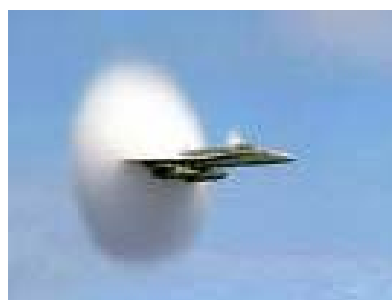
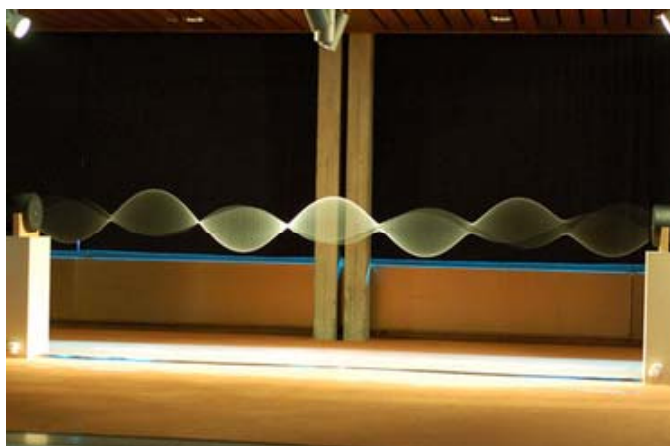
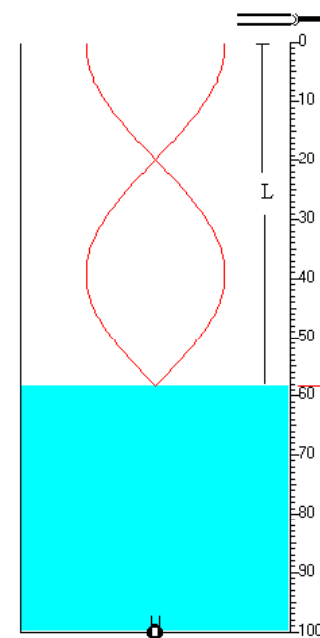
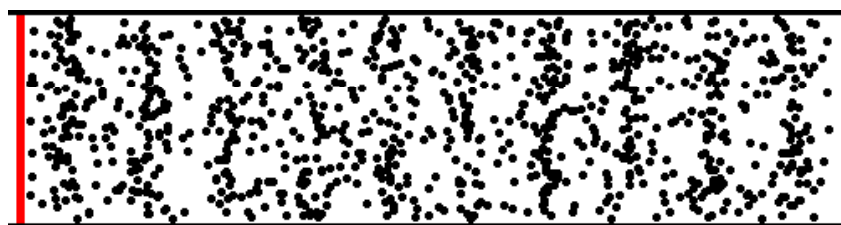
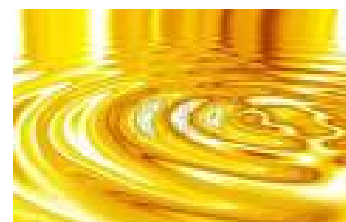
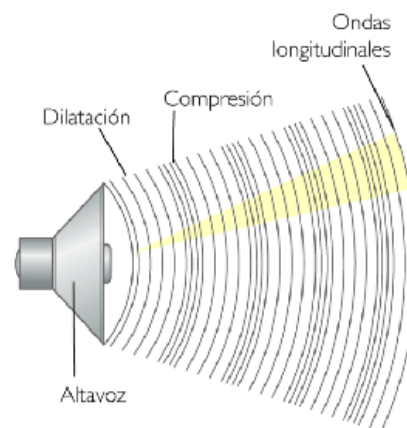
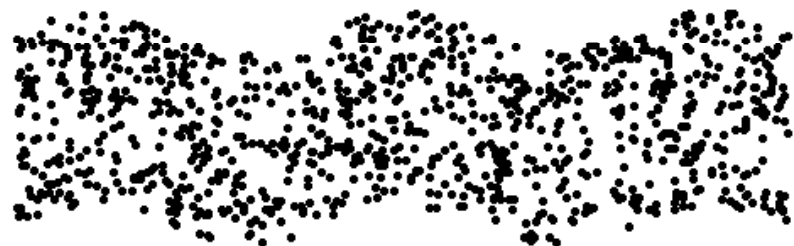


Movimiento ondulatorio

1. Introducción. Noción de onda. Tipos de ondas
2. Magnitudes características de una onda
3. Ecuación de las ondas armónicas unidimensionales
4. Propiedad importante de la ecuación de ondas armónica
5. Estudio cualitativo de algunas propiedades de las ondas: Principio de Huygens
6. Algo más sobre interferencias
7. Transmisión de energía a través de un medio
8. Ondas estacionarias

1. Introducción. Noción de onda. Tipos de ondas

- Onda viajera y onda estacionaria
- Onda como propagación de energía desde un centro emisor y a través de un medio elástico.
- Propagación de energía sin transporte de materia
- Pulso y tren de ondas
- Tipos de Ondas:
 - Por el tipo de energía que propaga: mecánicas o materiales y electromagnéticas.
 - Por la relación entre la dirección de propagación y vibración: transversales y longitudinales.
 - Por el número de dimensiones en que se propaga la energía: Uni, Bi, Tridimensionales.



2. Magnitudes características de una onda

- Longitud de onda $\lambda = vT = \frac{v}{f}$
- Amplitud
- Velocidad de propagación o de fase que depende de dos factores (fuerza recuperadora y masa inercial)
 - Transversal en una cuerda $v = \sqrt{\frac{T}{\eta}}$
 - Longitudinal en un sólido $v = \sqrt{\frac{J}{\rho}}$
 - Longitudinal en un gas $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$
 - De una onda electromagnética en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s en el vacío
- Número de onda. Relación entre estas magnitudes $\left[k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad y \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} \right]$

Ejemplo 1. En la superficie del agua de una piscina se propagan ondas de forma que un corcho, que flota libremente, realiza tres oscilaciones por segundo. Si la distancia entre dos crestas de onda consecutivas es de 20 cm. Calcula la velocidad de propagación de estas ondas.

0,6 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Ejemplo 2. Calcula la longitud de onda de las ondas electromagnéticas que emite una emisora de radio cuya frecuencia es de 96,9 MHz.

3,1 m

3. Ecuación de las ondas armónicas unidimensionales

- **Ecuación de onda** $y = f(x, t)$
- Supongamos un pulso (un mas) que viaja hacia la dcha. en el eje OX con velocidad constante v , y la elongación se mide en el eje OY. En el instante $t = 0$ el pulso se encuentra en $x = 0$ y la elongación vale $y = A$

$$y(0,0) = A \cos(\omega \cdot 0 + \varphi)$$

$y(0,t) = A \cos(\omega \cdot t)$; a una distancia x una partícula se mueve con un retraso t'

$$y(x,t) = A \cos(\omega \cdot (t - t')) = A \cos(\omega \cdot (t - \frac{x}{v})) = \boxed{A \cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)}$$

- La elongación es función de x y de t . Si se fija x ... Si se fija t ...
- No hay que confundir velocidad de vibración de una partícula con velocidad de propagación de la onda.

Ejemplo 3. Una onda transversal se propaga por una cuerda tensa, y su ecuación en unidades del sistema internacional es:

Deduce: $x = 0,060 \operatorname{sen}(4\pi t - 2\pi x)$

- La longitud de onda, el periodo y la velocidad de propagación.
- El sentido de la propagación.
- Para $t = 2 \text{ s}$, la coordenada Y , así como la velocidad de un punto de la cuerda que se encuentra a 1 m del origen.

1 m; 2 m·s⁻¹; positivo del eje OX; 0; 0,75 m·s⁻¹

Ejemplo 4. Una onda sinusoidal transversal que se propaga de derecha a izquierda tiene una longitud de onda de 20 m, una amplitud de 4,0 m y la velocidad con la que se propaga es de 200 m·s⁻¹. Establece la ecuación de onda y la velocidad transversal máxima (suponiendo una fase inicial nula).

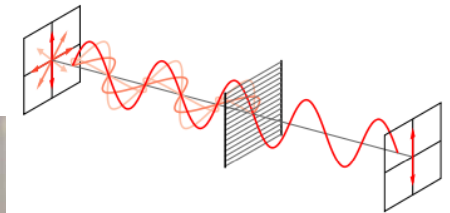
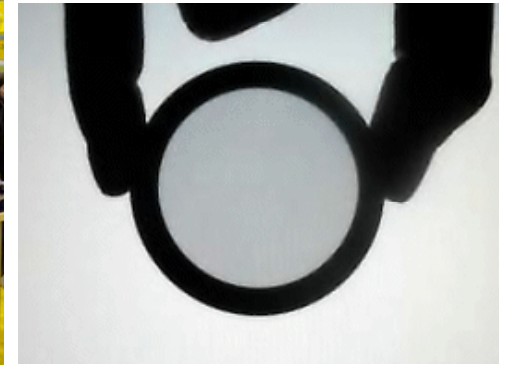
$y = 4,0 \operatorname{sen}(20\pi t + 0,1\pi x)$ 80π m·s⁻¹

4. Propiedad de la ecuación de ondas armónicas

- Una onda armónica es doblemente periódica, en el tiempo con un periodo T y en el espacio con una distancia λ .
 - Todos los puntos que disten entre sí $n\lambda$ en la misma dirección de propagación están en fase.
 - Todos los puntos que equidisten del centro emisor están en fase $\rightarrow$ frente de onda. (planas...)
 - Si el medio es homogéneo e isótropo, la dirección de propagación es perpendicular al frente de ondas y recibe el nombre de rayo.

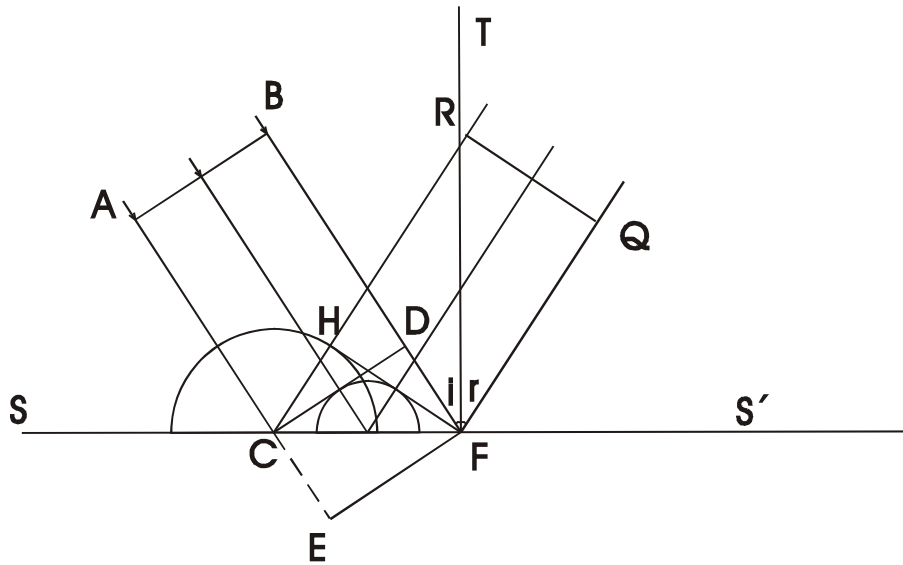
5. Estudio cualitativo de algunas propiedades de las ondas: Principio de Huygens

- **Principio de Huygens:** Todo punto de un frente de ondas es centro emisor de nuevas ondas elementales cuya envolvente es el nuevo frente de ondas.
 - Reflexión: Definición y leyes
 - Refracción: Definición y leyes
 - Difracción: Definición
 - Polarización: Definición. Solo las ondas transversales se pueden polarizar.
 - Interferencias: Definición: Superposición de ondas en un punto. El caso más importante es cuando son coherentes



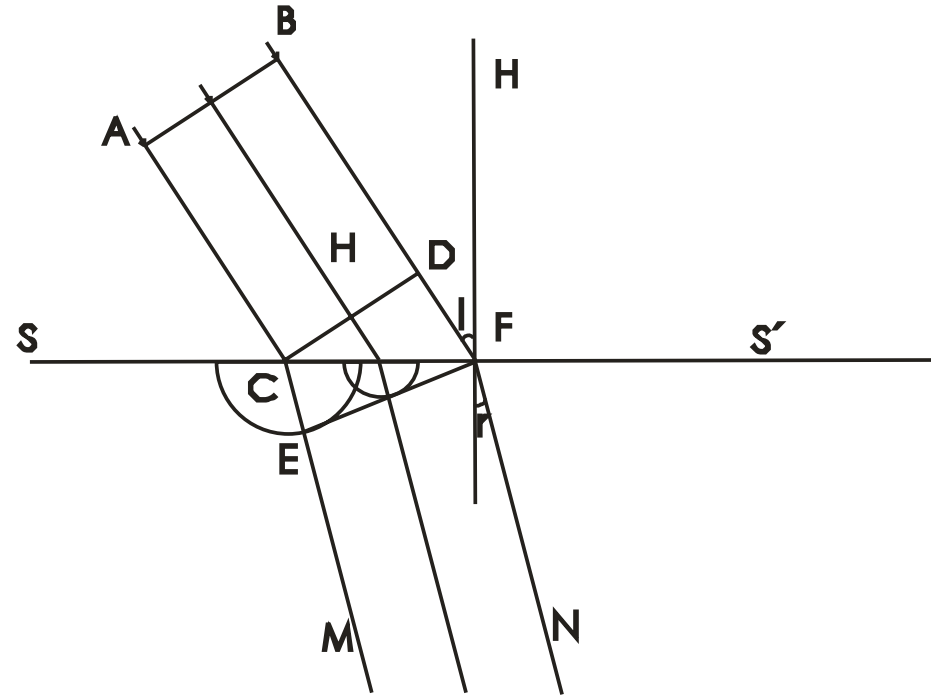
Movimiento ondulatorio 2º Bach

Reflexión



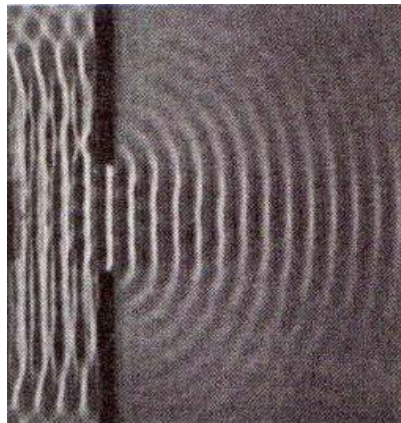
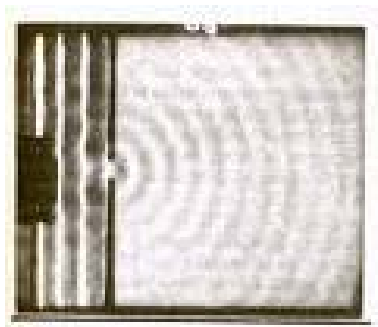
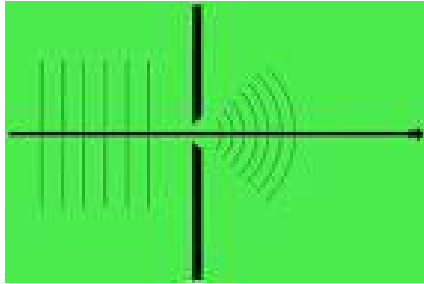
$$\left. \begin{array}{l} v_1 = v_2 \\ DF \rightarrow CH \\ t_1 = t_2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \frac{CH}{v_2} = \frac{DF}{v_1} \\ CF \cdot \sin \hat{r} = CF \cdot \sin \hat{i} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\hat{i} = \hat{r}}$$

Refracción



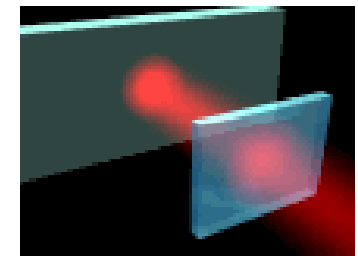
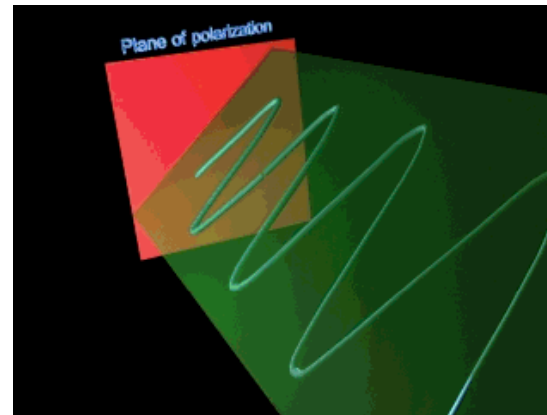
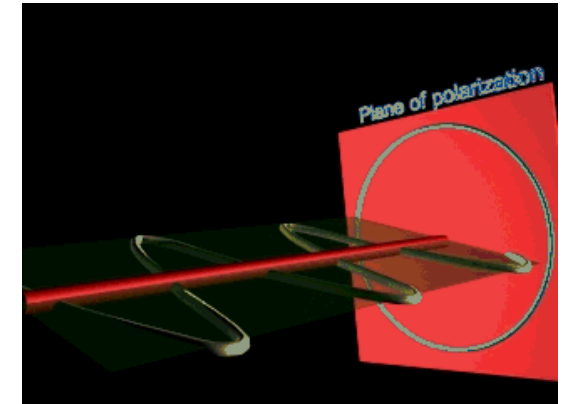
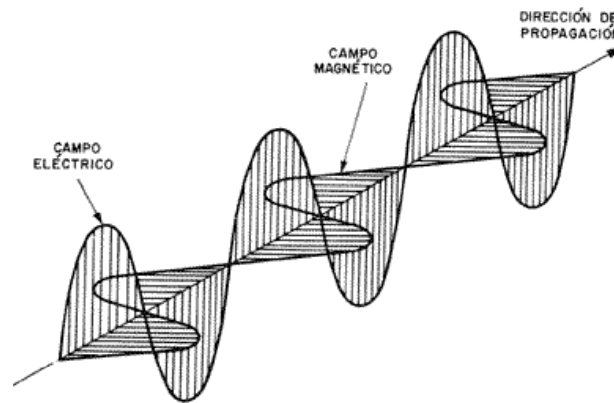
$$\left. \begin{array}{l} v_1 \neq v_2 \\ DF \rightarrow CE \\ t_1 = t_2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \frac{DF}{v_1} = \frac{CE}{v_2} \\ \frac{CF \cdot \sin \hat{i}}{v_1} = \frac{CF \cdot \sin \hat{r}}{v_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r}}$$

Difracción



ABERTURA 5 VECES LA
LONGITUD DE ONDA

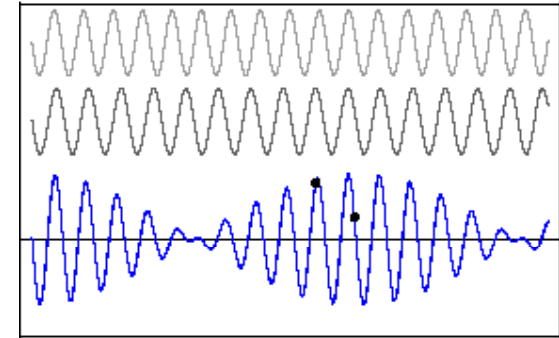
Polarización



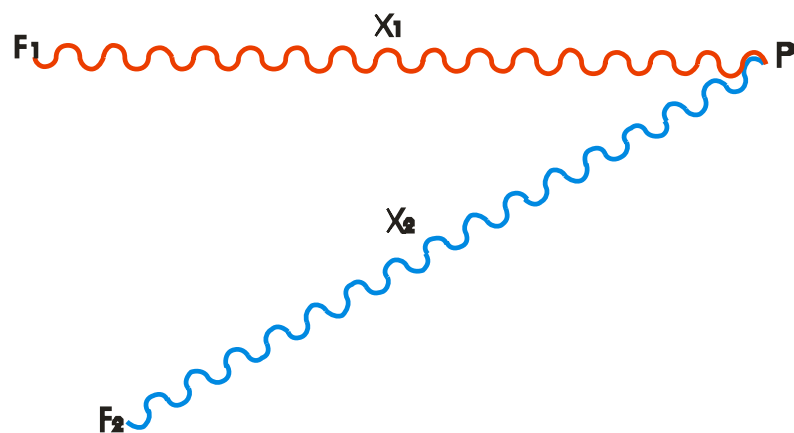
6. Interferencias

- Es la superposición ondas y el caso más importante es la superposición de ondas coherentes.

$$\left. \begin{array}{l} y_1 = A \cos(\omega t - k x_1) \\ y_2 = A \cos(\omega t - k x_2) \\ y = y_1 + y_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \\ y = 2A \cos\left(k \frac{(x_2 - x_1)}{2}\right) \cos\left(\omega t - k \frac{(x_2 + x_1)}{2}\right) \end{array}$$



$$\Rightarrow \boxed{y = A_r \cos\left(\omega t - k \frac{(x_2 + x_1)}{2}\right)}$$



Interferencia constructiva

Valores máximos cuando

$$\Rightarrow A_r = 2A \Rightarrow \boxed{x_2 - x_1 = n\lambda}$$

Interferencia destructiva

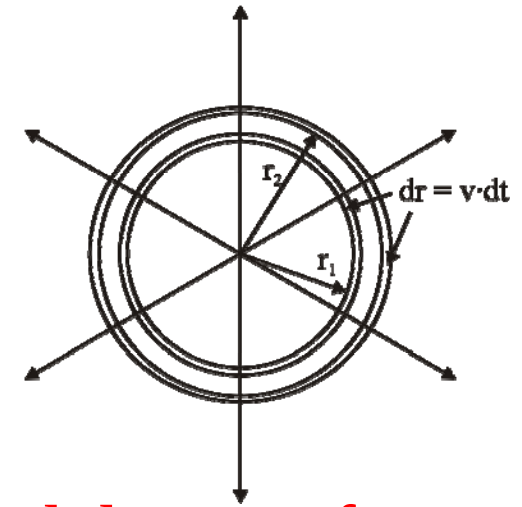
Valores mínimos cuando

$$\Rightarrow A_r = 0 \Rightarrow \boxed{x_2 - x_1 = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}}$$

7. Transmisión de energía a través de un medio

La energía transportada por una onda es la del oscilador armónico que se reparte por todo el medio.

$$\left. \begin{array}{l} E = \frac{1}{2} k A^2 \\ E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \\ dE_1 = dE_2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} dm_1 \omega^2 A_1^2 = \frac{1}{2} dm_2 \omega^2 A_2^2 \\ \frac{1}{2} \rho 4\pi r_1^2 dr \omega^2 A_1^2 = \frac{1}{2} \rho 4\pi r_2^2 dr \omega^2 A_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{r_1 A_1 = r_2 A_2}$$



Intensidad de una onda es la potencia por unidad de superficie.

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{I = \frac{E}{S t}} \\ I = \frac{1}{2} \frac{m \omega^2 A^2}{4\pi r^2 \cdot t} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} I_1 = \frac{1}{2} \frac{dm_1 \omega^2 A_1^2}{4\pi r_1^2 dt} \Rightarrow I_1 = \frac{1}{2} \frac{\rho 4\pi r_1^2 dr \omega^2 A_1^2}{4\pi r_1^2 dt} \\ I_2 = \frac{1}{2} \frac{dm_2 \omega^2 A_2^2}{4\pi r_2^2 dt} \Rightarrow I_2 = \frac{1}{2} \frac{\rho 4\pi r_2^2 dr \omega^2 A_2^2}{4\pi r_2^2 dt} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2}} \\ \boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}} \end{array} \right.$$

Ejemplo 5. Para un sonido cuya intensidad es $2,0 \cdot 10^{-11} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ a 10 m del foco emisor y que puede considerarse como una onda armónica esférica, calcula, suponiendo que no hay absorción de energía :

- La energía emitida por el foco en medio minuto.
- La amplitud de vibración a los 20 m del foco, si a los 10 m es de 2 mm.

$7,5 \cdot 10^{-7} \text{ J}$; 1 mm

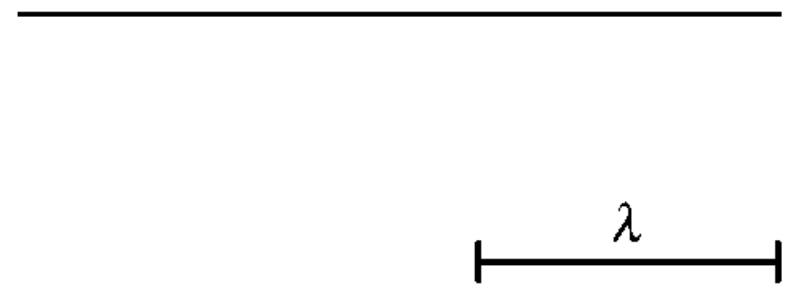
Ejemplo 6. Una onda sinusoidal transversal que se propaga de derecha a izquierda tiene una longitud de onda de 20 cm, una amplitud de 4,0 m y la velocidad con la que se propaga es de $200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Establece la ecuación de onda y la velocidad transversal máxima (suponiendo una fase inicial nula).

$$y = 4,0 \text{ sen}(20\pi t - 0,1\pi x) \quad \mathbf{80\pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

8. Ondas estacionarias

Cuando un tren de ondas se confina en una región mediante fronteras se refleja y produce ondas estacionarias.

Son la interferencia de dos ondas idénticas que se propagan en la misma dirección pero en sentidos contrarios. El perfil no se desplaza y existen puntos fijos como los nodos y los vientres.



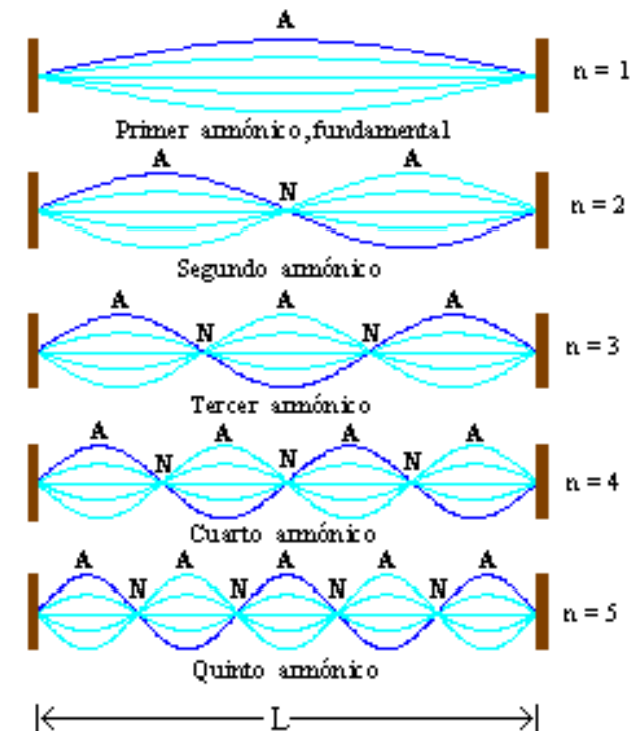
Ecuación de una onda estacionaria

$$\left. \begin{array}{l} y_1 = A \cos(\omega t - k x) \\ y_2 = -A \cos(\omega t + k x) \\ y = y_1 + y_2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} y = A \cos(\omega t - k x) - A \cos(\omega t + k x) \\ \cos \alpha - \cos \beta = -2 \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{y = A_r \operatorname{sen}(\omega t)}$$

Donde $A_r = 2A \operatorname{sen}(k x)$

En una onda estacionaria se producen Nodos, cuando la amplitud se anula y Vientres, cuando la amplitud es máxima que se suceden periódicamente.

$$\Rightarrow \begin{array}{l} \text{Sucesión de Nodos} \Rightarrow A_r = 0 \Rightarrow x = n \frac{\lambda}{2} \\ \text{Sucesión de Vientres} \Rightarrow A_r = 2A \Rightarrow x = (2n + 1) \frac{\lambda}{4} \end{array}$$



Ondas estacionarias en cuerdas y tubos abiertos

$$y = 2A \sin(kx) \sin(\omega t) = A_r \sin(\omega t)$$

Debe aparecer un nodo en los extremos.

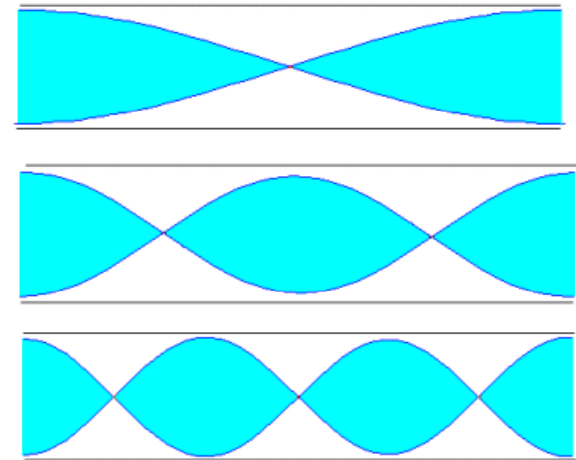


Debe aparecer un vientre en los extremos.

$$\Rightarrow L = n \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}$$

$$\text{como } f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{n}{2L} v$$

$$\Rightarrow f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\eta}}$$



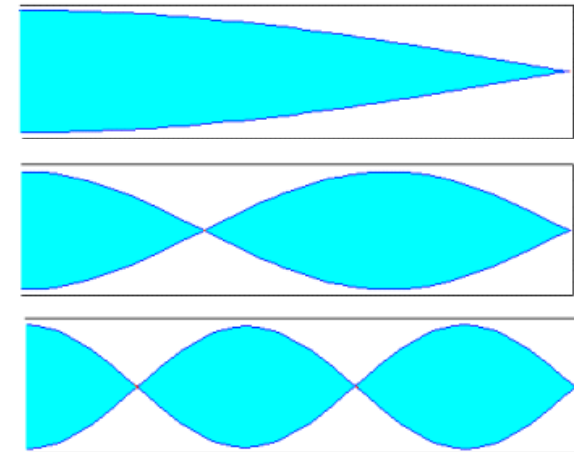
Ondas estacionarias en tubos cerrados

$$y = 2A \sin(kx) \sin(\omega t) = A_r \sin(\omega t)$$

Debe aparecer un vientre en la boca y un nodo en el extremo.

$$\Rightarrow L = (2n-1) \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4L}{(2n-1)}$$

$$\text{como } f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{(2n-1)}{4L} v$$



Determinación de la Velocidad del Sonido en el aire

Se trata de medir ondas estacionarias en tubos abiertos. Estos siempre forman un nodo en la superficie del líquido y un vientre en la boca, de este modo la distancia entre la boca del tubo y el primer nodo será $\lambda/4$. Determinada esta distancia podremos calcular la longitud de onda λ y a partir de ella, conocida la frecuencia del diapason la velocidad del sonido, $v = f \lambda$.

