Universidad Zaragoza 1542

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE DE 2018
EJERCICIO DE: **MATEMÁTICAS II**
TIEMPO DISPONIBLE: **1 hora 30 minutos**

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. *(3 puntos)*

a) *(1,5 puntos)* Resuelva el sistema:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) *(1,5 puntos)* Sabiendo que el determinante de la matriz A siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{pmatrix}$$

es 4, es decir $|A| = 4$, determine el determinante de la matriz B que aparece a continuación:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3a+k & x+5 \\ 2 & 3b+k & y+5 \\ 2 & 3c+k & z+5 \end{pmatrix}$$

SOLUCIÓN.

a) Se trata de un sistema homogéneo (los términos independientes son nulos). La matriz de los coeficientes es $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. Veamos cuál es su rango.

El único menor de orden 3 de A es: $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 8+18+8-6-16-12 = 0$

Como el menor de orden 2: $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 4-8 = -4 \neq 0 \Rightarrow \text{rg}\,A = 2 <$ nº de incógnitas $\Rightarrow$ el sistema es compatible indeterminado. Consideramos la incógnita z como un parámetro: $z = \lambda$. El sistema dado es equivalente al sistema:

$$\begin{cases} 2x+4y=-3\lambda \\ 2x+2y=-2\lambda \end{cases} \Rightarrow \text{restando: } 2y=-\lambda \Rightarrow y=-\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x=\frac{-2\lambda+\lambda}{2}=-\frac{\lambda}{2}$$

Por tanto, las soluciones del sistema son: $x=-\frac{\lambda}{2}$, $y=-\frac{\lambda}{2}$, $z=\lambda$

b) Sabemos que: $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix} = 4$

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & 3a+k & x+5 \\ 2 & 3b+k & y+5 \\ 2 & 3c+k & z+5 \end{vmatrix} \overset{(1)}{=} \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3a+k & 3b+k & 3c+k \\ x+5 & y+5 & z+5 \end{vmatrix} \overset{(2)}{=} 2\cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3a+k & 3b+k & 3c+k \\ x+5 & y+5 & z+5 \end{vmatrix} \overset{(3)}{=} 2\cdot\left[\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3a & 3b & 3c \\ x & y & z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k & k & k \\ 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} \right] \overset{(4)}{=}$$

$$= 2\cdot\left[3\cdot\begin{vmatrix}1&1&1\\a&b&c\\x&y&z\end{vmatrix}+0\right]=24$$

Propiedades de los determinantes utilizadas:
(1) El determinante de una matriz coincide con el de su traspuesta. (2) En la primera fila se puede extraer 2 como factor común. (3) La segunda y la tercera filas aparecen como sumas. (4) En el primer sumando se puede extraer 3 como factor común en la segunda fila. En el segundo sumando la segunda y la tercera fila son proporcionales, luego su determinante es 0.

2. *(1,5 puntos)*

a) *(0,5 puntos)* Dados los vectores $\vec{u}$ = (1, 2, 1), $\vec{v}$ = (2, 1, 1) y $\vec{w}$ = (0, 2, 1), determine el volumen del paralelepípedo que definen esos tres vectores.

b) *(1 punto)* Determine la posición relativa de las rectas *r* y *s* siguientes:

$$r:\ \frac{x+1}{4}=\frac{y}{6}=\frac{z+2}{1} \qquad\qquad s:\begin{cases}-x+y+2z-4=0\\ x+2y+z-5=0\end{cases}$$

SOLUCIÓN.

a) El volumen del paralelepípedo es el producto mixto de los tres vectores.

$$\left[\vec{u},\vec{v},\vec{w}\right]=\begin{vmatrix}1&2&1\\2&1&1\\0&2&1\end{vmatrix}=1+4-4-2=-1 \quad\Rightarrow\quad \text{el volumen del paralelepípedo es de } 1\,u^3.$$

b) Consideremos un vector direccional de cada una de las rectas.

▪ Vector direccional de la recta r: $\vec{u}=(4,6,1)$

▪ Vector direccional de la recta s. Obtengamos dos puntos de la recta:

$$\begin{cases}-x+y+2z-4=0\\ x+2y+z-5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-x+y=-2z+4\\ x+2y=-z+5\end{cases} \Rightarrow \text{Sumando: } 3y=-3z+9 \Rightarrow y=-z+3 \Rightarrow x=-z+5+2z-6=z-1$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Para } z=0:\ x=-1\ ,\ y=3 \Rightarrow P(-1,3,0)\\ \text{Para } z=1:\ x=0\ ,\ y=2 \Rightarrow Q(0,2,1)\end{array}\right| \quad \vec{v}=\overrightarrow{PQ}=(1,-1,1)$$

Como las coordenadas de $\vec{u}$ y $\vec{v}$ no son proporcionales, los vectores tienen distintas direcciones y las rectas se cortan o se cruzan.

Para decidirlo, consideremos un vector con origen en r y extremo en s. Un punto de r es $A(-1,0,-2)$ y un punto de s es $P(-1,3,0)$. El vector de origen A y extremo P es: $\overrightarrow{AP}=(0,3,2)$

Como $\begin{vmatrix}4&6&1\\1&-1&1\\0&3&2\end{vmatrix}=-8+3-12-12\neq 0 \Rightarrow$ los vectores $\vec{u}=(4,6,1)$, $\vec{v}=(1,-1,1)$ y $\overrightarrow{AP}=(0,3,2)$ son linealmente independientes $\Rightarrow$ las rectas r y s se cruzan.

3. *(4 puntos)*

a) *(2,5 puntos)* Considere la función:

$$f(x)=\frac{x^2-3x+3}{x-1}$$

a.1) *(1 punto)* Determine las asíntotas de la función $f(x)$.

a.2) *(1,5 puntos)* Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los mínimos y máximos relativos de la función $f(x)$.

b) *(1,5 puntos)* Calcule la siguiente integral:

$$\int\frac{9}{x^2+x-2}\,dx$$

SOLUCIÓN.

a.1) ▪ Asíntotas verticales: $x=1$ pues $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}=\dfrac{1}{0}=\infty$

▪ Asíntotas horizontales: no existen pues $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}=\infty$

▪ Asíntotas oblicuas $y=mx+n$:

$$\left.\begin{array}{l} m=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-3x+3}{x^2-x}=1 \\ n=\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-mx\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}-x\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2-3x+3-x^2+x}{x-1}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{-2x+3}{x-1}\right)=-2 \end{array}\right| \Rightarrow \quad y=x-2$$

a.2) $f'(x)=\dfrac{(2x-3)(x-1)-(x^2-3x+3)}{(x-1)^2}=\dfrac{2x^2-2x-3x+3-x^2+3x-3}{(x-1)^2}=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}=0 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; x^2-2x=0 \;\Rightarrow\; x(x-2)=0 \;\Rightarrow\; x=0\;,\; x=2$ (valores críticos)

Estudiemos el signo de la primera derivada en los intervalos cuyos extremos son los valores críticos y el punto de discontinuidad $x=1$: $(-\infty\,,0)$, $(0\,,1)$, $(1\,,2)$ y $(2\,,+\infty)$

$f'>0$	0	$f'<0$	1	$f'<0$	2	$f'>0$

$f'(-1)=0{,}75\;;\; f'(0{,}5)=-3\;;\; f'(1{,}5)=-3\;;\; f'(3)=0{,}75$

Luego la función es creciente en los intervalos $(-\infty\,,0)$ y $(2\,,+\infty)$ y decreciente en $(0\,,1)$ y $(1\,,2)$.

Los intervalos de crecimiento y decrecimiento nos ofrecen la siguiente información:

La función tiene un máximo relativo en $x=0$: $(0\,,-3)$ y un mínimo relativo en $x=2$: $(2\,,1)$

b) Descompongamos la fracción $\dfrac{9}{x^2+x-2}$ en suma de fracciones simples.

$x^2+x-2=0 \;\Rightarrow\; x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\dfrac{-1\pm 3}{2}=\begin{cases}-2\\ 1\end{cases} \;\Rightarrow\; x^2+x-2=(x+2)(x-1) \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; \dfrac{9}{x^2+x-2}=\dfrac{A}{x+2}+\dfrac{B}{x-1}=\dfrac{Ax-A+Bx+2B}{(x+2)(x-1)}=\dfrac{(A+B)x-A+2B}{x^2+x-2} \;\Rightarrow\; \begin{cases} A+B=0 \\ -A+2B=9\end{cases} \;\Rightarrow\; 3B=9 \;\Rightarrow\; B=3\;,\; A=-3$

Por tanto: $\displaystyle\int\frac{9}{x^2+x-2}\,dx=\int\frac{-3}{x+2}\,dx+\int\frac{3}{x-1}\,dx=-3\ln|x+2|+3\ln|x-1|+C=3\ln\left|\frac{x-1}{x+2}\right|+C$

4. *(1,5 puntos)* Se lanza 10 veces un dado equilibrado (es decir un dado donde todas sus caras tiene la misma probabilidad de aparecer).

a) *(0,75 puntos)* Determine la probabilidad de que salga un número par en todos los lanzamientos.

b) *(0,75 puntos)* Determine la probabilidad de que salga un número par exactamente en tres lanzamientos. (NO es preciso finalizar los cálculos, puede dejarse indicada la probabilidad, precisando los números que la definen y sin hacer los cálculos).

SOLUCIÓN.

Se trata de una distribución binomial. Sea P el suceso “sale número par en el lanzamiento de un dado” y P’ su suceso contrario “sale impar al lanzar el dado”. Se tiene: $p(P)=p=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$ y $p(P')=q=\dfrac{1}{2}$.

Al repetir n veces una experiencia dicotómica, la probabilidad de que un determinado suceso se verifique k veces (k éxitos) y $n-k$ veces su contrario, es:

$$p\left[x=k\right]=\binom{n}{k}p^k\,q^{n-k}$$

a) En nuestro caso $n=10$ y se trata de estudiar la probabilidad de obtener 10 éxitos ($k=10$). Tenemos:

$$p\left[x=10\right]=\binom{10}{10}\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\left(\frac{1}{2}\right)^{0}=1\cdot\frac{1}{2^{10}}=\frac{1}{1024}$$

b) Ahora el número de éxitos es 3. Tenemos: $p\left[x=3\right]=\binom{10}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{7}=\frac{10!}{3!\,7!}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=\frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}\cdot\frac{1}{2^{10}}=\frac{120}{2^{10}}\simeq 0{,}1172$

OPCIÓN B

1. *(3 puntos)*

a) *(1,5 puntos)* Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}1&-1&1\\1&-1&0\\2&0&2\end{pmatrix}$$

encuentre la matriz X, de dimensión 3x3, que resuelve la ecuación matricial:

$$AX+B=A^2$$

b) *(1,5 puntos)* Determine el rango de la matriz C siguiente según los diferentes valores del parámetro k

$$C=\begin{pmatrix}2&1&3\\4&2&k\\k&k&1\end{pmatrix}$$

SOLUCIÓN.

a) $AX+B=A^2 \;\Rightarrow\; AX=A^2-B \;\Rightarrow\; X=A^{-1}\cdot\left(A^2-B\right)$

Calculemos A^{-1}: $\left|A\right|=\begin{vmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{vmatrix}=-1$

$$A=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\xrightarrow{(\text{Adj }A)^*}\begin{pmatrix}0&-1&0\\-1&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix}\xrightarrow{(\text{Adj }A)^t}\begin{pmatrix}0&-1&0\\-1&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix}\xrightarrow{A^{-1}=(\text{Adj }A)^t/\left|A\right|}\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

*Adjuntos de los elementos de A:

$A_{11}=\begin{vmatrix}0&0\\0&1\end{vmatrix}=0$, $A_{12}=-\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}=-1$, $A_{13}=\begin{vmatrix}1&0\\0&0\end{vmatrix}=0$, $A_{21}=-\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}=-1$, $A_{22}=\begin{vmatrix}0&0\\0&1\end{vmatrix}=0$,
$A_{23}=-\begin{vmatrix}0&1\\0&0\end{vmatrix}=0$, $A_{31}=\begin{vmatrix}1&0\\0&0\end{vmatrix}=0$, $A_{32}=-\begin{vmatrix}0&0\\1&0\end{vmatrix}=0$, $A_{33}=\begin{vmatrix}0&1\\1&0\end{vmatrix}=-1$

Calculemos A^2: $A^2=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

Así pues: $X=A^{-1}\cdot\left(A^2-B\right)=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\cdot\left(\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&-1&1\\1&-1&0\\2&0&2\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1&-1\\-1&2&0\\-2&0&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&2&0\\0&1&-1\\-2&0&-1\end{pmatrix}$

b) Estudiemos los valores de k para los que el rango es máximo:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & k \\ k & k & 1 \end{vmatrix} = 4+k^2+12k-6k-2k^2-4=-k^2+6k=0 \;\Rightarrow\; k(-k+6)=0 \;\Rightarrow\; k=0\ ,\ k=6$$

- Luego para k distinto de 0 y de 6: $rg\,C=3$

- Para $k=0$: $rg\,C=2$ pues el menor de orden 2 $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}=-6\neq 0$

- Para $k=6$: $rg\,C=2$ pues el menor de orden 2 $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 6 \end{vmatrix}=12-6\neq 0$

2. *(1,5 puntos)* Determine el valor de los parámetros m y n que hacen que la recta:

$$r:\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+3y+z=3 \end{cases}$$

esté contenida en el plano:

$$\pi: mx+y+nz=4$$

SOLUCIÓN.

Si la recta r está contenida en el plano π, todos los puntos de r pertenecen a π. Obtengamos dos puntos de r:

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+3y+z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2-z \\ 2x+3y=3-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x-2y=-4+2z \\ 2x+3y=3-z \end{cases} \Rightarrow\; y=-1+z\ ,\ x=-y+2-z=1-z+2-z=3-2z$$

Para $z=0$: $x=3\ ,\ y=-1 \;\Rightarrow\; P(3,-1,0)$
Para $z=1$: $x=1\ ,\ y=0 \;\Rightarrow\; Q(1,0,1)$

Como P y Q están en el plano, verifican su ecuación:

$$P\in\pi \;\Rightarrow\; 3m-1=4 \;\Rightarrow\; m=\frac{5}{3}$$
$$Q\in\pi \;\Rightarrow\; m+n=4 \;\Rightarrow\; n=4-m=4-\frac{5}{3}=\frac{7}{3}$$

3. *(4 puntos)*

a) *(1,5 puntos)* Calcule el límite:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+1}{x}-\frac{x^3-x^2-x+2}{x^2}\right)^{\frac{3+x^2}{x}}$$

b) *(1,5 puntos)* De entre todos los triángulos rectángulos que tiene un área de $1\ cm^2$, determine el que tiene la hipotenusa de longitud mínima y proporcione las longitudes de los tres lados de ese triángulo.

c) (1 punto) Calcule el área limitada por la curva $f(x)=x^2+x$ y la recta $g(x)=x+4$.

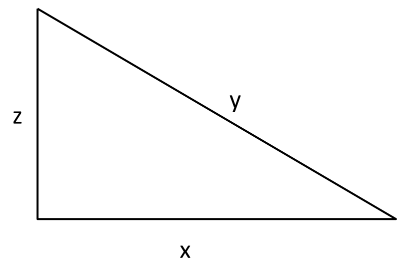
SOLUCIÓN.

a) $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x}-\frac{x^3-x^2-x+2}{x^2}\right)^{\frac{3+x^2}{x}}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3+x-x^3+x^2+x-2}{x^2}\right)^{\frac{3+x^2}{x}}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2x-2}{x^2}\right)^{\frac{3+x^2}{x}}=1^{\infty}\ \text{(indeterminación)}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2x-2}{x^2}\right)^{\frac{3+x^2}{x}}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x^2}{2x-2}}\right)^{\frac{3+x^2}{x}}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x^2}{2x-2}}\right)^{\frac{3+x^2}{x}\cdot\frac{x^2}{2x-2}\cdot\frac{2x-2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{\frac{x^2}{2x-2}}\right)^{\frac{x^2}{2x-2}}\right]^{\frac{3+x^2}{x}\cdot\frac{2x-2}{x^2}}=$$

$$= \lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{\frac{x^2}{2x-2}}\right)^{\frac{x^2}{2x-2}}\right]^{\frac{2x^3-2x^2+6x-6}{x^3}} = e^2$$

b) Sea el triángulo rectángulo de catetos "x" y "z" e hipotenusa "y".



Puesto que el área debe ser de 1 cm^2: $\frac{1}{2}x\cdot z = 1 \;\Rightarrow\; z=\frac{2}{x}$

La hipotenusa debe ser mínima: $y=\sqrt{x^2+z^2}=\sqrt{x^2+\frac{4}{x^2}}=\sqrt{\frac{x^4+4}{x^2}}$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^4+4}{x^2}}}\cdot\frac{4x^3\cdot x^2-\left(x^4+4\right)2x}{x^4} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^4+4}{x^2}}}\cdot\frac{4x^5-2x^5-8x}{x^4} =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^4+4}{x^2}}}\cdot\frac{2x^5-8x}{x^4} = 0 \;\Rightarrow\; 2x\left(x^4-4\right)=0 \;\Rightarrow$$

$x=0$ (la descartamos pues no habría triángulo)

$x^4-4=0 \;\Rightarrow\; x^4=4 \;\Rightarrow\; x^2=2 \;\Rightarrow\; x=\sqrt{2}$ cm

$$z=\frac{2}{x}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}\text{ cm}$$

Aunque no se calcule la segunda derivada para comprobar que la hipotenusa de este triángulo es mínima (los cálculos son ciertamente engorrosos), se trata de un triángulo rectángulo isósceles que es, en efecto, el de hipotenusa mínima.

La medida de la hipotenusa es $y=\sqrt{x^2+z^2}=\sqrt{2+2}=\sqrt{4}=2$ cm

c) Consideremos la función $h(x)=f(x)-g(x)=x^2+x-x-4=x^2-4$

Los puntos de corte de $h(x)$ con el eje de abscisas son: $x^2-4=0 \;\Rightarrow\; x=-2\;,\; x=2$

El área que limitan la parábola y la recta es:

$$\left|\int_{-2}^{2} h(x)\right| = \left|\int_{-2}^{2}\left(x^2-4\right)dx\right| = \left|\left[\frac{x^3}{3}-4x\right]_{-2}^{2}\right| = \left|\left(\frac{8}{3}-8\right)-\left(-\frac{8}{3}+8\right)\right| = \left|\frac{16}{3}-16\right| = \left|-\frac{32}{3}\right| = \frac{32}{3}\text{ u}^2$$

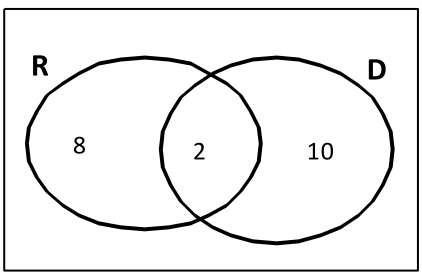
4. *(1,5 puntos)*

a) *(0,75 puntos)* En una clase de 20 alumnos, 10 estudian ruso, 12 practican algún deporte y tan solo 2 hacen ambas cosas. ¿Cuál es la probabilidad de que, al escoger un alumno al azar, si estudia ruso, practique algún deporte?

b) *(0,75 puntos)* Un tirador de pistola olímpica, tiene una probabilidad de 0,8 de hacer blanco. Si dispara 12 veces, ¿cuál es la probabilidad de que haga 10 o más blancos?. (NO es preciso finalizar los cálculos, puede dejarse indicada la probabilidad, precisando los números que la definen y sin hacer los cálculos).

SOLUCIÓN.

a) Sean R el suceso "estudia ruso" y D el suceso "practica algún deporte".



Se tiene:

$p\left(R\right)=\frac{10}{20}=0{,}5 \quad ; \quad p\left(D\right)=\frac{12}{20}=0{,}6 \quad ; \quad p\left(R\cap D\right)=\frac{2}{20}=0{,}1$

$$p\left(D/R\right)=\frac{p\left(D\cap R\right)}{p\left(R\right)}=\frac{0{,}1}{0{,}5}=0{,}2$$

b) Se trata de una situación dicotómica (hace blanco / no hace blanco) que da lugar a una distribución binomial.

En una distribución binomial la probabilidad de tener k éxitos es: $P[x=k]=\binom{n}{k}p^k\cdot q^{n-k}$

En nuestro caso, se repite la experiencia 12 veces ($n=12$), la probabilidad de hacer blanco (éxito) es $p=0{,}8$ y la del suceso contrario $q=0{,}2$.

Se tiene: $P[x\geq 10]=P[x=10]+P[x=11]+P[x=12]=\binom{12}{10}\cdot 0{,}8^{10}\cdot 0{,}2^2+\binom{12}{11}\cdot 0{,}8^{11}\cdot 0{,}2+\binom{12}{12}\cdot 0{,}8^{12}=$

$$=\frac{12!}{10!\cdot 2!}\cdot 0{,}8^{10}\cdot 0{,}2^2+\frac{12!}{11!\cdot 1!}\cdot 0{,}8^{11}\cdot 0{,}2+0{,}8^{12}=\frac{12\cdot 11}{2}\cdot 0{,}8^{10}\cdot 0{,}2^2+12\cdot 0{,}8^{11}\cdot 0{,}2+0{,}8^{12}=0{,}5583$$