FÍSICA 2º BACHILLERATO. EXAMEN TEMAS 4,2 25 - 2 - 05

OPCIÓN A:

1.

a) Características de la interacción magnética. Diferencias con la interacción electrostática.

- Interacción a distancia. Su intensidad disminuye con la distancia.
- Polos del mismo nombre se repelen. Polos del distinto nombre se atraen.
- Interacción entre cargas en movimiento.
- Interacción no conservativa (no existe energía potencial magnética).
- Las líneas de campo magnético son cerradas. No existen polos magnéticos aislados.
- La intensidad del campo (y de la interacción) depende del medio, viene marcada por la constante magnética

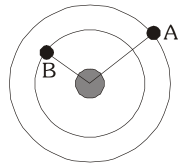
$$K_m = \frac{\mu}{4\pi}$$, donde μ = permitividad magnética

- El campo magnético $\vec{B}$ es originado por cargas en movimiento.

Diferencias con la interacción electrostática:

Magnética	**Electrostática:**
Interacción no conservativa (no existe energía potencial magnética).	Interacción conservativa (existe energía potencial electrostática, y potencial electrostático V).
Líneas de campo cerradas.	Líneas de campo abiertas.
No existen polos magnéticos aislados	Existen cargas eléctricas aisladas (+ y -)
Interacción entre cargas en movimiento	Interacción entre cargas en reposo.
$\vec{B}$ es originado por cargas en movimiento	$\vec{E}$ es originado por cargas, en reposo o en movimiento.
La fuerza magnética que actúa sobre una partícula es perpendicular al campo $\vec{B}$. $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$	La fuerza electrostática que actúa sobre una partícula es paralela al campo $\vec{E}$. $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$
La interacción electrostática, en general, es más intensa que la interacción magnética.	

b) Dos satélites idénticos se encuentran en órbitas circulares de distinto radio alrededor de la Tierra. Razone cuál de ellos tiene mayor velocidad y mayor energía mecánica.



- La velocidad orbital de un satélite que describe órbitas circulares en torno a un planeta viene dada por la expresión $v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$, donde M es la masa del planeta y r el radio de la órbita, G la constante de gravitación universal. Para satélites que orbiten alrededor del mismo planeta, sólo depende de la distancia al centro del planeta. Vemos que si el satélite A está a mayor distancia (mayor radio), su velocidad orbital será menor. <u>El B tendrá mayor velocidad orbital</u>.

- La energía mecánica de un satélite en órbita es la suma de sus energías cinética y potencial gravitatoria

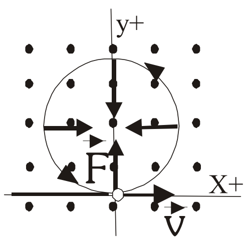
$$E_M = Ec + Ep_g = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{GM}{r}}\right)^2 - \frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{2r}$$

Al tratarse de una energía negativa, vemos que, a mayor radio del satélite, mayor es también la energía mecánica. Así, <u>el A posee mayor energía mecánica</u>.

2.

Un electrón que se mueve en el sentido positivo del eje OX con una velocidad de 10^4 m s^{-1}, penetra en una región en la que existe un campo magnético de 5 T en el sentido positivo del eje OZ.

a) Dibujar un esquema indicando la dirección y sentido de la fuerza que sufre la partícula, y calcular el radio de la órbita descrita, deduciendo su expresión. (m_e = 9,1 ·10^{-31} kg ; e = 1,6 ·10^{-19} C)



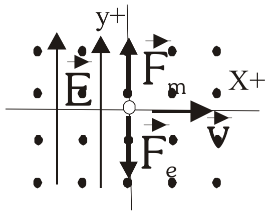
El electrón sufre una fuerza al penetrar en el interior del campo, que viene dada por la ley de Lorentz $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$. La fuerza magnética es perpendicular al campo y a la velocidad, y su sentido se calcula por la regla de la mano derecha al girar $\vec{v}$ sobre $\vec{B}$, cambiando el sentido si la carga es negativa.

La fuerza que obliga a seguir la trayectoria dibujada es la representada en la figura.

Al girar $\vec{v}$ sobre $\vec{B}$, obtenemos un sentido hacia abajo en el dibujo (- OY). Como la carga del electrón es negativa, la fuerza irá en sentido opuesto (+OY).

Al ser la fuerza perpendicular en todo momento a la velocidad, la aceleración será sólo normal, con lo que el movimiento será circular uniforme, y la trayectoria una circunferencia. El radio de la órbita lo obtenemos a partir de la 2º ley de Newton $\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ $\quad |q| \cdot v \cdot B \cdot sen 90^o = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$

Sustituyendo, obtenemos $R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\, kg \cdot 10^4\, ms^{-1}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot 5\, T} = 1{,}14 \cdot 10^{-8}\, m$



b) Calcular el campo eléctrico que habría que aplicar para que el electrón continúe su trayectoria rectilínea.

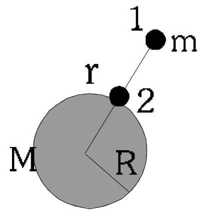
Para que el electrón continúe con trayectoria rectilínea, con movimiento rectilíneo uniforme, debe encontrarse en situación de equilibrio dinámico $\Sigma\vec{F} = 0$, por o que hay que aplicar un campo eléctrico con el valor adecuado para que las fuerzas eléctrica y magnética se anulen al sumarse. Aplicando la ley general de Lorentz:

$$\sum\vec{F} = \vec{F_e} + \vec{F_m} = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = q \cdot \left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right) = 0 \rightarrow \vec{E} = -(\vec{v} \wedge \vec{B}) = -\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 5 \cdot 10^4\, \vec{j}\, \tfrac{N}{C}$$

3.

La masa de la Luna es 0,01 veces la de la Tierra y su radio es 0,25 veces el radio terrestre. Un cuerpo, cuyo peso en la Tierra es de 800 N, cae a la Luna desde una altura igual al radio lunar.

a) Realice el balance de energía en el movimiento de caída y calcule la velocidad con que el cuerpo llega a la superficie.



Resolvemos esta cuestión aplicando la conservación de la energía mecánica al movimiento del cuerpo. La única fuerza que actúa sobre él es la gravitatoria, que es conservativa. Por lo tanto, la energía mecánica ($E_M = Ec+Epg$) se mantiene constante. Esto nos permite calcular la velocidad con la que llegaría a la superficie lunar (al no existir atmósfera, no hay rozamiento).

Escogemos el origen de energía potencial a una distancia infinita de la Tierra. Esto hace que la expresión usada para la energía potencial gravitatoria sea: $Epg = -\frac{GM_L m}{r}$

Situación inicial: $E_{M\,1} = Ec_1 + Epg_1 = \frac{1}{2}mv_1^{\,2} - \frac{GM_L m}{r_1} = 0 - \frac{GM_L m}{2R_L}$

Situación final: $E_{M\,2} = Ec_2 + Epg_2 = \frac{1}{2}mv_2^{\,2} - \frac{GM_L m}{R}$

La energía mecánica se mantiene constante: $\frac{1}{2}\cancel{m}v_2^{\,2} - \frac{GM_L \cancel{m}}{R_L} = -\frac{GM_L \cancel{m}}{2R_L} \rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{GM_L}{R_L}}$

Sabemos que $r_1 = 2R_L = 2 \cdot 0{,}25 R_T = 0{,}5 R_T = 3{,}2 \cdot 10^6\, m$ $\qquad R_L = 1{,}6 \cdot 10^6\, m$

$$M_L = 0{,}01 \cdot M_T = 0{,}01 \cdot \frac{g_{0T} \cdot R_T^{\,2}}{G} = 6{,}14 \cdot 10^{22}\, kg$$

Sustituyendo, obtenemos $v_2 = 1600\ m/s$. Con esa velocidad llegaría a la superficie lunar.

b) Determine la masa del cuerpo y su peso en la Luna. (g_{0T} = 10 m s $^{-2}$ R_T = 6400 km.)

La fuerza gravitatoria que actúa sobre un cuerpo se calcula mediante la expresión $\vec{F_g} = m \cdot \vec{g}$, en módulo $F_g = m \cdot g$, donde m es la masa del cuerpo y g es valor del campo gravitatorio (gravedad) en el punto en el que se encuentra dicho cuerpo.

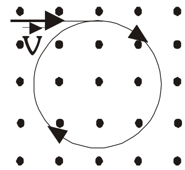
En la superficie terrestre, el valor de la gravedad es g_{0T} = 10 m/s^2 =10 N/kg, con lo que

$800 N = m \cdot 10 \frac{N}{kg} \rightarrow \quad m = 80\ kg$

El peso en la Luna se calcula a partir del valor de la gravedad en la superficie lunar $g_{0L} = \frac{GM_L}{R_L^{\,2}} = 1{,}6\ \frac{N}{kg}$

Así, el peso en la Luna será $F_{g\,L} = m \cdot g_{0L} = 80 kg \cdot 1{,}6 \frac{N}{kg} = 128\ N$

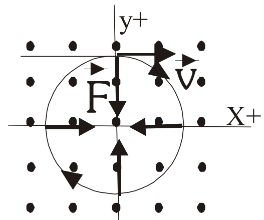
OPCIÓN B:



1.

a) Una partícula cargada penetra en un campo magnético constante y uniforme, describiendo la trayectoria indicada en la figura. Razonar el signo de la carga y si su periodo de revolución dependerá o no de la velocidad con que se mueva la partícula.

- La partícula cargada sufre una fuerza al penetrar en el interior del campo, que viene dada por la ley de Lorentz $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$. La fuerza magnética es perpendicular al campo y a la velocidad, y su sentido se calcula por la regla de la mano derecha al girar $\vec{v}$ sobre $\vec{B}$, cambiando el sentido si la carga es negativa.



La fuerza que obliga a seguir la trayectoria dibujada es la representada en la figura.

Al girar $\vec{v}$ sobre $\vec{B}$, obtenemos un sentido hacia abajo en el dibujo (- OY), que concide con el de la fuerza que actúa sobre la partícula. Por lo tanto, <u>la carga es positiva</u>. Si fuera negativa, el sentido de la fuerza sería el opuesto y también lo sería el sentido de giro.

- El periodo de revolución (tiempo en describir una vuelta completa) viene dado por $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot m}{|q| \cdot B}$. Como vemos, es independiente del valor de la velocidad (si va más rápido, describirá también una órbita de mayor radio, con lo que la distancia que recorrerá será mayor, en la misma proporción).

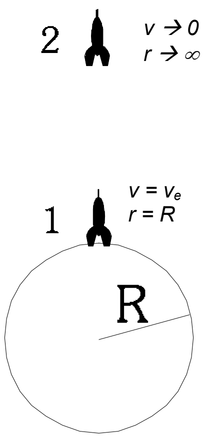
b) Definir el concepto de velocidad de escape y deducir su expresión.

Velocidad de escape: ($\mathbf{v_e}$) Se define como la velocidad a la que habría que lanzar un cuerpo desde la superficie del planeta para que escapara de su atracción gravitatoria, alejándose indefinidamente. En este cálculo se desprecia el rozamiento con la atmósfera.

En primer lugar tenemos en cuenta que, al no tener en cuenta el rozamiento, la única fuerza que va a actuar sobre el movimiento del cohete será la gravitatoria, que es conservativa. Por lo tanto, la energía mecánica del cohete se mantendrá constante.

<u>Sistemas de referencia</u>: mediremos las distancias desde el centro del planeta. El origen de energía potencial gravitatoria lo colocamos a una distancia infinita del centro planetario, por lo que la expresión usada para la Epg será

$$Ep_g = -\frac{G \cdot M \cdot m}{R}$$



Consideraremos dos situaciones:

<u>Inicial:</u> Lanzamiento del cohete desde la superficie terrestre con velocidad v_e.

$$Ec_1 = \tfrac{1}{2} m v_e^{\,2} \qquad Ep_{g1} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{R}$$

$$E_{M1} = Ec + Ep_g = \tfrac{1}{2} m v_e^{\,2} - \frac{G \cdot M \cdot m}{R}$$

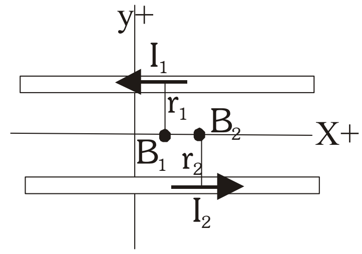
<u>Final:</u> el cohete se aleja indefinidamente. En el límite cuando la distancia r tiende a infinito, la velocidad (y la Ec) tiende a cero, al igual que la energía potencial, ya que el origen de Ep está colocado en el infinito.

$$E_{M2} = \lim_{r \to \infty} E_M = \lim_{r \to \infty} (Ec + Ep_g) = 0$$

Aplicando la conservación de la energía mecánica:

$$E_{M1} = E_{M1} \Rightarrow \tfrac{1}{2} m v_e^{\,2} - \frac{G \cdot M \cdot m}{R} = 0 \Rightarrow \tfrac{1}{2} \cancel{m} v_e^{\,2} = \frac{G \cdot M \cdot \cancel{m}}{R} \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

2.
Por dos conductores rectilíneos y paralelos al eje OX, separados 20 cm, circulan corrientes en sentidos contrarios de 2 A y 4 A respectivamente.
a) Calcular el campo magnético en el punto medio entre ambos conductores.



Nos encontramos ante dos corrientes rectilíneas que generan campo magnético en una misma zona del espacio. El campo total en cualquier punto del espacio se calculará aplicando el principio de superposición $\vec{B}_{tot} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

El campo magnético creado por un conductor rectilíneo por el que circula corriente tiene las siguientes características:

Módulo: $B = \dfrac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$

Dirección de $\vec{B}$: Perpendicular al movimiento de las cargas eléctricas (corriente)
Perpendicular al vector $\vec{r}$ (distancia desde la corriente al punto considerado)

Sentido de $\vec{B}$: Dado por la regla del sacacorchos al girar el sentido de la corriente sobre el vector $\vec{r}$.

Calculamos los módulos de los campos producidos por cada conductor en el punto medio entre los cables. La dirección y sentido puede verse en el dibujo (punto: hacia fuera, aspa: hacia dentro). Asignamos luego el vector unitario correspondiente a cada campo.

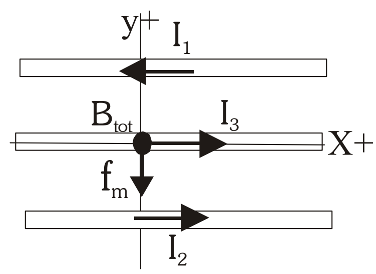
Estamos en el vacío, por lo que $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ TmA^{-1}$

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\, TmA^{-1} \cdot 2A}{2\pi \cdot 0,1m} = 4 \cdot 10^{-6}\ T \quad \rightarrow \vec{B}_1 = 4 \cdot 10^{-6}\ \vec{k}\ T$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\, TmA^{-1} \cdot 4A}{2\pi \cdot 0,1m} = 8 \cdot 10^{-6}\ T \quad \rightarrow \vec{B}_1 = 8 \cdot 10^{-6}\ \vec{k}\ T$$

El campo magnético total: $\vec{B}_{tot} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 4 \cdot 10^{-6}\ \vec{k}\ T + 8 \cdot 10^{-6}\ \vec{k}\ T = 1,2 \cdot 10^{-5}\ \vec{k}\ T$

b) Fuerza por unidad de longitud que sufre un tercer conductor por el que circule una corriente de 1 A en el mismo sentido que la de 4 A.
(μ_0= 4π ·10^{-7} T m A^{-1})



al colocar un tercer conductor entre los dos anteriores, sufrirá fuerzas magnéticas, ya que se producen interacciones entre imanes. Los conductores 1 y 3 sufrirán repulsión, ya que sus corrientes van en sentidos opuestos, mientras que 2 y 3 se atraerán, al tener sus corrientes en el mismo sentido.

Ya que sabemos el valor del campo magnético en un punto equidistante de ambos conductores, lo más directo para calcular la fuerza que sufre es aplicar la ley de Laplace, suponiendo una longitud de 1 m para el cable 3.

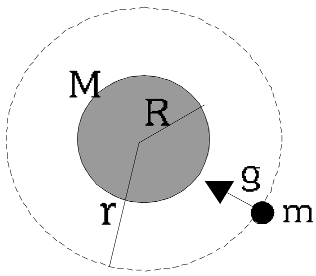
I = 1 A ; $\vec{L}$: longitud de 1 m, en el eje OX, sentido positivo $\vec{L} = 1 \cdot \vec{i}\ m$; $\vec{B}_{tot} = 1,2 \cdot 10^{-5}\ \vec{k}\ T$

$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \wedge \vec{B} = 1 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,2 \cdot 10^{-5} \end{vmatrix} = -1,2 \cdot 10 - 5\ \vec{j}\ \tfrac{N}{m}$$

3.

La nave espacial Apolo XI orbitó alrededor de la Luna con un período de 119 minutos y a una distancia media del centro de la Luna de 1,8 · 10^6 m. Suponiendo que su órbita fue circular y que la Luna es una esfera uniforme:

a) Determine la masa de la Luna y la aceleración del satélite.



En este problema, tenemos un satélite (Apolo XI), que describe órbitas circulares alrededor de un cuerpo central, la Luna en este caso. Podemos calcular la masa del cuerpo central a partir de los datos de la órbita del satélite aplicando la tercera ley de Kepler: "*El cociente entre el cuadrado del periodo de revolución (T^2)y el cubo del radio medio de la órbita (r^3) es una constante para todos los cuerpos que orbiten en torno al cuerpo central*".

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_L} \quad \Rightarrow \quad M_L = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2} = 6{,}77 \cdot 10^{22}\ kg$$

Datos: r = 1,8 ·10^6 m ; T = 119 minutos = 7140 s.

La aceleración que sufre el satélite en su órbita podemos calcularla bien a partir del movimiento circular uniforme que suponemos que describe $a = a_n = \frac{{v_{orb}}^2}{r} = \frac{\left(\sqrt{\frac{GM_L}{r}}\right)^2}{r} = \frac{GM_L}{r^2} = 1{,}39\ ms^{-2}$

O bien sabiendo que la aceleración que sufre el satélite coincide con el valor de la gravedad en ese punto

$$a = g = \frac{GM_L}{r^2} = 1{,}39\ ms^{-2}$$

De las dos formas obtenemos la misma expresión y, lógicamente, el mismo resultado.

b) Determine la velocidad orbital del satélite, deduciendo su expresión ¿cómo se vería afectada la velocidad orbital si la masa de la nave espacial se hiciese el doble? Razone la respuesta.
(G = 6,67 · 10^{-11} N m^2 kg)

La velocidad orbital de un satélite que describe órbitas circulares en torno a un planeta viene dada por la expresión $v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$, donde M es la masa del cuerpo central (la Luna en este caso), r el radio de la órbita y G la constante de gravitación universal.

Esta expresión se obtiene a partir del movimiento que describe el satélite, circular uniforme, en el que la única aceleración que posee es normal. Aplicando la 2º ley de Newton: $\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$F_g = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow \frac{G \cdot M \cdot \cancel{m}}{r^2} = \cancel{m} \cdot \frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Sustituyendo los valores, obtenemos una velocidad orbital de *1584 m·s*$^{-1}$.