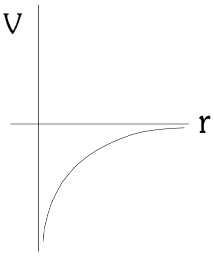
**FÍSICA 2º BACHILLERATO. EXAMEN DE LOS TEMAS 1 y 2.** 10-12-03

1. **Una partícula de masa m, situada en un punto A, se mueve en línea recta hacia otro punto S, en una región en la que existe un campo gravitatorio creado por una masa M.**

**a) Si el valor del potencial gravitatorio en el punto S es mayor que en el punto A, razone si la partícula se acerca o se aleja de M.**

Potencial gravitatorio (V): energía almacenada por unidad de masa que se coloque en un punto del campo gravitatorio. El potencial gravitatorio creado por una masa puntual M tiene la expresión (eligiendo el origen para $r \to \infty$ ).

$$V = -G \cdot \frac{M}{r}$$




En la gráfica podemos ver que el potencial aumenta con la distancia a la masa M. Por lo tanto, si el potencial es mayor en S que en A, el punto S está más alejado de M que A. La partícula se aleja.

**a) Explique las transformaciones energéticas de la partícula durante el desplazamiento indicado y escriba su expresión. ¿Qué cambios cabría esperar si la partícula fuera de A a S siguiendo una trayectoria no rectilínea?**

La única fuerza que actúa en esta cuestión es la gravitatoria, que es conservativa. Por tanto, las energías presentes son:

- Energía potencial gravitatoria, debida a la acción de la fuerza gravitatoria: $Epg = m \cdot V$. Varía de la misma forma que el potencial gravitatorio, por lo que aumenta desde A hasta S. $\Delta Epg = -W_{Fg}$
- Energía cinética, debida al movimiento: disminuye conforme se aleja. Se cumple que $\Delta Ec = -\Delta Epg$
- Energía mecánica ($E_M = Ec+Epg$): Se mantiene constante, debido a que la fuerza gravitatoria es conservativa.

Si la trayectoria no fuera rectilínea no cabe esperar ningún cambio, ya que el trabajo de la fuerza gravitatoria (conservativa) es independiente del camino realizado. Sólo depende de los puntos inicial y final.

2. **a) Razone qué magnitudes se conservan en el movimiento de un satélite que describe órbitas elípticas en torno a un planeta.**

Hay dos magnitudes que se mantendrán constantes en toda la trayectoria:
- Su energía mecánica $E_M$ (ya que la fuerza gravitatoria es conservativa)
- Su momento angular respecto al planeta (su tendencia a mantener el movimiento de giro)

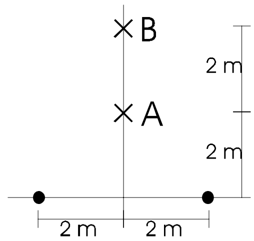
$\vec{L}_O = \vec{r} \wedge m\vec{v}$ . (ya que la fuerza gravitatoria es central, $\vec{M}_O = \vec{r} \wedge \vec{F} = 0$ ) Esto hace que también se mantenga constante el periodo de revolución ( T ) del satélite.

**b) Comentar la siguiente frase, razonando sobre su veracidad o falsedad: "El trabajo de una fuerza no conservativa aumenta la energía potencial de la partícula y disminuye su energía mecánica."**

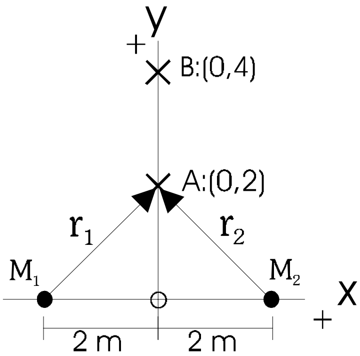
Esta frase contiene dos afirmaciones. Habrá que analizar cada una por separado:

- La energía potencial varía debido exclusivamente al trabajo realizado por las fuerzas conservativas $\Delta Ep = -W_{FC}$, por lo que la primera afirmación es falsa.
- La energía mecánica varía debido al trabajo realizado por las fuerzas no conservativas (principio de conservación de la energía mecánica) $\Delta E_M = W_{FNC}$. Sin embargo, no tiene por qué disminuir (disminuirá si el trabajo es negativo, y aumentará si el trabajo es negativo).

**3. Dos masas puntuales de 10 kg están situadas como indica la figura. Calcular:**




**a) Intensidad del campo gravitatorio y potencial gravitatorio en el punto A.**




Campo gravitatorio: Fuerza gravitatoria que se ejerce por unidad de masa sobre un cuerpo situado en un punto del campo gravitatorio. En el punto A influyen las dos masas puntuales, por lo que aplicamos el principio de superposición. $\vec{g}_A = \vec{g}_{1A} + \vec{g}_{2A}$

$$M_1 = 10\ kg \quad ; \quad \vec{r}_1 = (0,2)-(-2,0) = (2,2)m \quad ;$$

$$r_1 = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8}\ m \quad ; \qquad \vec{u}_{r1} = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{2}{\sqrt{8}}\vec{i} + \frac{2}{\sqrt{8}}\vec{j}$$

$$\vec{g}_{1A} = -\frac{GM_1}{r_{1A}{}^2}\cdot\vec{u}_r = -\frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot10}{8}\cdot(\frac{2}{\sqrt{8}}\vec{i}\ \frac{2}{\sqrt{8}}\vec{j})\quad N/kg = -5,9\cdot10^{-11}\ \vec{i} - 5,9\cdot10^{-11}\vec{j}\ N/kg$$

Por simetría, vemos que $\vec{g}_{2A}$ es igual que $\vec{g}_{1A}$ en módulo. Sólo varía en que la componente horizontal tiene signo contrario (es positiva en $\vec{g}_{2A}$, mientras que era negativa en $\vec{g}_{1A}$). Así,

$$\vec{g}_{2A} = -\frac{GM_2}{r_{2A}{}^2}\cdot\vec{u}_{r2} = 5,9\cdot10^{-11}\ \vec{i} - 5,9\cdot10^{-11}\vec{j}\ N/kg$$

con lo que

$$\vec{g}_A = \vec{g}_{1A} + \vec{g}_{2A} = -5,9\cdot10^{-11}\ \vec{i} - 5,9\cdot10^{-11}\vec{j} + 5,9\cdot10^{-11}\ \vec{i} - 5,9\cdot10^{-11}\vec{j} = -1,18\cdot10^{-10}\ \vec{j}\ N/kg$$

Para calcular el potencial (energía almacenada por unida de masa), aplicamos el principio de superposición: $V_A = V_{1A} - V_{2A}$

$$V_A = -\frac{GM_1}{r_{1A}} - \frac{GM_2}{r_{2A}} = -4,72\cdot10^{-10}\ J/kg$$

**a) Trabajo necesario para trasladar una tercera masa puntual de 10 kg desde el punto A hasta el punto B.**

Calculamos el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria en ese desplazamiento.

$$W_{Fg} = -\Delta Epg = Epg_A - Epg_B = m\cdot V_A - m\cdot V_B$$

Calculamos el potencial creado por ambas masas en el punto B, ya que el potencial en A lo tenemos del apartado anterior. Aplicando el ppio de superposición:

$$V_B = -\frac{GM_1}{r_{1B}} - \frac{GM_2}{r_{2B}} = -2,98\cdot10^{-10}\ J/kg \qquad (r_{1B} = r_{2B} = \sqrt{20}m)$$

De este modo, $W_{Fg} = m\cdot V_A - m\cdot V_B = 10kg\cdot(-4,72\cdot10^{-10} + 2,98\cdot10^{-10})J/kg = -1,74\cdot10^{-10}\ J$

El trabajo que realiza la fuerza gravitatoria es negativo (la fuerza gravitatoria se opone al desplazamiento). Eso significa que debemos realizar exteriormente un trabajo como mínimo igual y de signo contrario para desplazarlo. Así $W_{ext} = -W_{Fg} = 1,74\cdot10^{-10}$ J

**4. La estación espacial internacional (ISS) describe órbitas circulares en torno a la Tierra, con un periodo de revolución de 90 minutos.**

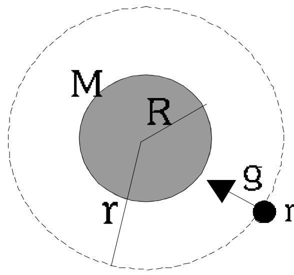
**a) Calcular su velocidad orbital (deduciendo su expresión).**

Es la velocidad que lleva el satélite en su órbita. Para calcularla, tendremos en cuenta que la única fuerza que actúa sobre el satélite es la gravitatoria.

También, al tratarse de un movimiento circular, sólo tendrá aceleración normal. Aplicando la segunda ley de Newton: $F_g = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{r}$

Igualando ambas expresiones: $\frac{G \cdot M \cdot \cancel{m}}{r^2} = \cancel{m} \cdot \frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$

Necesitamos conocer la masa del planeta Tierra y la distancia r a la que se encuentra el satélite de su centro. Para ello usamos los datos de $g_0$ y la tercera ley de Kepler.



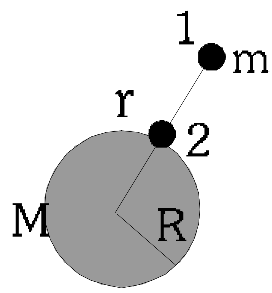

$$g_{0T} = \frac{GM}{R_T^2} \Rightarrow M = \frac{g_{0T} \cdot R_T^2}{G} = 5{,}96 \cdot 10^{24}\ kg$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} = 6{,}647 \cdot 10^6\ m$$

Por lo tanto, $v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = 7733{,}4\ m/s$

**a) Supongamos que un trozo de roca del espacio, tras chocar con la estación espacial, queda en reposo y cae hacia la Tierra. ¿Con qué velocidad llegará a la superficie, despreciando el rozamiento con la atmósfera?**

**(Datos: $R_T = 6370$ km ; $g_{0T} = 9{,}8$ N/kg )**




Resolvemos esta cuestión aplicando la conservación de la energía mecánica al movimiento de la roca. Tras el choque, la única fuerza que actúa sobre ella es la gravitatoria, que es conservativa. Por lo tanto, la energía mecánica ($E_M = Ec+Epg$) se mantiene constante. Esto nos permite calcular la velocidad con la que llegaría a la superficie terrestre suponiendo que no hubiera rozamiento con la atmósfera.

Escogemos el origen de energía potencial a una distancia infinita de la Tierra. Esto hace que la expresión usada para la energía potencial gravitatoria sea: $Epg = -\frac{GMm}{r}$

Situación inicial: $E_{M1} = Ec_1 + Epg_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{GMm}{r_1} = 0 - \frac{GMm}{r}$

Situación final: $E_{M2} = Ec_2 + Epg_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{GMm}{R}$

La energía mecánica se mantiene constante: $\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{GMm}{R} = -\frac{GMm}{r}$

Con lo que $v_2 = 2280{,}6\ m/s$. Con esa velocidad llegaría a la superficie terrestre.