero poco más.

En la primera mitad del s. XVII se describen las leyes experimentales (refracción, por **Snell**, en 1621). **Descartes** publica su *Dióptrica* en 1637.

Hay que esperar hasta finales del S. XVII para encontrar teorías científicas sobre la naturaleza de la luz. **Huygens**, en 1690, y **Newton**, en 1704, exponen teorías contrapuestas:

♦**Huygens: Teoría ondulatoria:** La luz se propaga como una onda mecánica longitudinal.
- Necesita un medio ideal, el éter.
- Propagación rectilínea debido a que la frecuencia de la luz es muy alta.
- Los colores se deben a diferentes frecuencias.
- La luz debe experimentar fenómenos de interferencia y difracción, característicos de las ondas.
- Su velocidad será menor en medios más densos.

Inconvenientes:- Al ser una onda mecánica, necesita de un medio material para poder propagarse por el espacio entre el Sol y la Tierra . Este medio teórico, ideal, que nadie había observado, se le llamó *éter*, debía tener extrañas propiedades: mucho más rígido que el vidrio y, sin embargo, no oponer ninguna resistencia al movimiento de los planetas.
- Hasta esa fecha no se habían observado interferencias o difracción en la luz.

♦**Newton: Teoría corpuscular:** La luz está formada por partículas materiales
- Partículas de masa pequeña y velocidad muy grande.
- Propagación rectilínea debido a la gran velocidad de las partículas.
- Los colores se deben a partículas de distinta masa.
- No debe producir interferencia ni difracción.
- Su velocidad será mayor en medios más densos.

Inconvenientes: No deja clara la refracción.
No explica cómo pueden cruzarse rayos de luz sin que choquen las partículas.

Por razones de prestigio científico, prevaleció la teoría de Newton, dejando olvidada la de Huygens. Hasta que **Young**, en 1801, observó interferencias en la luz; **Fresnel**, en 1815, observa la difracción (y demuestra que las ondas son transversales); y **Foucault**, en 1855, comprobó que la velocidad de la luz en el agua es menor que en el aire. Se rescató entonces la teoría ondulatoria como válida.

6.2 ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS. ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO

En 1865, el físico escocés James C. **Maxwell** publica su Teoría Electromagnética, en la que unificaba la electricidad y el magnetismo. Como una consecuencia de dicha teoría, llegó a la conclusión de que los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ podían propagarse como ondas en el espacio. Predijo así la existencia de ondas electromagnéticas.

La velocidad de dichas ondas, dada por la expresión $v = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \varepsilon}}$, daba como resultado un valor que coincidía con el medido por Foucault para la luz.

Hertz, en 1887, comprobó experimentalmente la predicción de Maxwell, generando o.e.m. usando el fenómeno de inducción electromagnética.

Emplea un generador de chispas. Consigue que, a cierta distancia, salte una chispa en un circuito receptor.

La chispa de alta frecuencia originada es, básicamente, una corriente variable. Esta corriente crea un campo magnético variable en las inmediaciones de la chispa. Por inducción, se crea un campo eléctrico variable que vuelve a generar un campo magnético variable... y así sucesivamente. La energía que se suministra a las cargas en el receptor se ha transmitido a una cierta distancia. Tenemos, en resumen, una perturbación que se propaga por el espacio como una onda.

Posteriormente, Hertz comprueba que las o.e.m. obedecen las leyes de reflexión y refracción, del mismo modo que la luz. Se llega a la conclusión de que **la luz es una onda electromagnética**.

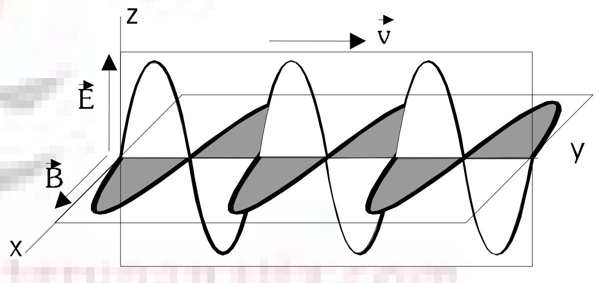
Características de las ondas electromagnéticas (o.e.m):

- Ondas armónicas.
- Transversales.
- No necesitan un medio material para propagarse.
- Perturbaciones: Campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ variables

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot sen(\omega t \pm kx)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \cdot sen(\omega t \pm kx)$$

$$\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{v}$$



- Las o.e.m. no están polarizadas, normalmente. Pueden polarizarse tanto lineal como circularmente.

- Velocidad de propagación: $v = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \varepsilon}}$ Depende de las características eléctricas y magnéticas del medio

En el vacío $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_o \cdot \varepsilon_o}} = 3 \cdot 10^8 \; m \cdot s^{-1}$

En cualquier otro medio v < c

Índice de refracción de un medio (n):

Se define como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío, c, y la velocidad en el medio considerado, $n = \frac{c}{v}$. Siempre $n \geq 1$

Algunos n:

Vacío	1
Aire	~ 1
Agua:	1,33
Etanol:	1,362
Cuarzo:	1,544
Vidrio:	1,5 - 2
Diamante:	2,42

ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO:

Las ondas electromagnéticas se clasifican según su frecuencia υ (o su longitud de onda λ).

Esta clasificación es totalmente subjetiva. La división entre un tipo de o.e.m. y otro es artificial, basada en los efectos que se aprecian o los posibles usos que tienen para el ser humano.

En la siguiente tabla están clasificados los distintos tipos en orden creciente de frecuencias (orden decreciente de λ). Hay que tener en cuenta que υ y λ son inversamente proporcionales $\upsilon = \dfrac{c}{\lambda}$.

υ (Hz)	**Radiación**	λ (m)
10^{22}	Rayos γ	10^{-14}
10^{21}		10^{-13}
10^{20}		10^{-12}
10^{19}	Rayos X	10^{-11}
10^{18}		10^{-10}
10^{17}	Rayos UVA, UVB	10^{-9}
10^{16}		10^{-8}
10^{15}		10^{-7}
10^{14}	Luz visible	10^{-6}
10^{13}	Infrarrojo	10^{-5}
10^{12}		10^{-4}
10^{11}	microondas	10^{-3}
10^{10}	Telecomunicaciones, microondas	10^{-2}
10^{9}		10^{-1}
10^{8}	Radio FM, Televisión, Telefonía	1
10^{7}		10^{1}
10^{6}	Ondas de radio AM	10^{2}
10^{5}		10^{3}
10^{4}	Ondas de radio largas	10^{4}
10^{3}		10^{5}
$< 10^{3}$	Ruido eléctrico	$> 10^{5}$

ESPECTRO VISIBLE

υ (Hz)	**Color**	λ (m)
$7,7 – 6,6 \cdot 10^{14}$	Violeta	$3,9 – 4,6 \cdot 10^{-7}$
$6,6 – 6,1 \cdot 10^{14}$	Azul	$4,6 – 4,9 \cdot 10^{-7}$
$6,1 – 5,2 \cdot 10^{14}$	Verde	$4,9 – 5,8 \cdot 10^{-7}$
$5,2 – 5,0 \cdot 10^{14}$	Amarillo	$5,8 – 6,0 \cdot 10^{-7}$
$5,0 – 4,8 \cdot 10^{14}$	Anaranjado	$6,0 – 6,2 \cdot 10^{-7}$
$4,8 – 3,8 \cdot 10^{14}$	Rojo	$6,2 – 7,8 \cdot 10^{-7}$

Fuente: M.Alonso , E.J. Finn. *Física.* Edit. Pearson, 2000

Radioondas. Son ondas electromagnéticas producidas por circuito eléctricos. Su longitud de onda está comprendida entre 10 km y 10 cm. Se emplean en radiodifusión y telecomunicaciones.

Microondas. Son producidas por vibraciones de moléculas. Su longitud de onda está comprendida entre 10 cm y 10^{-4} m. Se emplean en radioastronomía, comunicaciones (radar, maser).

Rayos infrarrojos. Son producidas en los cuerpos calientes y son debidas a oscilaciones de átomos. Su longitud de onda oscila entre 10^{-4} m y 7500 A (1 A = 10^{-10} m). Se emplean en la industria y en medicina (termoterapia).

Luz visible. Son producidas por oscilaciones de los electrones más externos del átomo. Su longitud de onda va de 7500 A a 4000 A. Son percibidas por nuestra retina. Se emplean en la visión, láser, etc.

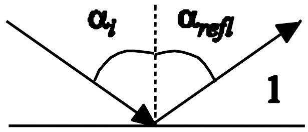
Rayos ultravioleta. Son producidas por oscilaciones de los electrones más internos. Su longitud de onda está comprendida entre 4000 A y 30 A. Se emplean en medicina, por su poder ionizante. Son los responsables de las quemaduras por el sol y de la aparición de los cáncer de piel. El Sol es un poderoso emisor de rayos ultravioleta.

Rayos X. Son producidos por oscilaciones de los electrones próximos al núcleo. Su longitud de onda es del orden de 30 A - 0,4 A. Se utilizan en la industria, en medicina (radiografías y radioterapia). Son peligrosos para los tejidos debido a su poder energético.

Rayos gamma (γ **).** Son producidos por oscilaciones nucleares, en los fenómenos radiactivos y en reacciones nucleares. Tienen una longitud de onda del orden de 10^{-5} A. Tienen un gran poder de penetración, lo que hace que sean nocivos para los seres vivos.

6.3 REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN DE LA LUZ: ÍNDICE DE REFRACCIÓN:

Recordamos brevemente las características de estos dos fenómenos, ya vistas en el tema de ondas.

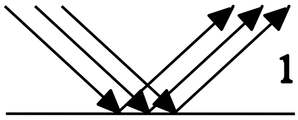


REFLEXIÓN: Al llegar la onda incidente a la frontera con el medio 2, los puntos de la frontera generan una nueva onda que se propaga por el medio 1.

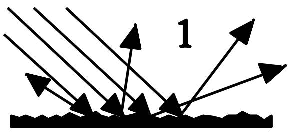
La onda reflejada tiene igual υ, λ, y velocidad de propagación que la onda incidente.

El ángulo que forma la dirección con la normal a la frontera es igual al de la onda incidente.

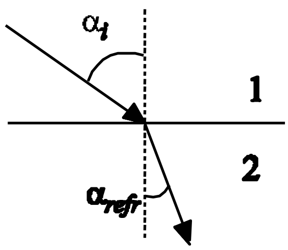
Reflexión nítida y difusa:



Reflexión Nítida: Se da cuando la superficie es totalmente plana (pulimentada). Entonces, rayos que lleguen paralelos producirán ondas reflejadas también paralelas. (Ejemplo: espejo)



Reflexión Difusa: Se da cuando la superficie es rugosa. Los rayos que llegan paralelos salen reflejados en todas direcciones. (ejemplo: superficie blanca). Esta reflexión difusa es la que hace que podamos ver a los cuerpos desde cualquier lado.



REFRACCIÓN: Al llegar la onda incidente, los puntos de la frontera producen, además de la onda reflejada, otra onda que se propaga por el medio 2 (onda refractada o transmitida).

La onda refractada tiene igual frecuencia que la onda incidente (igual color), pero se propaga a distinta velocidad. Para el caso de la luz, la velocidad en el vacío (o en el aire) es la mayor posible (c = 3 $\cdot 10^8$ m/s) . En cualquier otro medio será menor. Por lo tanto la λ será mayor.

$$\lambda = \frac{v}{\upsilon}$$

Índice de refracción de un medio (n): Se define como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y en dicho medio.

$$n = \frac{c}{v} \qquad n \geq 1$$

Ángulo de refracción: Ley de Snell: Los ángulos de la onda incidente y refractada están relacionados por la ley de Snell

$$n_1 \cdot \operatorname{sen} \alpha_i = n_2 \cdot \operatorname{sen} \alpha_{refr} \quad \Rightarrow \quad \frac{\operatorname{sen} \alpha_i}{\operatorname{sen} \alpha_{refr}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Consecuencias:

- Si $\alpha_i = 0$ incidencia perpendicular $\alpha_{refr} = 0$
- Si $n_2 > n_1 \rightarrow \alpha_{refr} < \alpha_i$ y viceversa. Esto ocurre, por ejemplo, al pasar del aire a otro medio.

- Al aumentar α_i, α_{refr} aumenta también. Si $n_1 > n_2$, llegará un momento en que α_{refr} se haga 90º. Entonces el rayo no pasa al medio 2. No tenemos refracción, sino sólo reflexión. A esto se le conoce como **reflexión total**. El ángulo de incidencia para el que ocurre esto se le denomina **ángulo límite** α_{iL} (o α_L) .

$$\frac{\operatorname{sen} \alpha_L}{\operatorname{sen} 90^o} = \frac{n_2}{n_1} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{sen} \alpha_L = \frac{n_2}{n_1}$$

Ejemplos de reflexión total: Pez en el agua, fibra óptica.

6.4 DISPERSIÓN DE LA LUZ:

Hemos tenido en cuenta hasta ahora que la velocidad de propagación de una onda (de la luz en este caso) dependía exclusivamente del medio, no de la frecuencia. Esto es algo que no ocurre en los llamados medios dispersivos. Así, en un medio como el vidrio, o la atmósfera, o el agua, la v depende de la frecuencia. Esto trae como consecuencia que:

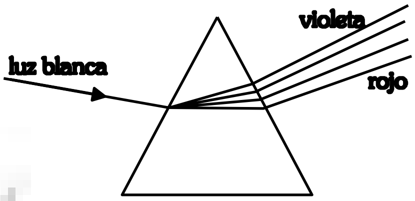
- Los diferentes colores (diferente ν) se propagan a velocidad diferente.
- La longitud de onda cambia.
- Cada color tiene su propio índice de refracción (n), por lo que los ángulos de refracción serán diferentes.

Es decir, los rayos de luz de distintos colores se separan (se dispersan) al pasar por el vidrio, o por el agua.

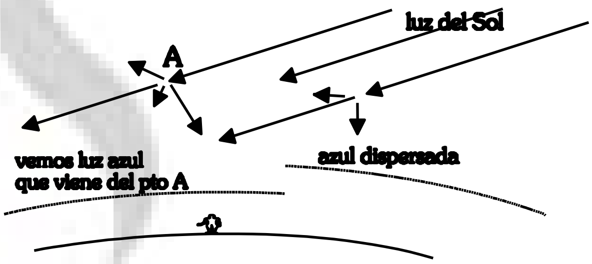
La luz roja (> λ) es la que menos se desvía. La luz azul-violeta la que más.

Fenómenos relacionados con la dispersión:

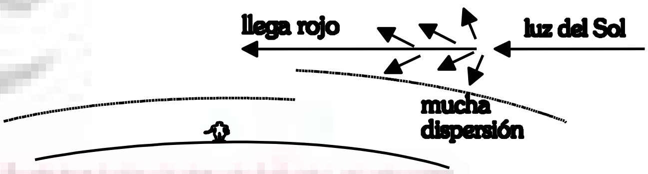
<ins>Descomposición de la luz en un prisma</ins>:



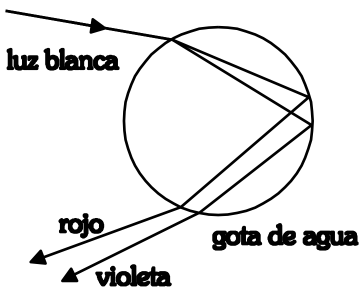
<ins>¿Por qué el cielo es azul?</ins> La luz azul es la que sufre más dispersión al entrar en la atmósfera. Si no se dispersara nada, veríamos el cielo negro incluso de día. Pero, debido a la dispersión, cuando miramos a un punto del cielo, vemos la luz que nos llega de él; y nos llega luz azul, que es la que más se dispersa.

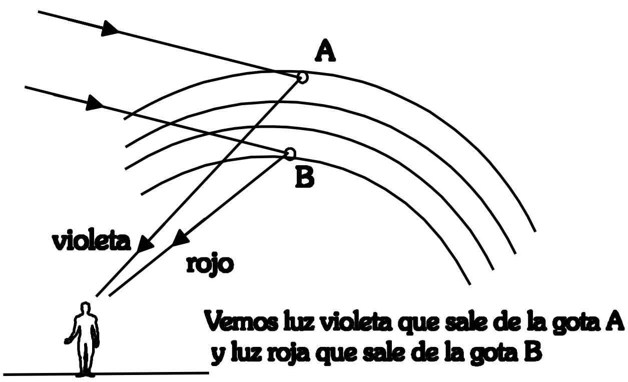


<ins>¿Por qué el Sol se ve rojizo al amanecer y al atardecer?.</ins> Al amanecer y al atardecer, la cantidad de atmósfera que deben atravesar los rayos de luz es mayor. Se produce entonces una mayor dispersión. Se dispersan todos los colores menos el rojo, que es el que vemos.



<ins>El arco iris:</ins> se produce mientras llueve o justo después de una lluvia, cuando hay gran cantidad de minúsculas gotas de agua suspendidas en la atmósfera. Cada gota de agua hace de prisma cuando incide la luz blanca del sol sobre ella, dispersándola y separando los rayos de diferentes colores.





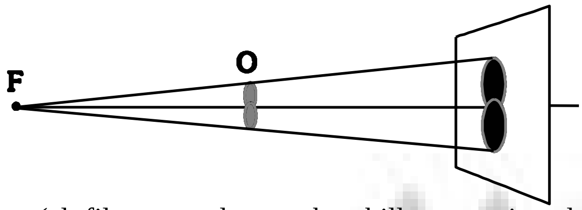
6.5 ÓPTICA GEOMÉTRICA. FOMACIÓN DE IMÁGENES EN ESPEJOS Y LENTES.

El principio fundamental que tendremos en cuenta en este estudio: La luz se propaga en línea recta mientras el n del medio permanezca constante.

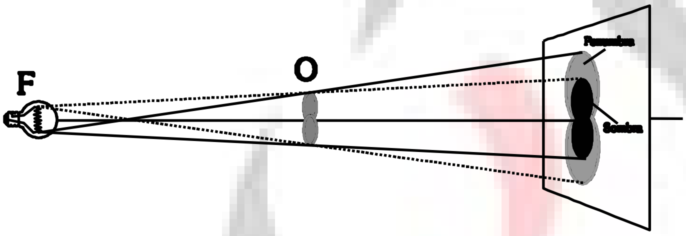
Los rayos de luz se desviarán
- Al cambiar de medio.
- Si tenemos un medio con n variable (la atmósfera un día de temperatura alta, dando lugar a los espejismos)

FORMACIÓN DE SOMBRAS Y PENUMBRAS:

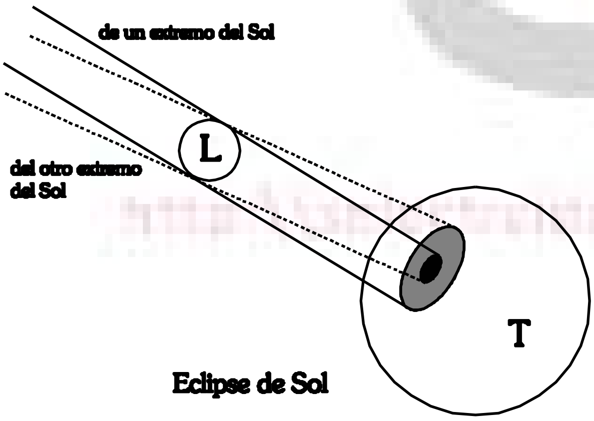
Para un foco puntual: los rayos provienen de un solo punto. Tenemos únicamente sombra.

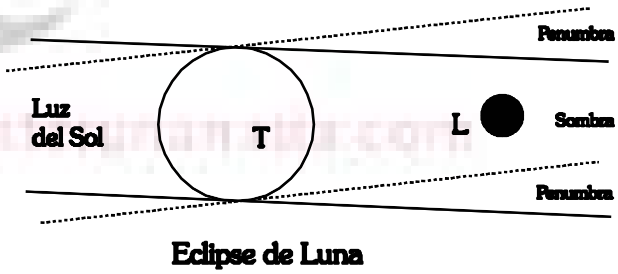


Para un foco extenso (el filamento de una bombilla, por ejemplo): Los rayos surgen de diferentes puntos. Consideramos los puntos extremos del filamento. Así limitamos la zona de sombra (nada de luz) y la zona de penumbra (algo de luz).



<u>Ejemplo: eclipses de Sol y Luna</u>

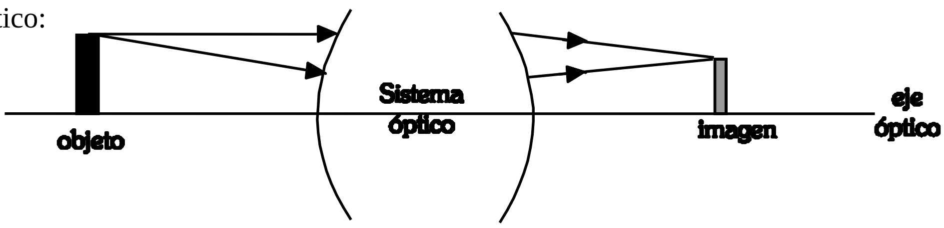




SISTEMAS ÓPTICOS:

Conjunto de medios materiales que atraviesan rayos luminosos. Estudiaremos las lentes y los espejos.

Partes del sistema óptico:



Características de la imagen obtenida:

Puede ser: - <u>Real:</u> Los rayos convergen en un punto tras pasar por el sistema óptico. Si colocamos una pantalla o una película fotográfica en ese punto, veremos la imagen.

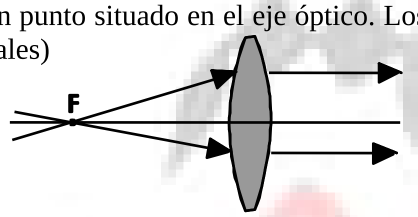
- <u>Virtual:</u> los rayos divergen (se separan) del sistema óptico. No convergen en ningún punto, sino que "parece que provienen de un punto imaginario". Eso es la imagen virtual.
No se puede plasmar esta imagen en una pantalla o película de fotos. Hace falta una sistema que haga converger esos rayos (ojo o cámara de fotos)

Puede estar: - Derecha: Si se ve igual que el objeto
- Invertida: Si se ve al revés.

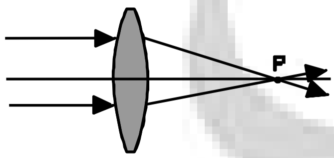
El tamaño de la imagen no tiene por qué ser igual que el del objeto, y su posición puede variar mucho.

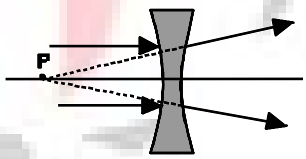
Puntos focales o focos (F y F'):

Foco objeto (F): Es un punto situado en el eje óptico. Los rayos que pasan por él , salen paralelos al eje óptico (horizontales)



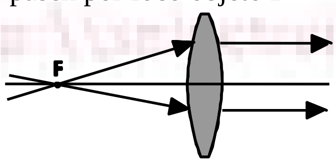
Foco imagen (F'): También está situado en el eje óptico. Los rayos que lleguen horizontales, al salir del sistema pasarán por este punto, o divergerán de él.

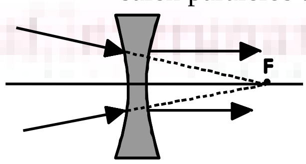




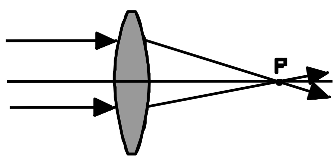
Reglas a usar en la formación de imágenes:

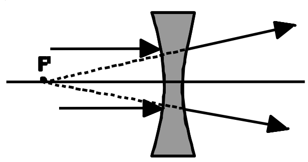
- Rayos que pasen por foco objeto F → salen paralelos al eje óptico



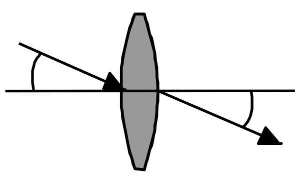


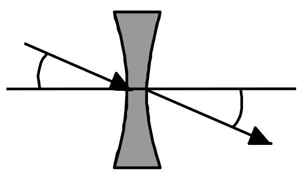
- Rayos que llegan paralelos al eje óptico → convergen o divergen del foco imagen F'



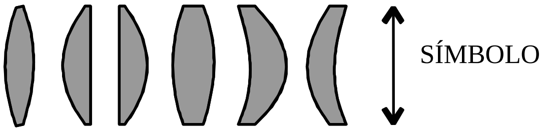


- Un rayo que llegue al centro del sistema óptico → sale con el mismo ángulo con el que llegó.

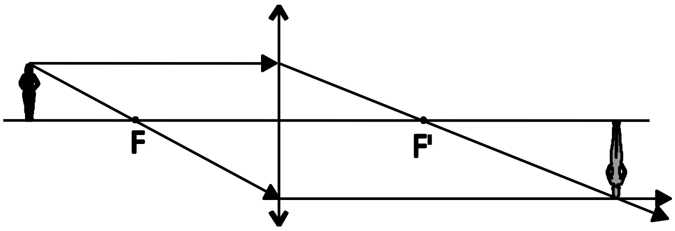


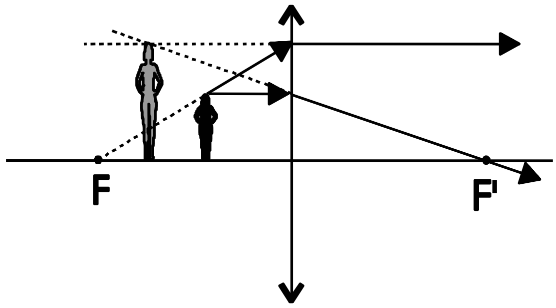


LENTES:

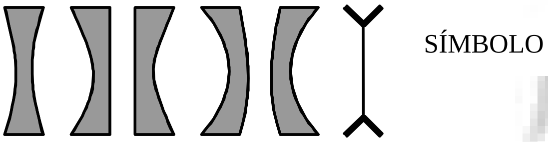


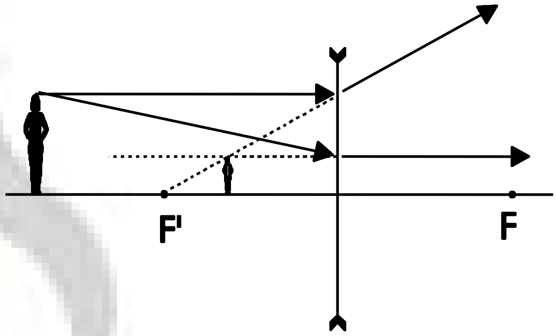
Lentes convergentes:
(En general, lentes convexas: plano-convexas, biconvexas…)
Concentran las rayos





Lentes divergentes: (En general, lentes cóncavas: plano-cóncavas, bicóncavas…)
Al separar los rayos, produce siempre imagen virtual.

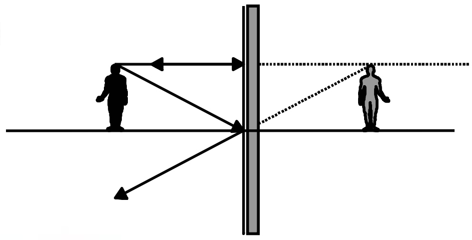




ESPEJOS (o catoptrios):

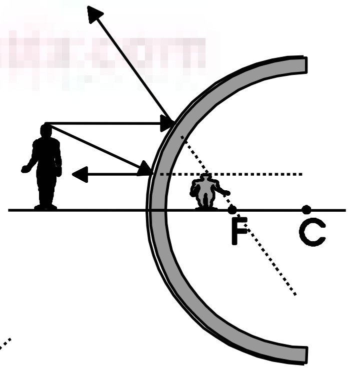
Los focos F y F' coinciden. Sólo existe reflexión.

Espejo plano: Los focos están en el infinito
Imagen virtual de igual tamaño, derecha



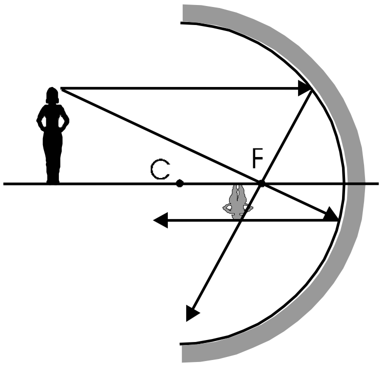
Espejos esféricos: El foco está en el punto medio entre el espejo y su centro.

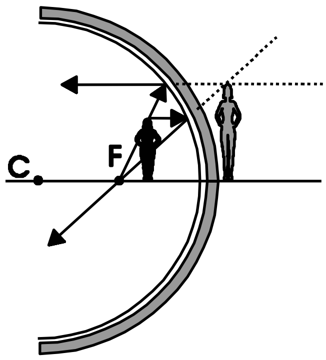
$$f = \frac{R}{2}$$



<u>Espejo convexo</u> Ejemplo: espejo retrovisor del coche

<u>Espejo cóncavo</u>





POSICIÓN Y TAMAÑO DE LAS IMÁGENES. ECUACIONES DE ESPEJOS Y LENTES:

Podemos calcular la posición y tamaño de la imagen, y saber si está derecha o invertida, conociendo la posición y tamaño del objeto, y la distancia focal de la lente o espejo. Usaremos para ello las *ecuaciones de Newton*:

Posición: $\dfrac{1}{s}+\dfrac{1}{s'}=\dfrac{1}{f}$ Tamaño $\dfrac{y'}{y}=-\dfrac{s'}{s}$

f : Distancia focal. Para espejos y lentes convergentes: $f > 0$.   Para lentes divergentes : $f < 0$

s : Posición del objeto. Distancia hasta la lente o espejo. Consideramos siempre $s > 0$ (siempre a la izda)
s' : Posición de la imagen. Distancia hasta la lente o espejo. El criterio de signos varía para lentes o espejos.

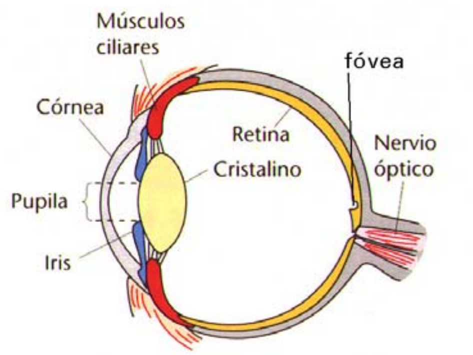
<u>Lentes</u>: $s' > 0$: imagen a la derecha de la lente $s' < 0$: imagen a la izquierda de la lente

<u>Espejos</u>: $s' > 0$: imagen a la izquierda de la lente $s' < 0$: imagen a la derecha de la lente

Siempre que $s' > 0$: imagen real $s' < 0$: imagen virtual

y : tamaño del objeto   y' : tamaño de la imagen.
Si el signo de y' y el de y coinciden: imagen derecha.   Si tienen distinto signo: imagen invertida.

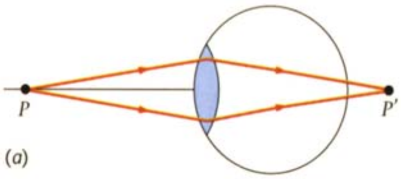
EL OJO. DEFECTOS DE LA VISIÓN.



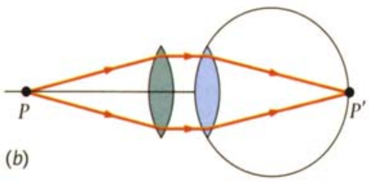
El ojo funciona como un sistema compuesto de dos lentes convergentes (la córnea y el cristalino) y varios medios líquidos (el humor acuoso y el humor vítreo), que hacen converger los rayos de luz que entran por la pupila en una zona de la retina conocida como *fóvea o mancha amarilla*. Allí, una serie de células especializadas (bastones, que captan el claroscuro, y conos, que captan el color) envían la información al cerebro a través del nervio óptico.

El ojo consigue enfocar la imagen cambiando la forma del cristalino (abombándolo o estirándolo), modificando de este modo su distancia focal.

Defectos de la visión:



Hipermetropía

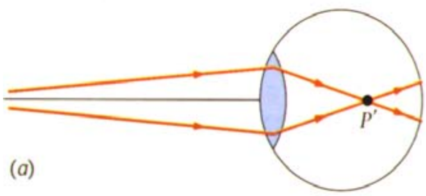


Un ojo normal (ojo emétrope) consigue enfocar correctamente (hacer converger los rayos de luz para formar la imagen sobre la retina). Si por un defecto de la anatomía del ojo, éste enfoca los rayos de luz detrás o delante de la retina, la visión se vuelve borrosa.

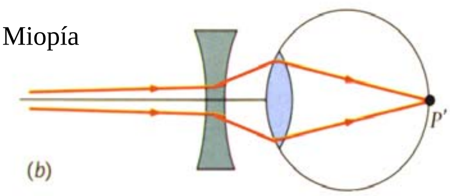
Si enfoca detrás de la retina, se habla de *hipermetropía*. Se corrige usando una lente convergente, como indica la figura.

Si enfoca por delante de la retina, se habla de *miopía*. Se corrige usando lentes divergentes.

El *astigmatismo* consiste en un defecto en la esfericidad del cristalino, lo que hace que el enfoque varíe según la dirección en la que llegan los rayos. De este modo los rayos convergen en puntos distintos, haciendo la imagen borrosa.

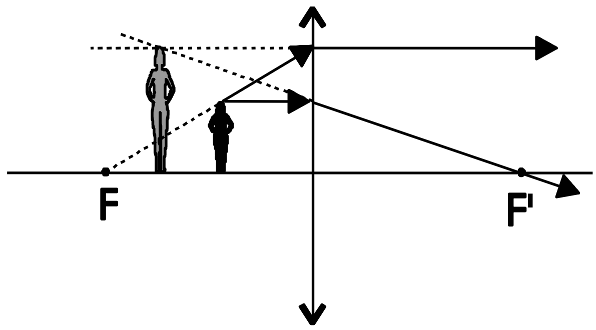


Miopía



INSTRUMENTOS ÓPTICOS:

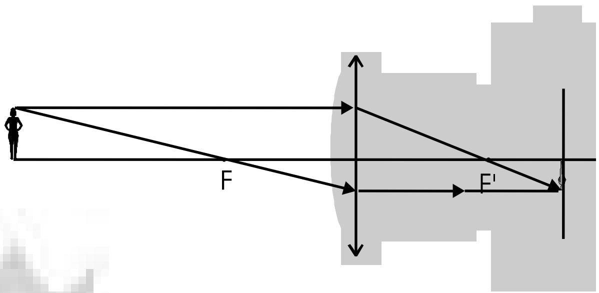
Son sistemas de lentes y/o espejos.



Lupa: Una sola lente convergente.
El objeto se coloca entre el foco F y la lente.
Imagen
- virtual
- derecha
- mayor que el objeto

Cámara fotográfica:
Consiste en una cámara oscura con una lente convergente móvil.
El objeto está más alejado de la lente que F
Imagen
- real
- invertida
- menor que el objeto

La lente (objetivo) se mueve hasta que la imagen se forme justo en la película (enfoque)



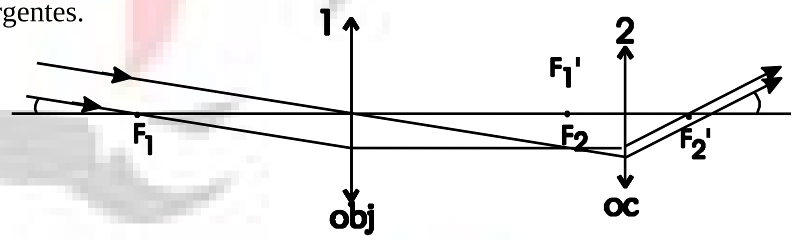
Anteojos; telescopios:

Sistema compuesto
- Objetivo : puede ser lente (telescopio refractor) o espejo (telesc. reflector)
- Ocular: siempre es una lente.

Fabricados para aumentar el ángulo de rayos que provienen de distancias muy lejanas (casi ∞)

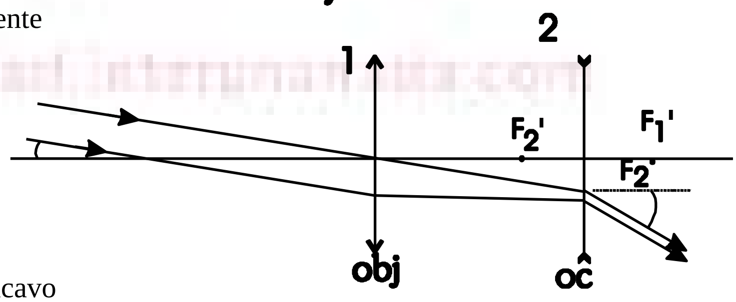
Anteojo astronómico: Posee dos lentes convergentes.

Imagen
-Virtual (en el ∞)
- invertida
- mayor que el objeto

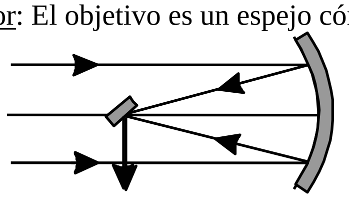


Anteojo de Galileo: El ocular es una lente divergente

Imagen
- Virtual (en el ∞)
- derecha
- mayor que el objeto

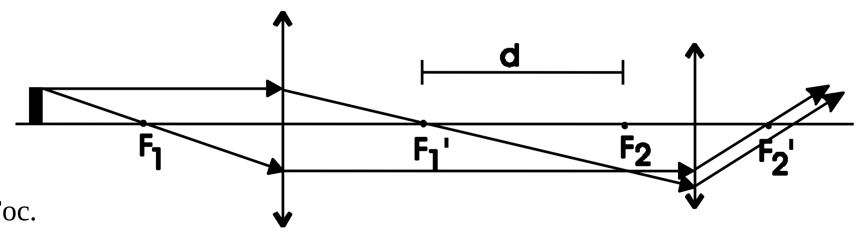


Telescopio reflector: El objetivo es un espejo cóncavo



Microscopio: Sistema compuesto (objetivo y ocular) convergentes.

Imagen
- Virtual
- invertida
- mayor que el objeto



Se varía la longitud del tubo hasta que la imagen del objetivo caiga justo en Foc.

PROBLEMAS TEMA 6: LA LUZ Y LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

1. Una onda electromagnética (o.e.m.) cuya frecuencia es de 10^{14} Hz y cuyo campo eléctrico, de 2 V/m de amplitud, está polarizado en la dirección del eje OY, se propaga en el vacío, en el sentido negativo del eje OX.
a)Escribir la expresión del campo eléctrico de la onda electromagnética
b)Calcular la longitud de onda e indicar la dirección del campo magnético de la onda ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

2. Una o.e.m. plana (polarizada) tiene un campo eléctrico de amplitud 3 V/m y una frecuencia de 1 MHz. Determinar la ecuación de onda que representa al campo eléctrico si la onda avanza en el eje Y y el campo está polarizado en el eje Z. Calcula asimismo la dirección del campo magnético.

3. Una antena emite una onda electromagnética de frecuencia 50 kHz. a) Calcule su longitud de onda.
b) Determine la frecuencia de una onda sonora de la misma longitud de onda.
($c = 3 \cdot 10^8$ m/s ; $v_{Sonido} = 340$ m/s)

4. El espectro visible en el aire está comprendido entre las longitudes de onda 380 nm (violeta) y 780 nm (rojo).
a) Calcule las frecuencias de estas radiaciones extremas. ¿cuál de ellas se propaga a mayor velocidad?
b) Determine entre qué longitudes de onda está comprendido el espectro visible en el agua, cuyo índice de refracción es 4/3. ($c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot s^{-1}$)

5. Una onda electromagnética tiene, en el vacío, una longitud de onda de $5 \cdot 10^{-7}$ m.
a) Determine la frecuencia y el número de onda.
b) Si dicha onda entra en un determinado medio, su velocidad se reduce a 3c/4. Determine el índice de refracción del medio y la frecuencia y la longitud de onda en dicho medio. ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

6. Un rayo de luz de 500 nm de longitud de onda, propagándose por el aire, entra en un bloque de vidrio formando un ángulo de 30º con la normal. Sabiendo que el índice de refracción de ese vidrio es de 1,5, calcular :
a) Ángulo que forma con la normal el rayo refractado.
b) Longitud de onda del rayo refractado
c) Ángulo límite del vidrio. Explicar qué significa dicho ángulo.
Considerar que en el aire la luz se propaga a igual velocidad que en el vacío. ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

7. Un rayo de luz amarilla de 580 nm en el aire, pasa a un cierto cristal en el que su longitud de onda pasa a ser de $5 \cdot 10^{-7}$ m.
a) Calcular razonadamente frecuencia y velocidad de propagación en cada medio.
b) Si el rayo refractado forma 30º con la normal a la frontera que separa a los dos medios, ¿Con qué ángulo incidió el rayo? Razonar, realizando un esquema de rayos.

8. Un haz de luz roja penetra en una lámina de vidrio, de 30 cm de espesor, con un ángulo de incidencia de 45º
a) Explique si cambia el color de la luz al penetrar en el vidrio y determine el ángulo de refracción.
b) Determine el ángulo de emergencia (ángulo del rayo cuando sale después de atravesar la lámina). ¿Qué tiempo tarda la luz en atravesar la lámina de vidrio? ($c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1} ; $n_{vidrio} = 1,3$)

9. Tenemos una lupa de 10 cm de distancia focal. Colocamos un objeto de 1 cm a cierta distancia de la lupa. Razonar las características de la imagen y calcular su tamaño y posición si:
a) El objeto está a 15 cm de la lupa.
b) El objeto está a 5 cm de la lupa.

10. a) Repetir el ejercicio anterior con una lente divergente de la misma distancia focal.
b) Repetir el ejercicio anterior con una espejo cóncavo esférico de 16 cm de radio.

CUESTIONES TEÓRICAS:

1. a) Describa brevemente el modelo corpuscular de la luz. ¿Puede explicar dicho modelo los fenómenos de interferencia luminosa?

b) Dos rayos de luz inciden sobre un punto ¿Pueden producir oscuridad? Explique razonadamente este hecho.

2. Los rayos X, la luz visible y los rayos infrarrojos son radiaciones electromagnéticas. Ordénelas en orden creciente de sus frecuencias e indique algunas diferencias entre ellas.

3. ¿Cambian las magnitudes características de una o.e.m. que se propaga en el aire al penetrar en un bloque de vidrio? Si cambia alguna, ¿aumenta o disminuye? ¿por qué?

4. a) Enuncie las leyes de reflexión y refracción de la luz. Explique las diferencias entre ambos fenómenos.
b) Compare lo que ocurre cuando un haz de luz incide sobre un espejo y sobre un vidrio de ventana.

5. a) Las ondas electromagnéticas se propagan en el vacío con velocidad c. ¿Cambia su velocidad de propagación en un medio material? Defina el índice de refracción de un medio.
b) Sitúe, en orden creciente de longitud de onda, las siguientes regiones del espectro electromagnético: infrarrojo, rayos X, ultravioleta y luz visible. Dos colores del espectro visible: rojo y verde, por ejemplo, ¿pueden tener la misma intensidad? ¿y la misma frecuencia?

6. Una lupa produce imágenes directas de objetos cercanos e invertidas de los lejanos. Utilizando trazado de rayos, ¿Dónde está el límite de distancia del objeto a la lente entre ambos casos? ¿Son las imágenes virtuales o reales? Razonar.

7. Explicar por qué, cuando introducimos una cuchara en un vaso de agua, la vemos como si estuviera rota (o doblada).

8. Podemos considerar el cristal de una pecera esférica como una lente convergente. Razonar cómo es que vemos a un pez del interior con un tamaño mayor que el que realmente tiene.

9. Explicar el funcionamiento del espejo retrovisor exterior de un coche. ¿De qué tipo de espejo se trata?

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS:

1. a) $\vec{E} = 2\cdot sen(2\pi\cdot 10^{14} t + 2\cdot 10^{6} x)\,\vec{j}\ \frac{V}{m}$ b) $\lambda = 3\cdot 10^{-6}$ m ; $\vec{B}$ polarizado en el eje z

2. $\vec{E} = 3\cdot sen(2\pi\cdot 10^{6} t - 0{,}021\cdot y)\,\vec{k}\ \frac{V}{m}$ $\vec{B}$ polarizado en el eje x

3. a) $\lambda = 6000$ m   b) $\lambda_{sonido} = 0{,}0068$ m

4. a) $\upsilon_{rojo} = 3{,}85\cdot 10^{14}$ Hz ; $\upsilon_{violeta} = 7{,}89\cdot 10^{14}$ Hz   ambas a igual velocidad, si no hay dispersión.

b) $\lambda_{rojo} = 584$ nm ; $\lambda_{violeta} = 285$ nm

5. $\upsilon = 6\cdot 10^{14}$ Hz ; k = 12,57 $\cdot 10^{6}$ rad/m ; b) n = 4/3 ; υ no varía ; λ = 375 nm

6. a) $\alpha_2 = 19{,}47º$; b) λ = 333 nm ; c) $\alpha_L = 41{,}8º$

7. a) En aire: $\upsilon = 5{,}17\cdot 10^{14}$ Hz, v = 3 $\cdot 10^{8}$ m/s ; En cristal: $\upsilon = 5{,}17\cdot 10^{14}$ Hz, v = 2,6 $\cdot 10^{8}$ m/s

b) $\alpha_1 = 19{,}47º$

8. a) no cambia, la frecuencia es la misma. $\alpha_2 = 32{,}95º$ b) $\alpha_3 = 45º$ t = 1,57 ns

9. a) imagen real, invertida. s'= 0,3 m , y'= -0,02 m ; b) imagen virtual, derecha. s'= -0,1 m , y'= 0,02 m

10. a) 1) im. virtual, derecha. s'= -0,06 m , y'= 0,004 m , 2) im. virtual, derecha. s'= -0,033 m , y'= 0,066 m

b) 1) im. real, invertida. s'= 0,17 m , y'= -0,011 m ; 2) im. virtual, derecha. s'= -0,13 m , y'= 0,026 m

TEMA 7 : FÍSICA NUCLEAR:

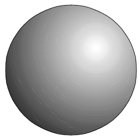
7.1 Núcleo atómico; fuerzas nucleares.
7.2 Estabilidad nuclear; energía de enlace.
7.3 Radiactividad; leyes.
7.4 Reacciones nucleares; fisión y fusión.
7.5 Aplicaciones de la radiactividad y de las reacciones nucleares.

7.1 NÚCLEO ATÓMICO; FUERZAS NUCLEARES.

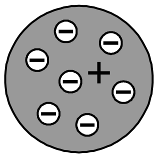
Introducción: Modelos atómicos.

Desde la antigüedad han ido evolucionando las ideas sobre la constitución de la materia. En la Grecia clásica compitieron dos creencias: frente a los que creían que la materia podía dividirse indefinidamente, estaban los atomistas, como **Demócrito**, que defendían que existía algo indivisible (átomo) que era la base de la estructura de la naturaleza.

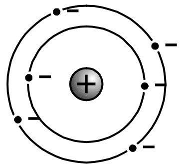
Hay que esperar hasta el s. XIX para encontrar la primera teoría científica. **John. Dalton** (1813), vuelve a proponer la teoría atómica para explicar estructura de la materia, reacciones químicas, etc. Ahora bien, supone que el átomo es totalmente indivisible, sin estructura interna.



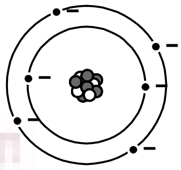
En 1897, **Joseph John Thomsom** descubre una partícula que surge del átomo en ciertos experimentos (tubo de rayos catódicos): el electrón. Por tanto, incluye esta partícula dentro de la estructura del átomo. Su modelo es conocido con el nombre del "pastel de pasas".



E. Rutherford, en 1910, bombardeando una lámina metálica con partículas alfa, descubre que el átomo es en su mayor parte espacio vacío. La mayor parte de la masa está concentrada en su núcleo, de tamaño muy pequeño. Construye el llamado "modelo planetario". Supone que el núcleo es algo compacto, sin estructura interna.



Posteriormente fueron descubiertas nuevas partículas del núcleo. Primero el protón y luego el neutrón (**James Chadwick**, 1932), llevaron a la conclusión de que el núcleo también posee estructura interna. Actualmente se estudia dicha estructura, descubriéndose nuevas partículas subatómicas (más de doscientas).



(Este modelo planetario, que incluye un núcleo con protones y neutrones, y una corteza con electrones, se sigue conociendo como modelo de Rutherford. Es el que usaremos en este tema)

❖ **Estructura del átomo: partículas subatómicas:**

- Corteza atómica: **electrones** (${}_{-1}^{0}e^{-}$). Carga: - 1,6 ·10^{-19} C ; Masa: 9,1 ·10^{-31} kg . Interviene en reacciones químicas, radiación térmica, efecto fotoeléctrico...

- Núcleo: **protones** (${}_{1}^{1}p^{+}$). Carga: 1,6 ·10^{-19} C ; Masa: 1,6725 ·10^{-27} kg (= 1,0073 uma)

neutrones (${}_{0}^{1}n$) . Carga: neutro ; Masa : 1,6748 ·10^{-27} kg (= 1,0086 uma)

(1 uma = 1,66 · 10^{-27} kg)

- **Características del núcleo:**

Tamaño: radio ~ 10^{-15} m (1/100000 del tamaño del átomo) ; R = 1,4 · 10^{-15} · $A^{1/3}$ (m)
Densidad: d ~ 1,5 · 10^{18} kg/m^3
Número atómico (Z) : nº de protones. Caracteriza al elemento químico
Número másico (A) : nº de nucleones = nº protones + nº neutrones (A = Z + N) .
Indica la masa aproximada del núcleo, en uma.

❖ **Clasificación de los núcleos:**

Se entiende por **nucleido** (o *núclido*) cada uno de los tipos de núcleo que podemos encontrarnos (tanto natural como artificial). Cada nucleido viene caracterizado por Z y A, y su representación es $^{A}_{Z}X$ .Según el valor que tomen Z y A tendremos:

Isótopos: = Z, ≠ A (≠ N). Son átomos del mismo elemento, con diferente masa $^{12}_{6}C$; $^{14}_{6}C$

Isóbaros : ≠ Z , = A. De distinto elemento $^{60}_{30}Zn$; $^{60}_{29}Cu$

Isótonos: = N . $^{57}_{26}Fe$, $^{58}_{27}Co$

Isómeros: = Z, = N, = A. Pero las partículas están distribuidas de forma diferente en su interior (≠ energía)

❖ **Fuerzas nucleares: interacción fuerte:**

La interacción nuclear fuerte fue propuesta por **Hideki Yukawa** en 1934.

Las partículas nucleares (los protones en particular) pueden mantenerse dentro del núcleo a tan corta distancia unos de otros, gracias a la **interacción nuclear fuerte**, que vence, en esas distancias, a la repulsión eléctrica entre cargas del mismo signo. Recordamos brevemente las características fundamentales de esta interacción:

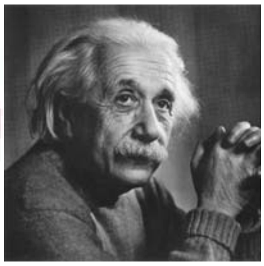
- Afecta a nucleones
- Muy corto alcance (~ 10^{-15} m)
- La más fuerte de las interacciones de la naturaleza.
- Independiente de la carga
- Atractiva para distancias < 10^{-15} m, prácticamente nula para distancias mayores.

Debido a esta interacción fuerte, las energías de enlace de los núcleos son del orden de los MeV, muy grandes en comparación con los pocos eV de un electrón en un átomo. Esto nos marca una diferencia de energía entre los procesos químicos (a nivel atómico, con fuerza eléctrica) y los procesos nucleares (nivel nuclear, fuerza nuclear fuerte).

(Nota: eV (*electrónvoltio*): unidad de energía equivalente a $1,6 \cdot 10^{-19}$ J. La energía de las partículas subatómicas se da en estas unidades y sus múltiplos: keV = 10^3 eV, MeV = 10^6 eV.)

7.2 ESTABILIDAD NUCLEAR: ENERGÍA DE ENLACE

La respuesta al problema de la estabilidad nuclear se basa en la existencia de la interacción fuerte. Pero también podemos plantearnos la cuestión en términos de energía. Un núcleo es estable porque su energía es menor que la energía de las partículas por separado (su suma). Es decir, porque al formarse, ha desprendido energía. Y si queremos romper el núcleo, debemos darle dicha energía.



❖ **Equivalencia masa-energía:** **Albert Einstein**, en 1905, como una de las consecuencias de su Teoría de la Relatividad, expuso que la masa de un cuerpo puede transformarse íntegramente en energía, y viceversa. La energía que puede extraerse de una masa dada m viene dada por la expresión $E = m \cdot c^2$ donde la constante c coincide con la velocidad de la luz en el vacío. (c = $3 \cdot 10^8$ m/s)

Este principio de equivalencia tiene una consecuencia importante: en una reacción (sobre todo en reacciones nucleares) la masa no se conserva. Sí se conservará, en cambio, la energía total del sistema (teniendo en cuenta la energía equivalente a la masa).

❖ **Defecto másico: Energía de enlace:** Cuando se forma un núcleo mediante la unión de los protones y neutrones que lo componen, se observa que *la masa nuclear es menor que la suma de las masas de las partículas por separado*. Es decir, se ha perdido masa en el proceso de formación (sin embargo, las partículas siguen siendo las mismas). A esa masa perdida se le denomina **defecto másico (Δm)** . Aunque sea una masa perdida, se considera su valor positivo. Se calcula con la expresión ($\Delta m = m_{NÚCLEO} - \sum m_{PARTÍCULAS}$).

¿Que ha ocurrido con esta masa? Pues se ha transformado en energía, la cual es desprendida en forma de radiación. *La cantidad de energía desprendida al formarse el núcleo a partir de sus partículas* se denomina **energía de enlace (E_e),** y se calcula mediante $E_e = \left| \Delta m \cdot c^2 \right|$

Si bien es una energía desprendida (correspondería que fuera negativa), se toma en valor absoluto.

También puede entenderse la energía de enlace como la *energía que hay que suministrar al núcleo para descomponerlo en sus partículas.* (entonces cobra sentido el signo positivo)

- **Energía de enlace por nucleón (E_n) :** Representa el promedio de energía desprendida por cada partícula que compone el núcleo

$$E_n = \frac{E_e}{A}$$

Esta magnitud es la que nos indica la estabilidad de un núcleo. Cuanto mayor sea la energía desprendida por cada partícula, mayor estabilidad tendrá el núcleo.

En la figura 1 viene representada la energía de enlace por nucleón para los distintos nucleidos, en función del número de partículas (A, nº másico). Se observa que crece al aumentar la masa atómica en los núcleos ligeros, hasta llegar al Hierro (son estos los núcleos más estables). Sin embargo, para los núcleos pesados decrece al aumentar la masa nuclear. Esto tiene una consecuencia importante: Si unimos dos núcleos ligeros para formar uno más pesado (fusión nuclear), en el total del proceso se desprenderá energía. Y si rompemos un núcleo pesado en dos más ligeros (fisión nuclear) también se desprenderá energía. Los procesos contrarios no son viables energéticamente.

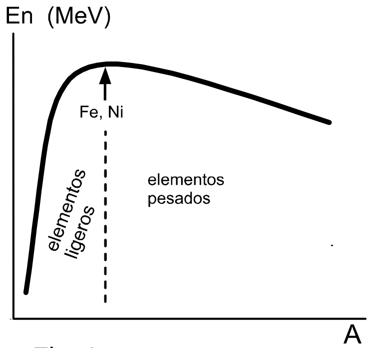


Fig. 1

- **Núcleos estables y radiactivos: Relación N - Z:**

Entre los nucleidos conocidos, unos son *estables* (no se descomponen en otros espontáneamente) y otros son *inestables (o radiactivos)*, descomponiéndose, soltando partículas, y transformándose en otros nucleidos al cabo de un tiempo.

Representando los nucleidos en una gráfica Z - N (Figura 2), vemos que los nucleidos estables caen dentro de una zona que corresponde a Z = N para núcleos ligeros, y $N \sim 1{,}5 \cdot Z$ para núcleos pesados. Los nucleidos inestables caen fuera de esta zona.

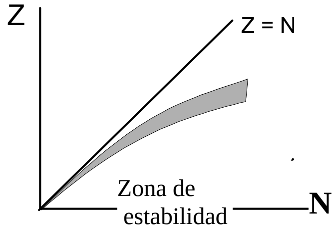
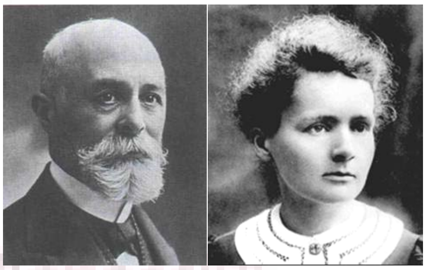


Fig. 2

7.3 RADIACTIVIDAD; LEYES.

Por **radiactividad** se entiende *la emisión de radiación (partículas, luz) por parte de algunas sustancias*, que se denominan radiactivas. Esta emisión puede ser espontánea (radiactividad natural), o producida por el hombre (radiactividad artificial).

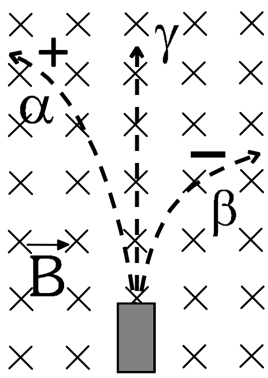


Este fenómeno puede ser observado por primera vez por el científico francés **Henri Bequerel** en 1896. Observó que unas sales de Uranio colocadas en su mesa de laboratorio ennegrecían las placas fotográficas que se encontraban dentro de uno de los cajones de la mesa. También **Marie** y **Pierre Curie**, en 1898, descubrieron nuevas sustancias que producían este efecto: el Polonio y el Radio. Posteriormente se han ido descubriendo más, hasta los aprox. 1300 nucleidos radiactivos conocidos actualmente.

La radiactividad es un fenómeno que ocurre a nivel del núcleo. Éste, ya sea de forma natural o forzada, emite partículas de su interior. Esto trae como consecuencia que el número de partículas del núcleo cambie (puede cambiar Z y A). Es decir, la sustancia inicial puede transformarse en otra sustancia totalmente diferente.

7.3.1 RADIACTIVIDAD NATURAL:

Se conocen básicamente tres tipos de radiactividad natural, representadas con α, β y γ. La primera diferencia notable entre ellas es la carga eléctrica. Los científicos **Soddy** y **Fajans**, en 1913, llegaron a las siguientes **leyes de desplazamiento**:



1- Cuando un núcleo emite una partícula α, se transforma en un núcleo del elemento situado dos lugares a la izquierda en la tabla periódica. Es decir, su nº atómico disminuye en dos unidades.
2- Cuando un núcleo emite una partícula β, se transforma en un núcleo del elemento situado un lugar a la derecha en la tabla periódica. O sea, su nº atómico aumenta una unidad.
3- Cuando un núcleo emite radiación γ, continúa siendo del mismo elemento químico.

Conociendo la constitución de los tres tipos de radiación pueden explicarse estas leyes:

α : (Partículas pesadas) Constituida por núcleos de ${}_{2}^{4}He$ (es decir, dos protones y dos neutrones)

Carga eléctrica ++; masa : 4,0026033 uma .

Al emitir una α , el núcleo se queda con Z' = Z - 2 , A' = A – 4 $\boxed{{}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_{2}^{4}\alpha}$

β^- : (Partículas ligeras) Formada por electrones (${}_{-1}^{0}e^-$). Carga eléctrica: - e ; masa: 0,000549 uma.

¿Cómo puede salir un electrón del núcleo? La responsable de esta aparente contradicción es la interacción nuclear débil. Como ya tratamos brevemente cuando estudiamos las interacciones fundamentales de la naturaleza, esta fuerza actúa transformando unas partículas en otras. En este caso, es un neutrón del núcleo el que se transforma, se descompone.

El electrón emitido se forma dentro del núcleo mediante la reacción ${}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{1}^{1}p^+ + {}_{-1}^{0}e^- + {}_{0}^{0}\overline{\nu}_e$

La partícula ${}_{0}^{0}\overline{\nu}_e$ (llamada *neutrino*) fue introducida teóricamente por el físico alemán **Wolfang Pauli** en 1930, para salvar el que se cumpliera el principio de conservación de la energía y del momento angular. Fue detectado experimentalmente en 1957.

Tanto el electrón como el neutrino escapan del átomo, pero el protón se queda, atraído por la fuerza nuclear fuerte. Como consecuencia, Z aumenta en una unidad y el número de nucleones se queda igual:

Z' = Z + 1, A' = A $\boxed{{}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}\beta^- + {}_{0}^{0}\overline{\nu}_e}$

γ : (radiación electromagnética, fotones) Sin masa, sin carga. El núcleo simplemente pierde energía. Sigue siendo un núcleo del mismo elemento químico. $\boxed{{}_{Z}^{A}X^* \rightarrow {}_{Z}^{A}X + {}_{0}^{0}\gamma}$

La energía de los fotones liberados está relacionada con la frecuencia υ de la radiación mediante la expresión

$\boxed{E_\gamma = h \cdot \upsilon}$ donde h = 6,6 ·10^{-34} J·s , es la *constante de Planck*.

Otras emisiones radiactivas: la desintegración β^+ y la antimateria.

La partícula β^+ , (llamada *positrón* o *antielectrón*), fue descubierta por el estadounidense **C. Anderson** en 1932, estudiando los rayos cósmicos, partículas de alta energía que provienen del espacio. Es idéntica al electrón en cuanto a su masa, pero tiene carga positiva (sería ${}_{1}^{0}e^+$). También procede de la interacción nuclear débil, al descomponerse un protón del interior del núcleo, mediante la reacción ${}_{1}^{1}p^+ \rightarrow {}_{0}^{1}n + {}_{1}^{0}e^+ + {}_{0}^{0}\nu_e$

Así, tras la descomposición, en el núcleo tenemos un protón menos y un neutrón más, con lo que Z se reduce en una unidad y A permanece igual. $\boxed{{}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{1}^{0}\beta^+ + {}_{0}^{0}\nu_e}$

Antimateria: El positrón es la primera de toda una serie de partículas descubiertas posteriormente, conocidas como *antimateria*. Por cada tipo de partícula existente en la naturaleza (protones, electrones, neutrinos...), existe su tipo correspondiente de *antipartícula*: una partícula con igual masa y características, pero con carga de signo opuesto. Tendremos así el *antiprotón* (${}_{-1}^{1}p^-$), el *antineutrón* (que coincide con el neutrón), el *antineutrino* (${}_{0}^{0}\overline{\nu}_e$) ...

Cuando una partícula interacciona con su correspondiente antipartícula, ambas se desintegran, desaparecen, toda su masa se transforma íntegramente en energía (fotones). Si recordamos la ecuación de Einstein $E = m \cdot c^2$, de la reacción de 1 kg de materia con otro kg de antimateria se obtendrían 1,8 ·10^{17} J de energía (es decir, más o menos la energía necesaria para mantener encendidas un millón de bombillas de 100 W durante 57 años). Sería una fuente de energía incomparable. Sin embargo, actualmente la antimateria sólo se produce partícula a partícula, en los laboratorios o en los rayos cósmicos procedentes del espacio, y se desintegran casi instantáneamente al chocar con la

7.3.2 LEY DE DESINTEGRACIÓN RADIACTIVA:

Al emitir radiación, la sustancia se va transformando en otra diferente. Esta transformación no es instantánea, ya que no todas las desintegraciones se producen a la vez. Además, es un proceso aleatorio, no sabemos en qué instante exacto se desintegrará un átomo en concreto. Pero, con mayor o menor rapidez, el número de átomos de la sustancia inicial va disminuyendo (y aumentando el de la sustancia final). La rapidez de esta disminución depende de dos factores:

Naturaleza de la sustancia: Esta influencia viene marcada por la llamada **constante de desintegración (λ)**. Se mide en s^{-1}. Cada sustancia radiactiva tendrá su λ. Indica la probabilidad de que un núcleo se desintegre en la unidad de tiempo.

Número de átomos que tengamos en cada instante: N

Así, la ley de desintegración queda $\boxed{\dfrac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N}$

La magnitud $\dfrac{dN}{dt}$ se denomina **actividad**, e indica la rapidez con que se desintegra la sustancia (es decir, el número de desintegraciones por segundo que ocurren en un instante).

La actividad se mide, en el S.I., en *desintegraciones / s* (*bequerel*, Bq).

Otra unidad es el *curie* (Ci) $1\ Ci = 3{,}7 \cdot 10^{10}\ Bq$

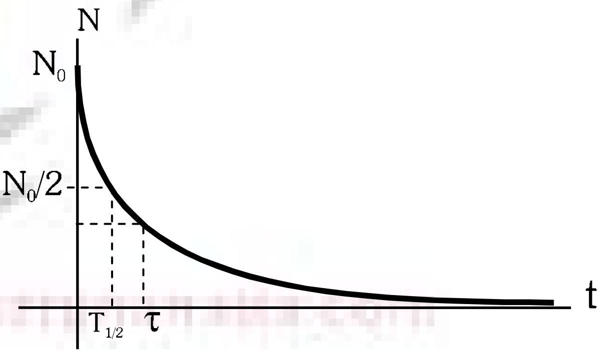
Desarrollando la ley de desintegración (integrando)

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N \rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda \cdot dt \rightarrow \int_{No}^{N} \frac{dN}{N} = -\int_0^t \lambda \cdot dt \rightarrow ln\,N - ln\,N_0 = -\lambda \cdot t \rightarrow ln\frac{N}{N_0} = -\lambda \cdot t$$

$$\rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\boxed{N = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$$

N_o : nº de átomos inicial.



Se trata de una disminución exponencial. Inicialmente, cuando el número de átomos es elevado, mayor será también el número de desintegraciones, con lo que el decrecimiento es rápido. A medida que N va disminuyendo, hay menos probabilidad de que un átomo concreto de desintegre, con lo que el ritmo disminuye y la pendiente se va haciendo menor.

Lógicamente, a medida que N de la sustancia inicial disminuye, aumenta al mismo ritmo la cantidad de la sustancia final.

Otras magnitudes características de la desintegración radiactiva

Vida media (τ): Promedio de tiempo que tarda en desintegrarse un núcleo. [τ] = s.

Estadísticamente se considera el tiempo que tarda la cantidad de átomos original (N_0) en reducirse hasta $\dfrac{N_0}{e}$

$\boxed{\tau = \dfrac{1}{\lambda}}$ La ley de desintegración radiactiva puede expresarse entonces $\boxed{N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$

Periodo de semidesintegración ($T_{\frac{1}{2}}$)**:** Tiempo que tarda la cantidad inicial de núcleos en reducirse a la mitad. Se mide en s. (S.I).

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \rightarrow e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} = \frac{1}{2} \rightarrow -\lambda \cdot T_{1/2} = -\ln 2 \rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$\boxed{T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}} \qquad \boxed{T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau}$$

Hay que tener en cuenta que, si al cabo de $T_{\frac{1}{2}}$, la muestra de átomos original se ha reducido a la mitad, al cabo de otro tiempo $T_{\frac{1}{2}}$, no se habrán transformado la otra mitad, sino la cuarta parte (la mitad de la mitad); y en el siguiente periodo la octava... y así, en teoría, hasta el infinito. Siempre tendremos, en teoría, átomos originales sin desintegrar. En la práctica, consideramos que la muestra se ha desintegrado casi en su totalidad cuando ha transcurrido un tiempo suficiente como para que las desintegraciones apenas sean medibles.

Una sustancia radiactiva se dice **estable** cuando su vida media es mayor que la edad del universo (unos 13800 millones de años).

Familias radiactivas:

Los nucleidos radiactivos de masas elevadas ($^{232}_{90}Th$, $^{237}_{93}Np$, $^{238}_{92}U$, $^{235}_{92}U$), no desprenden una única partícula hasta alcanzar la estabilidad (normalmente un isótopo del plomo, el elemento pesado más estable). Van desprendiendo sucesivamente partículas α y/o β, pasando la transformación por diferentes núcleos (entre 10 y 14) hasta llegar al plomo. Este conjunto de nucleidos intermedios es lo que se denomina *serie o familia radiactiva*. Cada uno de los elementos que aparecen arriba tiene su propia serie radiactiva.

Para el torio, $^{232}_{90}Th$, su masa atómica es múltiplo de 4. Su serie radiactiva se denomina *4n*. Todos los núcleos intermedios por los que pasa al ir soltando partículas α y/o β, tienen igualmente masa atómica múltiplo de 4.

La serie del neptunio, $^{237}_{93}Np$, es *4n+1*. La del $^{238}_{92}U$, *4n+2* ; y la del $^{235}_{92}U$, *4n+3*. La siguiente tabla resume los núcleos iniciales y finales de cada serie.

Nombre	*A*	El. inicial	Período	El. final
Torio	*4n*	$^{232}_{90}Th$	$1,4 \cdot 10^{10}$ años	$^{208}_{82}Pb$
Neptunio (artificial)	*4n+1*	$^{237}_{93}Np$	$2,2 \cdot 10^{6}$ años	$^{209}_{83}Bi$
Uranio - Radio	*4n+2*	$^{238}_{92}U$	$4,5 \cdot 10^{9}$ años	$^{206}_{82}Pb$
Uranio - Actinio	*4n+3*	$^{235}_{92}U$	$7,2 \cdot 10^{8}$ años	$^{207}_{82}Pb$

7.4 REACCIONES NUCLEARES: FISIÓN Y FUSIÓN (Radiactividad artificial)

Se pueden conseguir artificialmente transformaciones en los núcleos atómicos "bombardeándolos" con partículas (α, p, n, etc). El núcleo absorbe (capta) dicha partícula y emite otras, transformándose así en otro elemento diferente (puede llegar incluso a romperse en varios núcleos más pequeños).

El estudio de estas reacciones lo inició **Rutherford** en 1919, al bombardear nitrógeno con partículas α, y observar que aparecía oxígeno y se desprendían protones.

En 1934, el matrimonio **Joliot-Curie**, bombardeando boro con part. α, observaron que el elemento resultante, N-13, volvía a desintegrarse por sí solo, dando lugar a C-13. Habían conseguido fabricar un elemento radiactivo. Actualmente se fabrican muchos isótopos radiactivos, con amplias utilidades en industria y medicina (radioterapia, tratamiento de cáncer).

En toda reacción nuclear se van a conservar (además de energía y cantidad de movimiento, como en toda colisión)

- La carga eléctrica total antes y después del choque
- El número total de nucleones (ΣA)
- La suma de los números atómicos (ΣZ)

La masa, sin embargo, **no** se va a conservar, ya que parte de la masa se convierte en energía (defecto másico), ya sea en forma de fotones, o como energía cinética de las partículas resultantes.

Representación de reacciones nucleares:

Se representan de forma similar a una reacción química, indicando los núcleos y partículas iniciales a la izquierda de la flecha, y las partículas resultantes a la derecha de la flecha. Por ejemplo:

$${}^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{30}_{15}P + {}^{1}_{0}n \qquad \text{De forma abreviada} \qquad {}^{27}_{13}Al\,(\alpha, n)\;{}^{30}_{15}P$$

$${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H \qquad\qquad {}^{14}_{7}N\,(\alpha, p)\;{}^{17}_{8}O$$

Es posible que tengamos que ajustar la ecuación, es decir, que se produzca más de una partícula del mismo tipo.

Existen muchos tipos de reacciones nucleares (p,α) , (n,p) , (p,n) , (d,n) , (d,2n) , etc...

Energía de la reacción (E_r): Es la energía que se absorbe o se desprende en la reacción nuclear. Se debe a la transformación de parte de la masa de las partículas en energía. Así, se calculará a través del defecto másico mediante la ecuación de Einstein $E_r = \Delta m \cdot c^2$ $\quad \Delta m = \sum m_{PRODUCTOS} - \sum m_{REACTIVOS}$

Las energías desprendidas en las reacciones nucleares son del orden de los MeV por cada núcleo que reacciona. Es una energía muy grande si la comparamos con la obtenida mediante reacciones químicas (del orden de eV por cada molécula que reacciona). También, para poder penetrar en el núcleo, la partícula que choque con él deberá tener una energía del mismo orden (MeV), sobre todo si tiene carga +. Estas grandes energías no se consiguieron en los laboratorios hasta la invención de los aceleradores de partículas (hemos visto su funcionamiento en el tema de electromagnetismo).

Para estudiar la viabilidad de una reacción nuclear, se usa la magnitud Q $(Q = -E_r)$. Así:

- Si $Q > 0$ $(Er < 0)$, la reacción es exotérmica, y se producirá naturalmente.
- Si $Q < 0$ $(Er > 0)$, la reacción es endotérmica, y no se producirá naturalmente. Habrá que suministrar energía a las partículas para que se dé la reacción

7.4.1 FISIÓN NUCLEAR:

Rotura de un núcleo en otros más pequeños, al ser bombardeados (normalmente con neutrones). Generalmente va acompañada de desprendimiento de varios neutrones y energía.

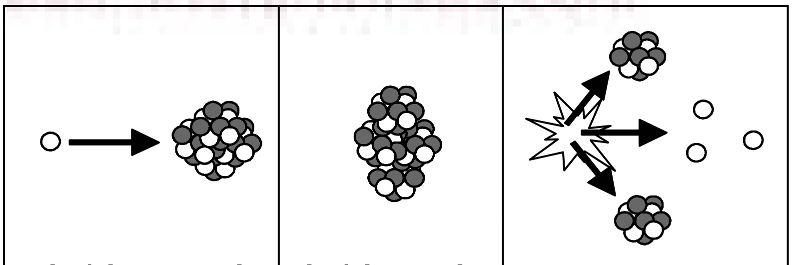
Este fenómeno se da para **núcleos pesados** (más pesados que el hierro). Desprenden energía al romperse (fisionarse) en otros núcleos más pequeños. Principalmente ${}^{235}_{92}U$ y ${}^{239}_{94}Pu$

Ejemplo: reacciones que se producen en las centrales nucleares:

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{144}_{56}Ba + {}^{89}_{36}Kr + 3\,{}^{1}_{0}n$$

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{137}_{52}Te + {}^{97}_{40}Zr + 2\,{}^{1}_{0}n$$

Las energías desprendidas son del orden de 200 MeV por cada núcleo de uranio fisionado.



El núcleo capta el neutrón | *El núcleo queda inestable* | *Fisión*

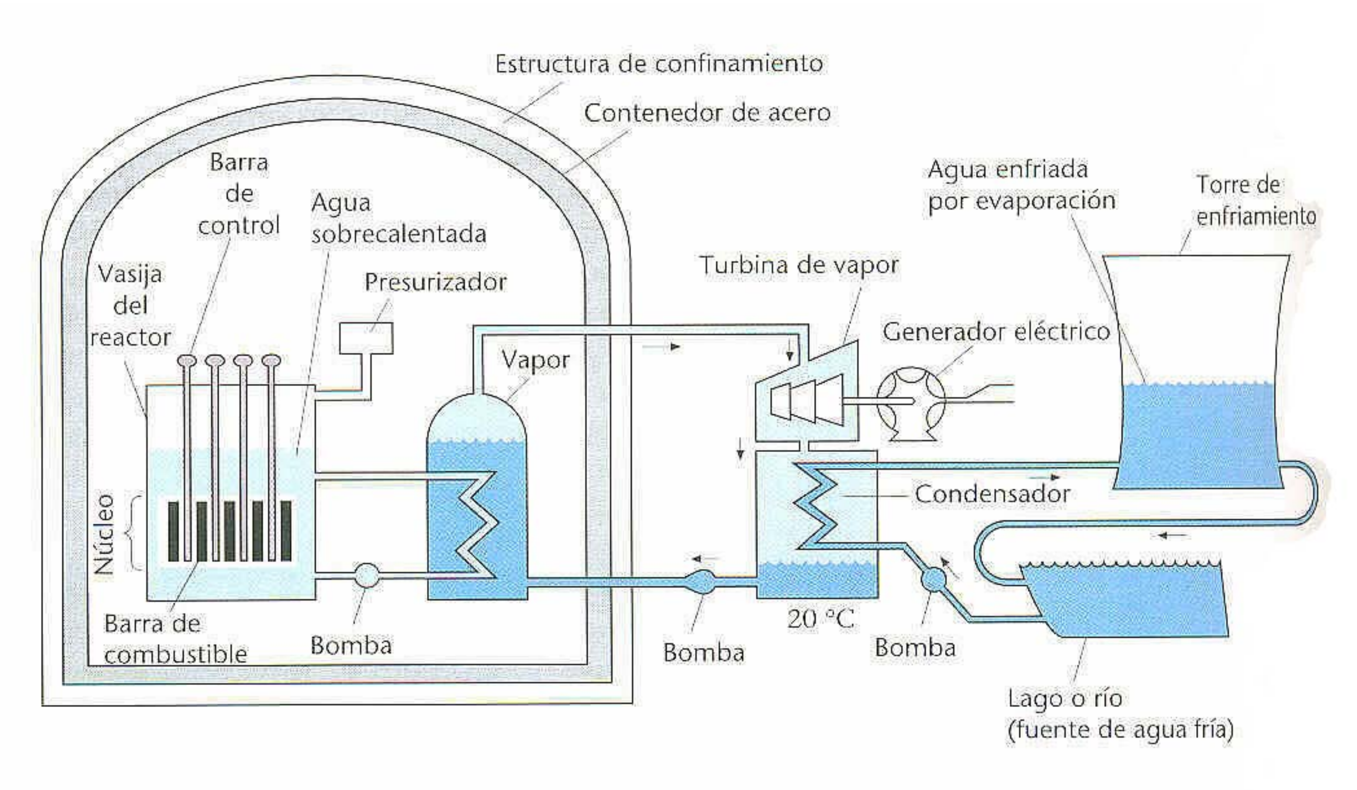
Como se puede observar, cada reacción desprende un mayor número de neutrones de los que absorbe. Estos neutrones podrán chocar con nuevos átomos de Uranio, volviéndose a producir la fisión, con desprendimiento de energía y más neutrones, y así sucesivamente. A esto se le denomina **reacción en cadena**. En las centrales nucleares, la reacción en cadena se controla mediante barras de control, de sustancias que absorben el exceso de neutrones (Cadmio principalmente). Si no se controla el número de neutrones, la energía desprendida es tan grande que se produce una explosión nuclear. Otro inconveniente es que los productos de la reacción son radiactivos, con vidas medias elevadas.

Centrales nucleares de fisión:

En toda central de producción de energía eléctrica, esta se genera por inducción electromagnética (fenómeno estudiado en el tema de electromagnetismo), haciendo girar el rotor de una dinamo o alternador. La diferencia entre los diferentes tipos de central (térmica, hidroeléctrica, eólica, mareomotriz...) está en cómo se hace girar dicho rotor.

En una central nuclear, se aprovecha la energía desprendida en la fisión de $^{235}_{92}U$ o $^{239}_{94}Pu$, para calentar agua, llevarla a la ebullición, y hacer que el vapor mueva una turbina, haciendo funcionar el alternador.

En la figura se observa el esquema básico de un tipo de central nuclear (con reactor de agua a presión)



En el núcleo del reactor, las barras de combustible (que contienen entre un 1% y un 4% de óxido de uranio o plutonio), sufren la fisión, generando núcleos más ligeros y desprendiendo neutrones. Estos productos salen a gran velocidad, y son frenados al chocar con las moléculas de la sustancia moderadora que rodea las barras de combustible (agua pesada D_2O, normalmente). Estos choques calientan el agua, y esta energía es la que se aprovecha para generar electricidad. Además, el moderador es necesario para que se produzca la reacción en cadena, ya que los neutrones producidos son demasiado rápidos, y deben frenarse para poder fisionar los núcleos de uranio

No es el agua del moderador la que entra en ebullición, ya que contiene sustancias radiactivas. La energía obtenida se va transmitiendo de un circuito cerrado de agua a otro (lo que se denomina *intercambiador de calor*). El vapor producido finalmente mueve la turbina, conectada a un generador de corriente alterna.

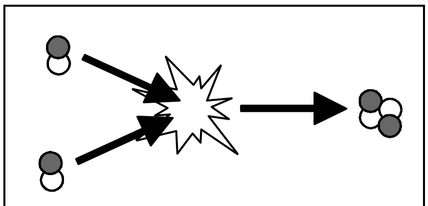
Las barras de control, de cadmio generalmente, son necesarias para mantener la reacción a ritmo adecuado. El Cadmio absorbe los neutrones en exceso, impidiendo que la reacción en cadena se descontrole. Introduciendo o retirando barras se acelera, ralentiza o incluso se detiene la reacción.

7.4.2 FUSIÓN NUCLEAR:

Unión de dos núcleos ligeros (menos pesados que el hierro) para formar uno solo. Va acompañada de desprendimiento de energía y, en ocasiones, de otras partículas. Las más comunes:

$$ {}^{1}_{1}H + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{1}H \quad ; \quad {}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He \quad ; \quad {}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n $$

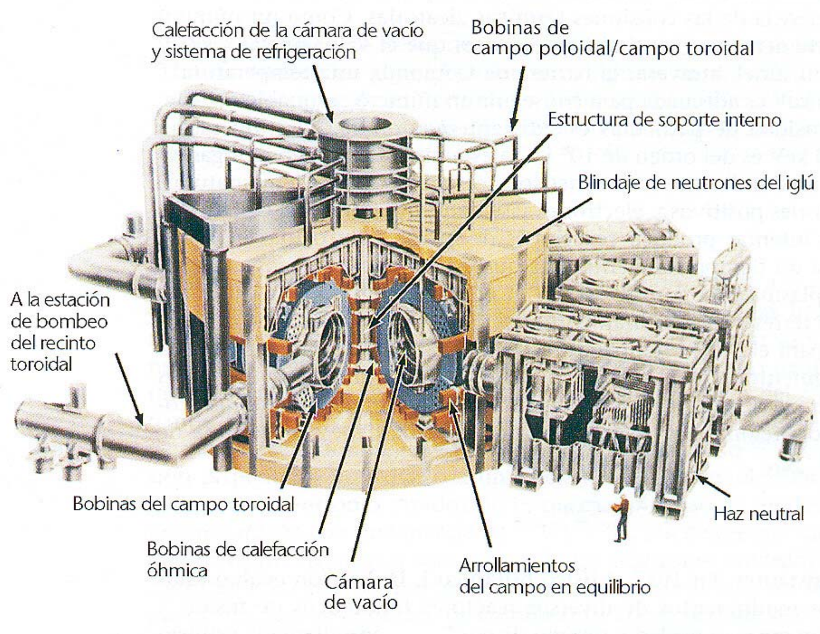
La energía desprendida en estas reacciones es de aprox. 18 MeV, una cantidad menor que la producida en la fisión de un núcleo de Uranio. Pero en un gramo de Hidrógeno se producirá un mayor número de reacciones que en un gramo de Uranio, ya que tenemos mayor cantidad de átomos. En total, la energía obtenida por cada gramo que reacciona es unas 4 veces superior en el caso de la fusión. Además, el combustible es más barato (se encuentra en el agua), prácticamente inagotable, y no tiene residuos perjudiciales ni radiactivos.



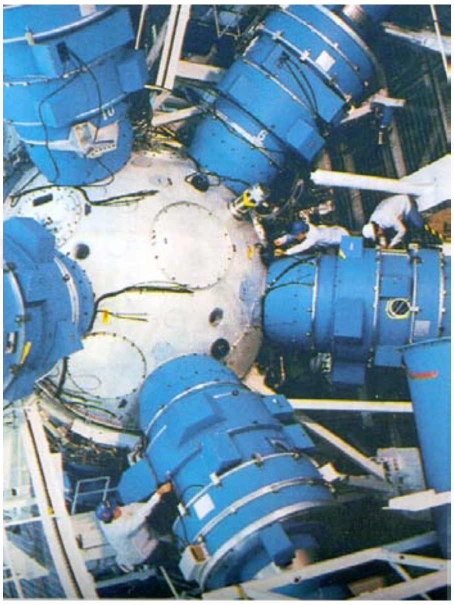
Fusión de dos núcleos de deuterio

Sin embargo, para conseguir que choquen los núcleos de Hidrógeno se necesita que tengan una gran energía cinética. Esto hace que el hidrógeno tenga que estar a gran temperatura (aprox. cien millones de ºC, en un estado de la materia conocido como *plasma*). Ahí radica la dificultad. Es muy complicado mantener los núcleos a esa temperatura el tiempo necesario para que se produzca la fusión. Ahora bien, estas reacciones termonucleares se dan espontáneamente en el centro de las estrellas, ya que allí sí se consigue esa temperatura.

Centrales nucleares de Fusión: Aunque están todavía en fase experimental, los diferentes tipos que existen (*tokamacs*, *stellarators, JET*) consisten básicamente en este procedimiento. El combustible (hidrógeno) es calentado hasta estado de plasma (los átomos se desprenden de sus electrones, quedando con carga +), y es mantenido en movimiento mediante un campo magnético. Mediante un láser u otro procedimiento, se consigue la energía necesaria para que se produzca la fusión. Hasta ahora no se ha conseguido que la reacción se automantenga.



Tokamak



Stellarator

7.5 LA FÍSICA NUCLEAR Y LA SOCIEDAD.

7.5.1 APLICACIONES DE LA RADIACTIVIDAD Y LAS REACCIONES NUCLEARES

Aplicaciones de los isótopos radiactivos:

Los radioisótopos se comportan química y biológicamente igual que sus isótopos estables, entrando a formar parte en los mismos compuestos. Además, son fácilmente detectables, lo que permite seguirlos en cualquier proceso. Algunas utilidades:

Medicina: Localización y tratamiento de tumores cancerosos, destrucción de tejidos malignos (son más sensibles a la radiación), estudio de circulación sanguínea, tratamiento de leucemia (P-32)

Biología: Estudio de fotosíntesis (C-14), Estudio de acción de antibióticos en el organismo (marcadores de azufre), Estudio de fijación de calcio en los huesos, Estudio de la migración de las aves, Producción de esterilidad en especies nocivas, plagas...

Química e Industria: Análisis químico y de reacciones, Control de insecticidas y otros productos, Control de espesores y desgaste de planchas metálicas, paredes, etc. ; Control de circulación de petróleo en oleoductos (Ba-140), Control de movimientos de aire y agua en la atmósfera (trazadores), Determinación de edad de rocas y fósiles (C-14, método Libby-Arnold), (U-238)

Obtención de energía. Centrales nucleares

La energía de reacción desprendida en la fisión de algunos elementos (U, Pu) puede usarse para calentar agua, transformarla en vapor a alta presión y hacer que éste mueva la turbina de un generador de corriente eléctrica. Ese es el funcionamiento básico de una central nuclear.

En España, las centrales nucleares generan el 33% de la energía eléctrica.

7.5.2 INCONVENIENTES DE LA RADIACTIVIDAD Y LAS REACCIONES NUCLEARES:

Efectos de las radiaciones sobre los seres vivos

Las radiaciones (α, β, γ, X...), al incidir sobre la materia, pueden ionizarla, provocar reacciones, destruir moléculas, células, microorganismos.

Afectan a las proteínas y bases nitrogenadas del ADN, produciendo alteraciones de funcionamiento, mutaciones, cáncer, destrucción celular, esterilidad...

Afectan a las células reproductoras, dando lugar a mutaciones hereditarias, alteración de la información genética, malformaciones congénitas...

Peligros de las centrales nucleares:

Los residuos radiactivos de las centrales nucleares de **fisión** pueden producir los efectos antes citados. Además, tienen vidas medias en torno a varios cientos o miles de años, por lo que el riesgo de radiación se prolonga todo ese tiempo. Lo único que hasta ahora se puede hacer con ellos es almacenarlos en bidones de plomo forrados de hormigón y guardarlos en un sitio "seguro" (cosa que no puede garantizarse *a priori*).

Además, existe el riesgo de un accidente en la central que provoque un mal funcionamiento del refrigerante o de las sustancias moderadores de neutrones, con lo que la reacción en cadena se descontrola y se produce la *fusión del reactor*. El peligro de esto no está tanto en la explosión (muy grave) como en la contaminación radiactiva del terreno, el agua, y el aire (nube radiactiva, que puede extenderse en un radio de miles de km)

Las centrales nucleares de **fusión** de hidrógeno, actualmente en proyecto, no tendrían los inconvenientes de las centrales de fisión (no producen residuos radiactivos, trabajan con menor cantidad de combustible, por lo que es menor el riesgo de explosión). Sin embargo, aún no resultan rentables.

AMPLIACIÓN: QUARKS Y LEPTONES. PARTÍCULAS SUBATÓMICAS.

En los años 60 del siglo XX, una serie de experiencias que medían la interacción entre protones y electrones con bastante precisión (dispersión de electrones), arrojaron el sorprendente resultado de que los protones no tienen una distribución uniforme de carga en su interior. Es más, se comportan como si una parte del protón tuviera carga negativa.

Por otro lado, el desarrollo y mejora de los aceleradores de partículas permitió aumentar la energía de las colisiones entre partículas y núcleos. Esto hizo que entre los años 30 y 60 se fuera descubriendo toda una serie de partículas subatómicas desconocida hasta entonces. Algunas de masa muy pequeña (o sin masa, como el neutrino ν), otras de masa intermedia entre electrones y protones (muones μ, mesones π y K) e incluso partículas de masas muy grandes comparadas con el protón (Λ , Σ , Ω ...). En consecuencia, la idea tan simple de que toda la naturaleza estaba formada sólo por tres partículas fundamentales se venía abajo.

La teoría de los quarks fue introducida por Murray Gell-Mann y George Zweig en 1964. Propone, básicamente, que la materia está formada por dos tipos de partículas: quarks y leptones.

Quarks: Sufren la interacción nuclear fuerte. Son los constituyentes de protones y neutrones (formados por 3 quarks cada uno). Existen 6 tipos de quarks.

Leptones: No sufren la interacción nuclear fuerte. Los electrones y neutrinos pertenecen a esta clase. Se conocen 6 tipos de leptones.

En esta tabla tenemos un resumen de los tipos de partículas conocidos hasta ahora y que componen lo que se denomina el "modelo estándar".

		carga	masa
Leptones	Electrón (e^-)	- 1	$5{,}5\cdot 10^{-4}$ uma (0,51 MeV)
	Neutrino e (ν_e)	0	0 (?)
Quarks	Up (u)	2/3	?
	Down (d)	- 1/3	?
Leptones	Muón (μ)	- 1	0,114 uma (106 MeV)
	Neutrino μ (ν_μ)	0	0 (?)
Quarks	Strange (s)	- 1/3	?
	Charme (c)	2/3	?
Leptones	Tau (τ)	- 1	1,92 uma (1784 MeV)
	Neutrino τ (ν_τ)	0	0 (?)
Quarks	Top (t)	2/3	?
	Bottom (b)	- 1/3	?

(Nota: cada partícula posee su correspondiente antipartícula, con lo que el número total de partículas es el doble del que aparece en la tabla)

Todas las partículas estables que constituyen la materia ordinaria que conocemos están formadas sólo por el primer grupo de partículas (electrón, neutrino e, quarks up y down) y sus correspondientes antipartículas. El protón está formado por dos quarks u y un quark d (la carga total será 2/3 + 2/3 -1/3 = +1); y el neutrón por dos quarks d y un quark u (carga total = -1/3 -1/3 +2/3 = 0).
Los otros deos grupos de partículas, de superior energía, sólo aparecen en los rayos cósmicos y en colisiones de altas energías en los aceleradores. Se cree que en las etapas iniciales del universo tras el Big Bang, cuando la temperatura del universo era inmensamente mayor, los tres grupos de partículas eran igual de comunes.

PARTÍCULAS RESPONSABLES DE LAS INTERACCIONES:

Una teoría planteada inicialmente por Heisemberg y desarrollada posteriormente por varios científicos propone que las interacciones (gravitatoria, electromagnética, nuclear fuerte y débil) se deben al intercambio de partículas. Por ejemplo, dos cargas eléctricas interaccionan intercambiando fotones (que visto de otro modo son vibraciones del campo electromagnético). Surge así un nuevo grupo de partículas responsables de las interacciones. Algunas han sido observadas; otras, aún no.

Interacción	**Partícula**
gravitatoria	gravitón (no observada)
Electromagnética	fotón
Nuclear fuerte	gluón (no observada)
Nuclear débil	Bosones W y Z

PROBLEMAS TEMA 7: FÍSICA NUCLEAR

1.- El Cloro tiene dos isótopos naturales. El 75,53% de los átomos es de ${}^{35}_{17}Cl$, cuya masa es de 34,96885 uma, y el 24,47% restante de ${}^{37}_{17}Cl$, de masa 36,96590 u. Calcular la masa atómica del Cloro.

2.- Determinar el defecto de masa y la energía de enlace por nucleón del isótopo ${}^{4}_{2}He$.

[Datos: m(${}^{4}_{2}He$): 4,0026033 u ; m(${}^{1}_{1}H$): 1,00785252 u; m(${}^{1}_{0}n$): 1,0086654 u]

3. a) Indicar las partículas constituyentes de los dos nucleidos ${}^{3}_{1}H$ *y* ${}^{3}_{2}He$ y explicar qué tipo de emisión radiactiva permitiría pasar de uno a otro.
b) Calcular la energía de enlace para cada uno de los nucleidos e indicar cuál de ellos es más estable.
($m_{He\text{-}3}$ = 3,016029 u ; $m_{H\text{-}3}$ = 3,016049 u ; m_n = 1,0086 u ; m_p = 1,0073 u ; 1 u = $1{,}66\cdot10^{-27}$ kg ; c = $3\cdot10^{8}$ m s^{-1})

4.- Un gramo de carbón, al arder, produce 7 kcal. Calcular la cantidad de carbón necesaria para producir la misma energía que 1 kg de ${}^{235}_{92}U$, si la fisión de un núcleo de este elemento libera 200 Mev.

5.- El ${}^{238}_{92}U$ se desintegra emitiendo, sucesivamente, las siguientes partículas antes de alcanzar su forma estable: α, β, β, α, α, α, α, α, β, β, α, β, β, α. ¿Cuál es el nucleido estable que se alcanza?

6.- La vida media del ${}^{14}_{6}C$ es 5730 años. ¿Qué fracción de una muestra de ${}^{14}_{6}C$ permanecerá inalterada después de transcurrir un tiempo equivalente a cinco vidas medias?

7.- El periodo de semidesintegración de ${}^{51}_{24}Cr$ es de 27 días y, en un instante, tenemos $4{,}13\cdot10^{21}$ átomos de ese elemento. Calcular:
a) Vida media del emisor radiactivo.
b) Número de átomos que quedará al cabo de un año.

8.- Se tienen 50 mg de ${}^{131}_{53}I$, cuya vida media es de 8 días. Calcular:
a) Cantidad del isótopo que había hace un mes y cantidad que habrá dentro de dos meses.
b) Periodo de semidesintegración.
c) Actividad.
(N_A = $6{,}02\cdot10^{26}$ kg-mol $^{-1}$ = nº de partículas que hay en 1 mol-kg) (considerar los meses de 30 días).

9.- La vida media del ${}^{234}_{90}Th$ es de 24 días. ¿Qué proporción de Torio permanecerá sin desintegrarse el cabo de 96 días?

10.- La constante de desintegración radiactiva de una preparación es $1{,}44\cdot10^{-3}$ h^{-1} ¿Cuánto tiempo tardará en desintegrarse el 75 % de la masa original?

11.- En una mezcla encontrada en la actualidad, de isótopos de U, el ${}^{238}_{92}U$ representa el 99,3 % y el ${}^{235}_{92}U$ el 0,7 %. Sus vidas medias son $4{,}56\cdot10^{9}$ años y $1{,}02\cdot10^{9}$ años respectivamente. Calcular:
a) Tiempo transcurrido desde que se formó la Tierra, si eran igualmente abundantes en ese momento.
b) Actividad de 1 g. de ${}^{238}_{92}U$

12.- Formular la reacción ${}^{7}Li\,(p,\gamma)\;{}^{8}Be$ y calcular la frecuencia de la radiación emitida.
Datos: m(^{8}Be): 8,00777 u; m(^{7}Li): 7,01818 u ; m(^{1}H): 1,00813 u; h = $6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s

13.- Una de las reacciones posibles de fusión del ${}^{239}_{94}Pu$ cuando capta un neutrón es la formación de ${}^{141}_{58}Ce$ y ${}^{96}_{42}Mo$, liberándose 3 neutrones. Formular la reacción y calcular la energía liberada por cada núcleo fisionado.

Datos: m(${}^{239}_{94}Pu$): 239,052158 u; m(${}^{141}_{58}Ce$): 140,908570 u; m(${}^{96}_{42}Mo$): 95,90499 u;
m(${}^{1}_{0}n$): 1,008665 u; m(${}^{0}_{-1}e^{-}$): 0,000549 u

14.- En un proceso nuclear se bombardean núcleos de ${}^{7}_{3}Li$ con protones, produciéndose dos partículas α. Si la energía liberada en la reacción es exclusivamente cinética. ¿Qué energía cinética, en MeV, tendrá cada una de las partículas α? [m(${}^{7}_{3}Li$): 7,01818 u; m(${}^{1}_{1}H$): 1,00813 u; m(${}^{4}_{2}He$): 4,0026033 u]

15.- Completar las siguientes reacciones nucleares:

a) ${}^{23}_{11}Na + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{26}_{12}Mg + \ ?$ b) ${}^{105}_{48}Cd + {}^{0}_{-1}e \rightarrow \ ?$

c) ${}^{12}_{6}C\,(d,n)\ ?$ d) ${}^{55}_{25}Mn\,(n,\gamma)\ ?$

16.- El ${}^{234}_{90}Th$ se descompone según α, β, β, α, α, α, α, β, α, β. Escribir todas las reacciones y decir cuál es el núcleo estable final.

17.- El análisis de ${}^{14}_{6}C$ de una momia egipcia revela que presenta 2/3 de la cantidad habitual en un ser vivo. ¿Cuándo murió el egipcio momificado? (T de semidesintegración = 3970 años)

18.- Suponga una central nuclear en la que se produzca energía a partir de la siguiente reacción nuclear de fusión:

$$4\ {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{16}_{8}O$$

a) Determine la energía que se produciría por cada kg de Helio que se fusionase.
b) Razone en cuál de los dos núcleos anteriores es mayor la energía de enlace por nucleón.
(c = $3 \cdot 10^{8}$ ms^{-1} ; 1 u = $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg ; m (He) = 4,0026 u ; m (O) = 15,9950 u.)

CUESTIONES TEÓRICAS:

1. Explicar la diferencia entre la cantidad de energía desprendida en una reacción química y en una reacción nuclear.

2. ¿Puede un núcleo de Ca fisionarse? Razonar.

3. Diferencias entre fusión y fisión nucleares.

4. ¿Por qué no existen átomos de número másico muy grande (por ej. A = 1000) ?

5. Razonar si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas:
a) Una vez transcurridos dos periodos de semidesintegración, todos los núcleos de una muestra radiactiva se han desintegrado.
b) La actividad de una muestra radiactiva es independiente del tiempo.

6. La masa de un núcleo atómico no coincide con la suma de las masas de las partículas que los constituyen. ¿Es mayor o menor? ¿Cómo justifica esa diferencia?

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS

1. 35,457 uma
2. $\Delta m = -5,05 \cdot 10^{-29}$ kg ; $E_n = 1,136 \cdot 10^{-12}$ J (7,1 MeV)
3. a) radiación β^{-} ;
b) E_e (H) = 7,89 MeV ; E_e (He) = 6,53 MeV. Más estable H.
4. $2,8 \cdot 10^{6}$ kg carbón.
5. ${}^{206}_{82}Pb$
6. 0,674 %
7. a) 38,95 días ; b) $3,52 \cdot 10^{17}$ átomos
8. a) Hace 1 mes $9,78 \cdot 10^{21}$ át., en 2 meses $1,27 \cdot 10^{17}$ át.;
b) 5,545 días; c) $3,32 \cdot 10^{14}$ Bq.
9. 1,83 %
10. 962,7 h.
11. a) $6,5 \cdot 10^{9}$ años ; b) 17593 Bq
12. $\upsilon = 4,18 \cdot 10^{21}$ Hz
13. $\Delta E = -18 \cdot 10^{-10}$ J (-737,5 MeV)
14. 9,85 MeV
16. Nucleido estable final ${}^{210}_{82}Pb$
17. Hace 2300 años aprox.
18. a) $8,657 \cdot 10^{13}$ J/kg
b) Mayor en el O.

TEMA 8. NATURALEZA DE LA LUZ. DUALIDAD ONDA-PARTÍCULA.

8.1 NATURALEZA DE LA LUZ. TEORÍAS CLÁSICAS

A lo largo de la Historia las ideas sobre la naturaleza de la luz y de las distintas radiaciones ha ido cambiando. En la antigüedad (Grecia), apenas se describen fenómenos, dando explicaciones a veces místicas, nada científicas. Los árabes, sobre el s. XI, describen los fenómenos de reflexión y refracción, pero poco más.

Hay que esperar hasta finales del S. XVII para encontrar teorías científicas. **Huygens**, en 1690, y **Newton**, en 1704, exponen teorías contrapuestas:

Huygens: La luz se propaga como una onda mecánica (**teoría ondulatoria**), a través de un medio ideal, el éter. Supone que la luz debe experimentar fenómenos de interferencia y difracción, característicos de las ondas. Su velocidad será menor en medios más densos.

Newton: La luz está formada por partículas materiales (**teoría corpuscular**). No debe producir interferencia ni difracción. Su velocidad será mayor en medios más densos.

Por razones de prestigio científico, prevaleció la teoría de Newton, dejando olvidada la de Huygens. Hasta que **Young**, en 1801, observó la difracción de la luz; y **Foucault**, en 1855, comprobó que la velocidad de la luz en el agua es menor que en el aire. Se rescató entonces la teoría ondulatoria como válida.

En 1865, **Maxwell**, como consecuencia de su teoría electromagnética, llegó a la conclusión de que la propagación de los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ como onda electromagnética tenía las mismas características que la luz (hasta su velocidad). Por lo tanto, la luz fue considerada como una **onda electromagnética transversal**, que no necesitaba ningún medio material para propagarse.

8.2 DIFICULTADES EN LA TEORÍA CLÁSICA: RADIACIÓN TÉRMICA, EFECTO FOTOELÉCTRICO Y ESPECTROS ATÓMICOS

A finales del S. XIX, parecía que los conceptos fundamentales en Física estaban perfectamente determinados. La teoría electromagnética de Maxwell daba cuenta de las interacciones eléctrica y magnética, dando a la luz (a la radiación, en general) un carácter claramente ondulatorio. Sin embargo, existían algunos fenómenos que no quedaban explicados mediante las llamadas "teorías clásicas". Fenómenos que iban a cambiar las bases del conocimiento científico. Vamos a estudiar dos de ellos: la **radiación térmica** y el **efecto fotoeléctrico**:

♦ Radiación térmica: (Radiación electromagnética que emite un cuerpo debido a su temperatura)

Cuando calentamos un cuerpo (un trozo de hierro, por ejemplo) observamos que, al aumentar considerablemente la temperatura, se pone "al rojo", es decir, emite luz de ese color. También el filamento de una bombilla se pone incandescente al calentarse. Y no sólo a altas temperaturas. A cualquier temperatura se emite radiación. El cuerpo humano emite radiación infrarroja (no visible) por el hecho de estar a 37 ºC. Un hecho que se observa es que, a mayor temperatura, la frecuencia de la radiación emitida es mayor (y su λ es menor).

Para estudiar la radiación térmica se propone un modelo ideal llamado **cuerpo negro**. Un cuerpo negro sería aquel capaz de:

- Absorber toda la radiación que incida sobre él (es decir, no reflejaría nada de luz, por lo que se vería completamente negro).
- Emitir la mayor cantidad de radiación que pudiera emitir cualquier cuerpo a cualquier temperatura.

Aún siendo algo ideal, una buena aproximación de un cuerpo negro sería algo parecido a lo que indica la figura 7.1. Una cavidad de paredes absorbentes con un pequeño agujero al exterior. Prácticamente toda radiación que entre por el agujero quedará dentro; después de varias reflexiones quedará absorbida. También, si calentamos la cavidad, emitirá radiación.

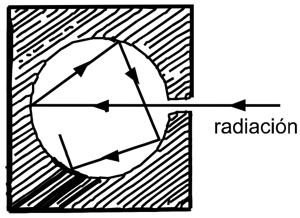


fig 7.1

Representando la energía emitida en función de la temperatura a la que está el cuerpo y de la λ de la radiación emitida, se llega a una gráfica como la de la figura 7.2. Se observa que, a cada temperatura, el máximo de energía se emite en una frecuencia diferente.

Ley de Wien: *A mayor temperatura, la λ correspondiente al máximo de emisión es menor.*

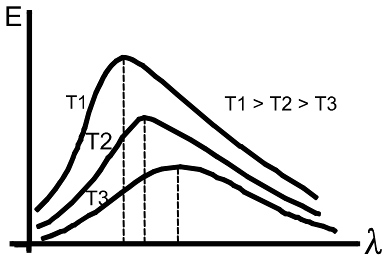


fig. 7.2

Hubo varios intentos de explicar la forma de estas gráficas. Tanto **Wien** como **Rayleigh-Jeans** consiguieron explicar partes, (λ muy grandes, radiaciones de poca energía). Pero a partir de la radiación ultravioleta no encajaba con ninguna teoría clásica. Es lo que se dio en llamar "catástrofe ultravioleta". Habría que cambiar la teoría, los conceptos sobre la naturaleza, para poder explicar este fenómeno.

♦ Efecto fotoeléctrico:

Este fenómeno consiste en la emisión de electrones por parte de un metal cuando sobre él incide radiación electromagnética. Dichos electrones reciben el nombre de fotoelectrones. Fue descubierto por Hertz en 1887, haciendo incidir radiación UVA sobre Zinc.

Colocando un dispositivo como el de la figura 7.3, es posible que los electrones emitidos pasen a formar parte de un circuito eléctrico, pudiendo así medir la intensidad de corriente mediante un amperímetro.

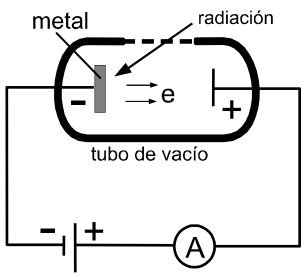


fig. 7.3

• Según la **teoría clásica**, los electrones van absorbiendo poco a poco la energía de la onda electromagnética incidente, hasta que tienen suficiente energía para vencer la atracción del núcleo y saltar hasta el ánodo. Es decir, se esperaría que:

- La emisión de los electrones no sea instantánea
- Dicha emisión debe darse para cualquier frecuencia de la onda incidente.
- La energía cinética de los fotoelectrones debe depender únicamente de la cantidad de radiación, de su intensidad, no de la frecuencia.

• Sin embargo, lo que se **observa realmente** en el experimento es:

- La emisión de los electrones es instantánea
- Empleando radiación con una frecuencia inferior a una cierta frecuencia (llamada frecuencia umbral, υ_0), no se observa emisión de electrones (no se mide corriente)
- La frecuencia umbral depende únicamente del tipo de metal que utilicemos.
- La energía cinética de los electrones depende de la frecuencia de la radiación, no de su intensidad (de la cantidad de luz).
- La intensidad de corriente (nº de electrones) sí depende de la intensidad de la radiación.

Estos hechos, claramente en desacuerdo con la teoría clásica, hacen que tengamos que plantearnos seriamente el carácter ondulatorio de la radiación electromagnética, de la luz. En este experimento, se comporta más como una partícula que como una onda.

♦ Espectros atómicos:

Ya hemos visto el fenómeno de la radiación térmica y los problemas que acarreaba a la teoría clásica. Pero aún existía un hecho más, relacionado con la radiación térmica, que no estaba explicado: los espectros atómicos.

Al calentar un cuerpo emite radiación (luz). Pero esta radiación está formada por ondas electromagnéticas de diferentes frecuencias. Con algún aparato apropiado (un prisma, para la luz visible), podremos separar las diferentes frecuencias y obtener una imagen en una pantalla o película fotográfica. Esta imagen obtenida es lo que se conoce como **espectro de emisión**.

Del mismo modo, podemos entender el **espectro de absorción**. Ahora no calentamos la sustancia, sino que hacemos incidir radiación sobre ella (en estado gaseoso). La sustancia absorberá ciertos tipos de luz (ciertas frecuencias), que aparecerán como zonas negras en la imagen del espectro.

Según la Teoría clásica: Se espera que los espectros de emisión y de absorción sean **continuos**. Es decir, que se emitan todas las frecuencias (una gradación continua de "colores", sin interrupciones)

Lo observado experimentalmente es:
El concepto de espectro es introducido por Isaac Newton en su obra *Óptica* (1704) .
En 1859, Bunsen y Kirchhoff estudian espectros de emisión de diferentes sustancias al ser calentadas. Descubren que:

- Los espectros observados son **discontinuos**. Sólo se observan ciertas líneas (ciertas frecuencias).
- Cada elemento químico tiene su propio espectro característico (esto permitirá identificar los componentes de una sustancia a partir de la luz que emite).

En 1885, Balmer , estudiando el espectro de emisión del Hidrógeno, llega a una ley *empírica* que relaciona algunas longitudes de onda emitidas. $\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$; donde R = 1,0973 ·107 m^{-1} , (cte. de Rydberg) y n = 3, 4, 5, 6, 7.

Posteriormente otros científicos (Lymann, Braquett, Paschen, Pfund), descubren otras leyes para otros grupos de líneas. En general, se pudo llegar a una ley empírica para todos los grupos: $\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{n_1^{\,2}} - \frac{1}{n_2^{\,2}} \right)$, donde n_1 y n_2 son números naturales, y $n_2 > n_1$.

La teoría clásica sobre la luz era incapaz de explicar la discontinuidad de los espectros y las leyes empíricas obtenidas.

8.3 CUANTIZACIÓN DE LA ENERGÍA: FOTONES

Estos tres fenómenos vistos anteriormente fueron explicados, respectivamente, por **Max Planck** (1900), **Albert Einstein** (1905), y **Niels Böhr** (1913). Einstein recibiría el premio Nobel de Física por su explicación del efecto fotoeléctrico (curiosamente, nunca lo recibió por su más famosa teoría, la de la relatividad). Los conceptos introducidos por estos científicos, junto con otros, sentarían las bases de una nueva visión de la naturaleza: la **Teoría Cuántica**.

♦ Explicación de Planck de la radiación térmica:

La teoría clásica, que consideraba que la radiación tenía carácter ondulatorio, suponía que la energía se emitía de forma continua, como corresponde a una onda. Sin embargo, hemos visto que esto no explicaba la radiación térmica.

Planck supone algo completamente diferente. Propone:

- La energía no se emite de forma continua, sino discreta, es decir, "concentrada" en **cuantos** o paquetes de energía (algo muy similar a lo que ocurriría si se emitieran partículas).

- La energía correspondiente a un cuanto depende de la frecuencia de vibración de los átomos del material. Viene dada por la expresión $E = h \cdot \upsilon$ (h = 6,63 · 10^{-34} J ·s cte de Planck)

- Por lo tanto, la energía emitida no puede tener cualquier valor. Sólo podrá emitirse un número entero de cuantos de energía. $E_T = n \cdot h \cdot \upsilon$. Se dice entonces que **la energía emitida está cuantizada**.

Teniendo en cuenta estas suposiciones, Planck obtiene la explicación teórica de toda la gráfica completa. Hubo que admitir, por lo tanto, que la emisión (y también la absorción, es decir, los intercambios de energía) de radiación no es continua, sino que está cuantizada.

(Una unidad que usaremos para medir energías es el *electronvoltio* (eV). se define como la energía que adquiere un electrón al ser acelerado por una diferencia de potencial de un Voltio. (1 eV = 1,6 · 10^{-19} J)

♦ Explicación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

Einstein aplicó las hipótesis de Planck para explicar este fenómeno. Pero llegó aún más allá en su ruptura con las teorías clásicas. Supuso que no sólo los intercambios de energía están cuantizados, sino que *la propia radiación está constituida por "partículas", llamadas* ***fotones****, que transportan la energía de forma discreta, concentrada en cuantos de energía.* Es decir, supuso un comportamiento corpuscular para la luz, al menos en este fenómeno.

La energía de un fotón viene dada por la expresión de Planck $E_f = h \cdot \upsilon$

Su cantidad de movimiento (a partir de la hipótesis de De Broglie) $p = \dfrac{E_f}{c}$

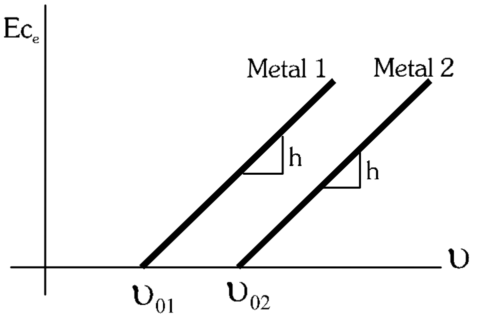
Suponiendo que la luz se comporta como una partícula, al chocar ésta con un electrón, le transmite instantáneamente toda su energía. Evidentemente, esta energía que cede al electrón dependerá de la frecuencia de la radiación.

Así, la energía de un fotón se emplea, en primer lugar, en arrancar al electrón del metal. Esta energía necesaria, que depende del tipo de metal, se denomina **trabajo de extracción** o **función trabajo** (W_{extr}, o Φ_0). También puede definirse como la energía mínima que debe tener el fotón para extraer un electrón del metal. Así, tendremos que $W_{extr} = h \cdot \upsilon_0$, donde υ_0 es la frecuencia umbral característica del metal. (También existe la longitud de onda umbral $\lambda_0 = \dfrac{c}{\upsilon_0}$).

La energía sobrante se emplea en darle energía cinética (velocidad) a los electrones emitidos. De este modo, llegamos a la expresión:

$$E_f = W_{extr} + Ec_e \quad \rightarrow \quad h \cdot \upsilon = h \cdot \upsilon_0 + \tfrac{1}{2} m \cdot v^2$$

También se usa en la forma $Ec_e = h \cdot (\upsilon - \upsilon_0)$



La gráfica de la figura se corresponde con esta última fórmula.

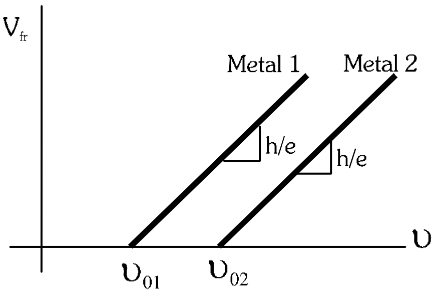
La pendiente de las rectas obtenidas (una distinta para cada metal) es igual a la constante de Planck.

Potencial de frenado (ΔV_{fr}):

La Ec y, por tanto, la velocidad de los electrones, se calcula experimentalmente frenando a los electrones mediante un campo eléctrico, hasta que pierdan toda su energía cinética. La diferencia de potencial necesaria se denomina **potencial de frenado** (*diferencia de potencial mínima que hay que colocar en la pila para que los fotoelectrones que saltan queden frenados y no lleguen al otro extremo del tubo).*

Según esto $\Delta Ec = -\Delta Ep \rightarrow 0 - Ec_e = -e \cdot V_{fr} \rightarrow V_{fr} = \frac{Ec_e}{e}$

La gráfica correspondiente al potencial de frenado sería la misma que la de la energía cinética. La pendiente de las rectas sería ahora $\frac{h}{e}$



Con esto se explica fácilmente lo observado:

- La emisión de electrones es instantánea, ya que el fotón, al chocar, cede instantáneamente su energía.
- Existe una frecuencia umbral por debajo de la cual no hay emisión de electrones. Con una frecuencia inferior, la energía del fotón será menor que el trabajo de extracción, y el electrón no saltará.
- La frecuencia umbral depende únicamente del material, ya que la función trabajo es algo característico de cada metal
- La energía cinética de los electrones depende de la frecuencia de la radiación. Basta con mirar la expresión.
- El número de electrones emitidos (la intensidad de corriente) depende de la intensidad de la radiación, es decir, del número de fotones que choquen. a mayor nº de fotones, mayor nº de electrones podrá saltar.

Por lo tanto, hemos llegado a la conclusión de que, en ciertos fenómenos, la luz se comporta como una partícula. No quiere decir esto que siempre se comporte como una partícula. En la difracción se comporta como una onda. Se dice que la luz tiene un comportamiento **dual**. Tendremos que plantearnos entonces si la distinción tan clara que conocemos entre onda y partícula sigue siendo igual de clara cuando nos introducimos en el mundo microscópico (subatómico).

♦ Explicación de Böhr de los espectros atómicos:

Sabemos que la radiación emitida por una sustancia es originada por oscilaciones (saltos) de los electrones de sus átomos. Según los modelos clásicos para el átomo (Rutherford), los electrones pueden ocupar cualquier órbita dentro del átomo y, por lo tanto, dar cualquier salto y emitir radiación de cualquier frecuencia. Eso daría lugar a un espectro continuo.

Böhr introduce unos postulados en el modelo. Según él:

- La órbita del electrón no puede estar a cualquier distancia del núcleo. Sólo son permitidas ciertas órbitas, en las que el momento angular ($L_O = r \cdot m \cdot v$) es múltiplo de la cantidad $\frac{h}{2\pi}$. (cuantización de las órbitas)

- Mientras el electrón permanece en una órbita, su energía permanece constante.

- El átomo emite radiación cuando un electrón salta de una órbita de mayor energía (más lejana) a otra de menor energía (más cercana). La energía emitida y la frecuencia están relacionadas por la expresión de Planck $E = h \cdot \upsilon$
- Cuando el átomo absorbe radiación, la energía de dicha radiación se emplea en el salto de un electrón hacia una órbita más alejada.

Con esto se explica la discontinuidad de los espectros. Como sólo están permitidas ciertas órbitas, sólo estarán permitidos ciertos saltos, y por lo tanto, sólo se emitirá radiación de ciertas frecuencias muy concretas. Lo mismo ocurre con la absorción.

Aplicando esto al cálculo de la energía emitida o absorbida, y de la longitud de onda de la radiación correspondiente, Böhr obtuvo teóricamente la ley experimental de Balmer, con lo que explicaba los espectros.

8.4 DUALIDAD ONDA-CORPÚSCULO: HIPÓTESIS DE DE BROGLIE

Una vez que hemos visto el comportamiento dual de la luz, que antes considerábamos únicamente como onda, cabe plantearnos si ese comportamiento dual es exclusivo de la luz. ¿Podría darse lo contrario? ¿Puede que algo que consideramos una partícula (en electrón, p.ej.) se comporte como una onda en algunos experimentos?

El científico francés **Louis de Broglie**, basándose en los resultados de Planck, Einstein y otros (Compton), supuso en 1924 que *cualquier partícula puede comportarse como una onda en determinados experimentos*. *A cada partícula corresponde una onda asociada*. Es decir, supuso que toda la materia tiene un comportamiento dual.

Dicho comportamiento ondulatorio vendrá caracterizado por una λ, llamada **longitud de onda asociada** a la partícula que estemos considerando. Esta λ viene dada por la expresión $\lambda = \dfrac{h}{p}$, donde h es la cte de Planck y $p = m \cdot v$ es la cantidad de movimiento de la partícula. Así $\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v}$

La onda asociada a una partícula recibe el nombre de **onda de materia**.

Ahora bien, si toda partícula puede comportarse como una onda, tal como supuso de Broglie, dicho comportamiento debe ser observable. Es decir, un haz de electrones debería de producir difracción al encontrarse con un obstáculo del tamaño adecuado. Empleando valores característicos (me = $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg , v = $5 \cdot 10^{6}$ m/s) obtenemos $\lambda = 1{,}45 \cdot 10^{-10}$ m, es decir, aproximadamente la distancia entre átomos en algunos metales. En 1927, **Davidson** y **Germer**, usando una lámina de Níquel como red de difracción, comprobaron que las suposiciones de De Broglie eran ciertas.

Para una partícula macroscópica (p.ej. m = 1 kg, v = 10 m/s) $\lambda = 6{,}6 \cdot 10^{-35}$ m . No existen en el universo obstáculos de tamaño tan pequeño. O sea, no podremos apreciar el carácter ondulatorio de una partícula macroscópica.

Una consecuencia importante de esta suposición es que explica la cuantización de las órbitas de los electrones en el átomo, considerando que dichas órbitas son **ondas estacionarias** para el electrón. La longitud de la órbita cumple que es un nº entero de veces la λ asociada.

8.5 PRINCIPIO DE INCERTIDUMBRE DE HEISEMBERG; LÍMITES DE VALIDEZ DE LA FÍSICA CLÁSICA

Heisemberg, en 1927, teniendo en cuenta el carácter dual de la materia, descubrió que era imposible medir simultáneamente y con exactitud algunas magnitudes de un sistema. De hecho, el propio hecho de medir ya modifica el sistema que estamos midiendo.

Supongamos el siguiente experimento (totalmente imaginario), llamado microscopio de Böhr: Queremos medir a la vez la posición y la velocidad de un electrón. Para poder ver al electrón con un microscopio, al menos tendría que chocar con él un fotón de luz que, al rebotar, llegara hasta el microscopio. Ahora bien, al chocar, el fotón cambiará la velocidad del electrón, y no podremos medir la que tenía anteriormente.

Una forma de expresar este principio de incertidumbre es la siguiente:

Es imposible medir simultáneamente y con total exactitud la posición y la cantidad de movimiento (velocidad) de una partícula. Siempre la incertidumbre (error que podemos cometer) en la medida cumplirá

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4 \cdot \pi}$$

donde Δx y Δp son las incertidumbres al medir la posición y la cantidad de movimiento. Se observa que si Δx se hace muy pequeña (gran exactitud), Δp se hará muy grande (mucho error).

De este principio de incertidumbre pueden extraerse algunas **consecuencias** fundamentales.

- Este principio limita en gran medida el conocimiento que podemos tener sobre la naturaleza. De hecho, **rompe con el determinismo** propio de los científicos del s. XIX, que suponían que todo en la naturaleza podía ser conocido con exactitud.
- Ya no podemos hablar de posición o velocidad exactas de una partícula, únicamente de **probabilidad** de encontrar a una partícula en una determinada posición. Por lo tanto, *el modelo de Böhr para el átomo ya no es válido*, hay que buscar una nueva visión de las cosas, una nueva Física. Schrödinger, con su ecuación de onda, proporciona la herramienta básica de la **Física Cuántica**.

Validez de la Física Clásica:

La Física Cuántica será aplicable en todas las situaciones. Ahora bien, su empleo es tremendamente complicado, dado el gran número de partículas (e^-, p, n ...) que intervienen en el problema más simple. Sin embargo, podemos usar la Física clásica en aquellos casos en los que **no sea apreciable el carácter ondulatorio de la materia**. Se considera esto cuando λ asociada es despreciable frente al tamaño del sistema estudiado.
Como consecuencia, la Física Clásica será perfectamente aplicable a situaciones macroscópicas, mientras que la Física Cuántica debe ser forzosamente aplicada en el mundo microscópico (moléculas, átomos ...).

TABLA COMPARATIVA ONDAS – PARTÍCULAS

	Características de partícula		Caract. comunes onda-partícula	Caract. de onda
	Masa	Cantidad de movimiento	Energía	Longitud de onda
Fotón	*0*	$p = \frac{E}{c}$	$E = h \cdot \upsilon$	$\lambda = \frac{c}{\upsilon}$
Partículas clásicas (protón, electrón, etc)	*m*	$p = m \cdot v$	$Ec = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	$\lambda = \frac{h}{p}$

PROBLEMAS DEL TEMA 8

1.- Determinar la energía de un fotón para:

a)Ondas de radio de 1500 kHz b) Luz verde de 550 nm

c) Rayos X de 0,06 nm

(para todas, el medio de propagación es el vacío) *(**a)** 9,9 ·10^{-28} J ; **b)** 3,6 ·10^{-19} J ; **c)** 3,3 ·10^{-15} J)*

2.- Una estación de radio emite con una λ = 25 m. Calcular:

a) υ de las OEM emitidas *(1200 kHz)*

b) Energía de los fotones *(7,9 ·10^{-27} J)*

c) Número de fotones emitidos por segundo si la potencia de la emisora es de 6 kW. (*7,6 ·10^{29} fotones/s)*

3.- Un haz de luz de 400 nm incide sobre un fotocátodo de Ce, cuyo trabajo de extracción es de 1,8 eV. Calcular:

a) Energía máxima de los fotoelectrones. *(2,1 ·10^{-19} J)*

b) Número de fotones emitidos por segundo y unidad de superficie para un haz de 10^{-3} W/m^2.

(dato: velocidad de la luz en el vacío = c = 3 · 10^8 m/s) *(2 ·10^{15} fotones s^{-1} m^{-2})*

4.- Una radiación de 1,5 μm incide sobre el una superficie metálica y produce la emisión de fotoelectrones con una v = 10^5 m s^{-1}. Calcular:

a) Trabajo de extracción del metal *(1,25 ·10^{-19} J)*

b) frecuencia umbral de fotoemisión *(1,9 ·10^{14} Hz)*

(dato: m_e = 9,1 ·10^{-31} kg)

5.- Calcular la λ asociada a : a) Un electrón acelerado por una ΔV = 100 V. *(1,23 · 10^{-10} m)*

b) Un electrón de Ec = 1 eV *(1,23 · 10^{-9} m)*

c) Una bala de 10 g que se mueve a 500 m s^{-1}. *(1,32 · 10^{-34} m (insignificante))*

d) un automóvil de 1000 kg con v = 100 m/s. *(6,62 · 10^{-39} m (insignificante))*

6.- Calcular la incertidumbre en la determinación de la posición en los siguientes casos:

a)Electrón cuya velocidad, de 7000 km/s, se ha medido con una incertidumbre del 0,003%

b)Partícula de 50 g que se desplaza a una velocidad de 300 m/s, medida con la misma incertidumbre que el caso anterior. *(**a)** 2,8 · 10^{-7} m ; **b)** 1,2 · 10^{-31} m (despreciable))*

7. Al iluminar una superficie metálica con una longitud de onda λ_1 = 200 nm, el potencial de frenado de los fotoelectrones es de 2 V, mientras que si la longitud de onda es λ_2 = 240 nm, el potencial de frenado se reduce a 1 V. Obtener:

a) Trabajo de extracción del metal

b) El valor que resulta para la cte de Planck, h, en esta experiencia.

(e = 1,6 · 10^{-19} C; c = 3 · 10^8 m/s) *(**a)** 6,4 · 10^{-34} J s ; **b)** 6,4 · 10^{-19} J)*

ALGUNAS CUESTIONES TEÓRICAS:

1.- ¿Por qué la existencia de una frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico es un hecho que va en contra de la teoría ondulatoria?

2.- Dos colores del espectro visible, el rojo y el amarillo, por ejemplo ¿Pueden tener la misma intensidad? ¿Y la misma frecuencia? Razonar la respuesta.

3.- Supongamos que se ilumina el mismo metal con dos focos de la misma luz monocromática, uno de 100 W y otro de 500 W. ¿Cuál de los dos producirá mayor número de fotoelectrones? ¿Qué fotoelectrones abandonarán el metal con mayor energía?