Universidad de Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato
para el acceso a la Universidad
(EBAU)
Curso 2021-2022

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará sobre 2,5 puntos.
El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

1A. Un inversor ha obtenido un beneficio de 1280 euros después de invertir un total de 22000 euros en dos empresas distintas. Estos beneficios se desglosan como sigue: la cantidad invertida en la primera empresa le ha proporcionado un m% de beneficios y la cantidad invertida en la segunda empresa le ha proporcionado un 6% de beneficios.

a) **[0,5 puntos]** Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean la cantidad invertida en cada una de las dos empresas.

b) **[2 puntos]** Basándote en un estudio de la compatibilidad del sistema anterior, ¿es posible que los beneficios para la primera empresa sean del 4%? Resuelve el sistema si se supone que ese es realmente el porcentaje de beneficio para lo invertido en la primera empresa. En ese caso, ¿cuál fue la cantidad invertida en cada una de las dos empresas?

1B. En un almacén hay lavadoras y frigoríficos. Por necesidades del mercado el número de frigoríficos debe ser mayor o igual que el de lavadoras, pero no puede superar el doble del de lavadoras. Se necesitan al menos 20 frigoríficos y no hay más de 30 lavadoras disponibles para tener en el almacén. Por cada lavadora se obtiene un beneficio de 200 euros y por cada frigorífico se obtiene un beneficio de 250 euros.

a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántos electrodomésticos de cada tipo se pueden tener en el almacén para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían tener 20 lavadoras y 50 frigoríficos?

b) **[0,75 puntos]** ¿Cuántos electrodomésticos de cada tipo habría que tener para maximizar el beneficio al vender todo lo del almacén? ¿y para minimizar el número de lavadoras?

2A. El salario diario (f) de un trabajador durante los primeros cinco años en una determinada empresa se ajusta a la siguiente función, donde x representa el tiempo, en años, que lleva contratado:

$$f(x)=\begin{cases} 35 & si\ 0\le x<1 \\ 25+10x & si\ 1\le x<2 \\ -0.5x^2+4x+a & si\ 2\le x\le 5 \end{cases}$$

a) **[0,75 puntos]** Estudia la continuidad de la función, determinando el valor de a para que dicha función sea continua en todo su dominio.

b) **[1,75 puntos]** Considerando el valor de a obtenido en el apartado anterior, estudia y representa gráficamente la función f en todo su dominio. ¿En qué momento el salario fue máximo? ¿y mínimo?

2B. Dada la función $f(x) = x^2 - 2x - 3$, se pide:

a) **[0,5 puntos]** Encontrar la primitiva F de f verificando que F(0) = 0.
b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre x = –3 y x = 4.

3A. El 30% de los estudiantes de un instituto hace deporte. De los que hacen deporte, el 40% toca un instrumento y de los que no hacen deporte, una cuarta parte toca un instrumento. Elegido un estudiante de ese instituto al azar:

a) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que haga deporte, pero no toque un instrumento?
b) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que haga deporte o toque un instrumento?

3B. Una empresa tiene contratados dos operarios, Eva y Juan, para producir determinadas piezas. Eva realiza el 60% de la producción de esas piezas y el resto lo realiza Juan. Eva obtiene una pieza defectuosa el 10% de las veces, subiendo ese porcentaje hasta el 25% en el caso de Juan.

a) **[1,25 puntos]** Seleccionada una pieza al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?
b) **[1,25 puntos]** Si se encuentra una pieza defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido hecha por Juan?

4A Se quiere hacer un estudio para estimar la proporción de personas que han viajado a América.

a) **[1 punto]** ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse la verdadera proporción de personas que han viajado a América a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0,05 y un nivel de confianza del 90%?
b) **[1,5 puntos]** En una muestra aleatoria de 2000 personas, se sabe que 600 han viajado a América. En función de esta muestra obtén, con un nivel de confianza del 90 %, un intervalo para estimar la proporción poblacional de personas que han viajado a América.

4B. La duración de un tipo de pila, en horas, sigue una distribución normal con desviación típica de 80 horas.

a) **[1,5 puntos]** Construye un intervalo de confianza, con un nivel de confianza del 99 %, para la duración media de ese tipo de pila, a partir de una muestra de 100 pilas, en la que se ha obtenido que la suma de las duraciones de todas ellas ha sido de 55000 horas.
b) **[1 punto]** Si el tamaño muestral siguiese siendo de 100 pilas, pero la media aumenta, ¿qué le ocurriría a los extremos del intervalo anterior? ¿aumentarían o disminuirían? Y si la media siguiese siendo la misma, pero el tamaño muestral hubiese aumentado, ¿qué le ocurriría a la amplitud del intervalo anterior? ¿aumentaría o disminuiría?

---

* Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: F(1,28) = 0,90; F(1,64) = 0,95; F(1,96) = 0,975; F(2,33) = 0,99 y F(2,58) = 0,995.

SOLUCIONES:

1A. Un inversor ha obtenido un beneficio de 1280 euros después de invertir un total de 22000 euros en dos empresas distintas. Estos beneficios se desglosan como sigue: la cantidad invertida en la primera empresa le ha proporcionado un m% de beneficios y la cantidad invertida en la segunda empresa le ha proporcionado un 6% de beneficios.
a) **[0,5 puntos]** Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean la cantidad invertida en cada una de las dos empresas.
b) **[2 puntos]** Basándote en un estudio de la compatibilidad del sistema anterior, ¿es posible que los beneficios para la primera empresa sean del 4%? Resuelve el sistema si se supone que ese es realmente el porcentaje de beneficio para lo invertido en la primera empresa. En ese caso, ¿cuál fue la cantidad invertida en cada una de las dos empresas?

a) Llamamos "x" a lo invertido en la primera empresa e "y" a lo invertido en la segunda.

"*Los beneficios son de 1280 €, siendo un m % de beneficios en lo invertido en la primera empresa y un 6 % de beneficios en lo invertido en la segunda*" → $\frac{mx}{100}+\frac{6y}{100}=1280$

"*Ha invertido 22000 € en las dos empresas*" → $x+y=22000$

Reunimos las dos ecuaciones en un sistema:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{mx}{100}+\frac{6y}{100}=1280\\ x+y=22000\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}mx+6y=128000\\ x+y=22000\end{array}\right\}$$

b) Transformamos el sistema en otro equivalente más sencillo.

$$\left.\begin{array}{l}mx+6y=128000\\ x+y=22000\end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\text{Ecuación 1ª} - 6\cdot\text{Ecuación 2ª}\\ \begin{array}{lll}mx & +6y & =128000\\ -6x & -6y & =-132000\\ \hline (m-6)x & & =-4000\end{array}\rightarrow\text{Nueva ecuación 2ª}\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}mx+6y=128000\\ (m-6)x=-4000\end{array}\right\}$$

El sistema es incompatible si $m = 6$, pues quedaría $\left.\begin{array}{l}6x+6y=128000\\ 0=-4000\end{array}\right\}$ ¡Igualdad imposible!

Si m ≠ 6 el sistema es compatible determinado.

Resolvemos el sistema que queda cuando m = 4.

$$\left.\begin{array}{l}4x+6y=128000\\ -2x=-4000\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}4x+6y=128000\\ \boxed{x=\frac{-4000}{-2}=2000}\end{array}\right\}\Rightarrow 8000+6y=128000\Rightarrow 6y=120000\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{120000}{6} = 20000}$$

Se invierten 2000 € en la primera empresa y 20000 € en la segunda.

1B. En un almacén hay lavadoras y frigoríficos. Por necesidades del mercado el número de frigoríficos debe ser mayor o igual que el de lavadoras, pero no puede superar el doble del de lavadoras. Se necesitan al menos 20 frigoríficos y no hay más de 30 lavadoras disponibles para tener en el almacén. Por cada lavadora se obtiene un beneficio de 200 euros y por cada frigorífico se obtiene un beneficio de 250 euros.
a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántos electrodomésticos de cada tipo se pueden tener en el almacén para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían tener 20 lavadoras y 50 frigoríficos?
b) **[0,75 puntos]** ¿Cuántos electrodomésticos de cada tipo habría que tener para maximizar el beneficio al vender todo lo del almacén? ¿y para minimizar el número de lavadoras?

a) Llamamos "x" al número de lavadoras. "y" al número de frigoríficos.

"El número de frigoríficos debe ser mayor o igual que el de lavadoras, pero no puede superar el doble del de lavadoras" → $y \geq x; y \leq 2x$
"Se necesitan al menos 20 frigoríficos y no hay más de 30 lavadoras" → $y \geq 20;\ x \leq 30$
Las cantidades deben ser positivas → $x \geq 0;\ \ y \geq 0$

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} y \geq x \\ y \leq 2x \\ y \geq 20 \\ x \leq 30 \\ x \geq 0;\ \ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

Dibujamos la región factible que es la región del plano que contiene los puntos que cumplen todas las restricciones.
Dibujamos las rectas asociadas a cada inecuación.

$y = x$

x	$y = x$
0	0
20	20

$y = 2x$

x	$y = 2x$
0	0
20	40

$y = 20$

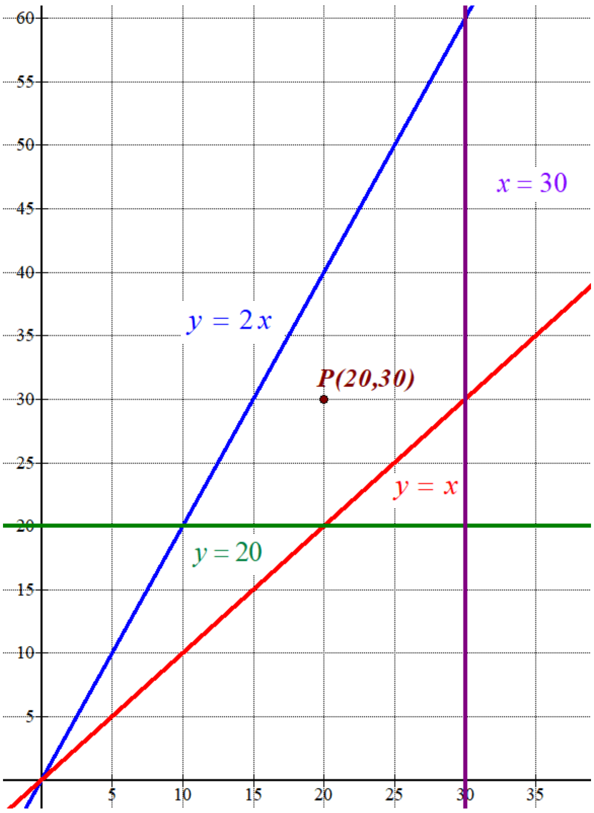
x	$y = 20$
0	20
20	20

$x = 30$

Recta vertical

$x \geq 0;\ \ y \geq 0$

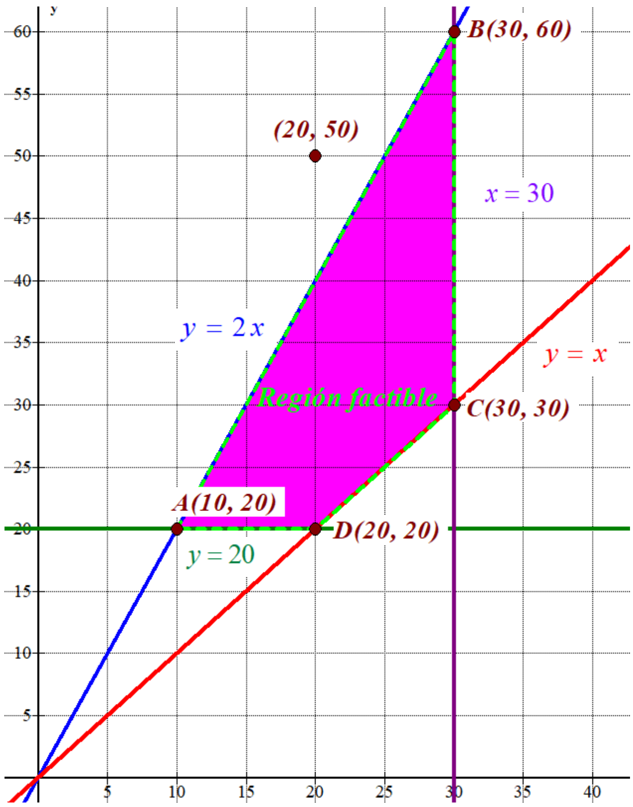
Primer cuadrante



Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} y \geq x \\ y \leq 2x \\ y \geq 20 \\ x \leq 30 \\ x \geq 0;\ \ y \geq 0 \end{array}\right\}$ la región que contiene las soluciones del sistema es la región del primer cuadrante situada por debajo de la recta azul y por encima de la recta roja y de la recta horizontal verde y a la izquierda de la recta vertical violeta.
Comprobamos que el punto P(20, 30) perteneciente a esta región cumple las restricciones:

$$\left.\begin{array}{l} 30 \geq 20 \\ 30 \leq 2 \cdot 20 \\ 30 \geq 20 \\ 20 \leq 30 \\ 20 \geq 0;\ \ 30 \geq 0 \end{array}\right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

La coloreamos de rosa en el siguiente dibujo.



El punto (20, 50) no pertenece a la región factible, por lo que no se pueden tener 20 lavadoras y 50 frigoríficos en el almacén.

b) Deseamos maximizar el beneficio que viene dado por la expresión: $B(x, y) = 200x + 250y$

Para encontrar el beneficio máximo valoramos la función en cada uno de sus vértices:

A(10,20) → $B(10,20) = 2000 + 5000 = 7000$

B(30,60) → $B(30,60) = 6000 + 15000 = 21000$ ¡Máximo!

C(30, 30) → $B(30,30) = 6000 + 7500 = 13500$

D(20,20) → $B(20,20)=4000+5000=9000$

El máximo beneficio es de 21000 € y se obtiene en el vértice B(30, 60) lo que significa tener 30 lavadoras y 60 frigoríficos.

Si se desea minimizar el número de lavadoras la función objetivo sería $f(x,y)=x$.
Esta función alcanza su valor mínimo en el punto con primera coordenada más pequeña y ese punto es el A(10, 20). Es decir, teniendo en el almacén 10 lavadoras y 20 frigoríficos.

2A. El salario diario (f) de un trabajador durante los primeros cinco años en una determinada empresa se ajusta a la siguiente función, donde x representa el tiempo, en años, que lleva contratado:

$$f(x)=\begin{cases} 35 & si\ 0\le x<1 \\ 25+10x & si\ 1\le x<2 \\ -0.5x^2+4x+a & si\ 2\le x\le 5 \end{cases}$$

a) **[0,75 puntos]** Estudia la continuidad de la función, determinando el valor de a para que dicha función sea continua en todo su dominio.

b) **[1,75 puntos]** Considerando el valor de a obtenido en el apartado anterior, estudia y representa gráficamente la función f en todo su dominio. ¿En qué momento el salario fue máximo? ¿y mínimo?

a) La función es continua en cada intervalo de definición. Comprobamos si lo es en cada cambio de definición.

¿En x = 1 es continua?

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-} 35=35 \\ \lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+} 25+10x=25+10=35 \\ f(1)=25+10=35 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^+} f(x)=f(1)=35$$

La función f(x) es continua en x = 1.

¿En x = 2 es continua?

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-} 25+10x=45 \\ \lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+} -0.5x^2+4x+a=-0.5\cdot 2^2+4\cdot 2+a=6+a \\ f(2)=6+a \\ \lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^+} f(x)=f(2) \end{array}\right\} \Rightarrow 6+a=45 \Rightarrow \boxed{a=39}$$

La función f(x) es continua en x = 2 si a = 39.

Para que la función sea continua en todo su dominio debe ser a = 39.

b) Para a = 39 la función queda:

$$f(x)=\begin{cases} 35 & si\ 0\le x<1 \\ 25+10x & si\ 1\le x<2 \\ -0.5x^2+4x+39 & si\ 2\le x\le 5 \end{cases}$$

La primera rama (entre 0 y 1) es una recta horizontal. La segunda rama (entre 1 y2) es una recta con pendiente 10 ($y=25+10x$) y la tercera rama (entre 2 y 5) es una parábola ($y=-0.5x^2+4x+39$).

Averiguamos las coordenadas del vértice de la parábola.

$$y'=-x+4$$

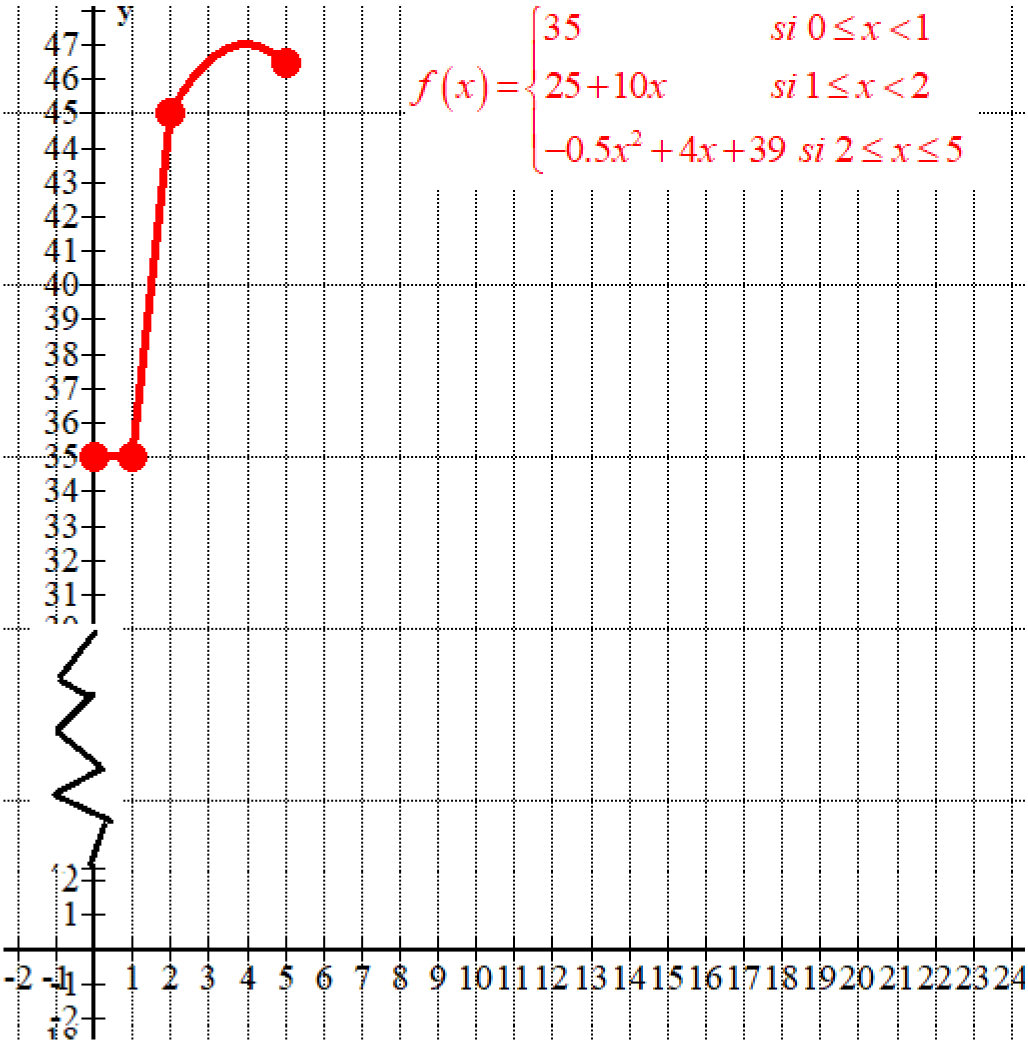
$$y'=0 \Rightarrow -x+4=0 \Rightarrow \boxed{x=4}\ Vértice$$

Hacemos una tabla de valores en cada intervalo de definición.

$0 \leq x < 1$	$y = 35$
0	35
0.5	35

$1 \leq x < 2$	$y = 25 + 10x$
1	35
1.5	40

$2 \leq x \leq 5$	$y = -0.5x^2 + 4x + 39$
2	$-2+8+39=45$
3	$-4.5+12+39=46.5$
4	$-8+16+39=47$ *Vértice*
5	$-12.5+20+39=46.5$



El salario máximo se produce en el vértice de la parábola x = 4 (al cuarto año) y el mínimo en los años 0 y 1.

2B. Dada la función $f(x)=x^2-2x-3$, se pide:

a) **[0,5 puntos]** Encontrar la primitiva F de f verificando que F(0) = 0.
b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre x = –3 y x = 4.

a)

$$F(x)=\int f(x)dx=\int x^2-2x-3dx=\frac{x^3}{3}-x^2-3x+K$$

Como debe ser F(0) = 0.

$$\left.\begin{array}{l} F(x)=\frac{x^3}{3}-x^2-3x+K \\ F(0)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{0^3}{3}-0^2-3\cdot 0+K=0 \Rightarrow K=0$$

$$\boxed{F(x)=\frac{x^3}{3}-x^2-3x}$$

b) La gráfica de la función es una parábola. Hallamos su vértice o mínimo relativo.

$$f(x)=x^2-2x-3 \Rightarrow f'(x)=2x-2$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 2x-2=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

En el intervalo $(-\infty,1)$ tomamos *x* = *0* y la derivada vale $f'(0)=-2<0$. La función decrece en $(-\infty,1)$.

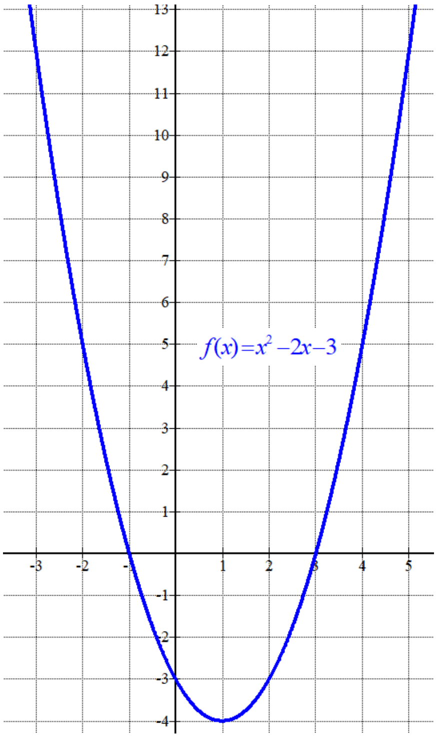
En el intervalo $(1,+\infty)$ tomamos *x* = *2* y la derivada vale $f'(2)=4-2=2>0$. La función crece en $(-\infty,1)$.

La función presenta un mínimo relativo en x = 1.

Como $f(1)=1^2-2-3=-4$ las coordenadas del mínimo relativo son (1, –4).

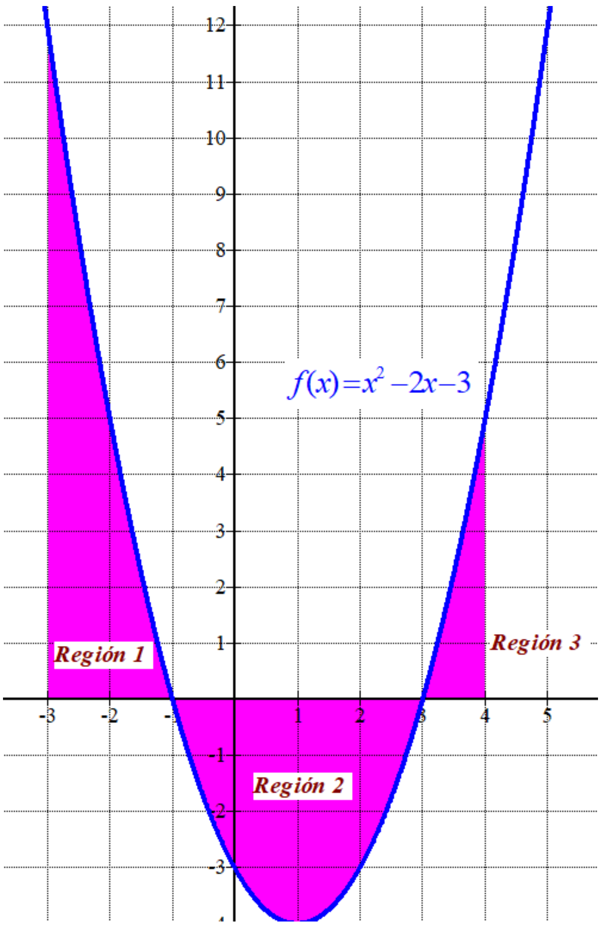
Hacemos una tabla de valores.

x	$y=x^2-2x-3$
-1	$(-1)^2-2(-1)-3=0$
0	-3
1	-4 *Vértice*
2	-3
3	0



Los puntos de corte con los ejes son x = –1, x = 3.

El área de la región limitada por la curva y el eje X entre x = –3 y x = 4 es la suma del área de tres regiones que calculamos por separado.



$$\text{Área región}1=\left|\int_{-3}^{-1} x^2-2x-3dx\right|=\left|\left[\frac{x^3}{3}-x^2-3x\right]_{-3}^{-1}\right|=$$

$$=\left|\left[\frac{(-1)^3}{3}-(-1)^2-3(-1)\right]-\left[\frac{(-3)^3}{3}-(-3)^2-3(-3)\right]\right|=-\frac{1}{3}-1+3+9+9-9=\boxed{\frac{32}{3}u^2}$$

$$\text{Área región}\,2=\left|\int_{-1}^{3} x^2-2x-3dx\right|=\left|\left[\frac{x^3}{3}-x^2-3x\right]_{-1}^{3}\right|=$$

$$=\left|\left[\frac{3^3}{3}-3^2-3\cdot 3\right]-\left[\frac{(-1)^3}{3}-(-1)^2-3(-1)\right]\right|=\left|9-9-9+\frac{1}{3}+1-3\right|=\boxed{\frac{32}{3}u^2}$$

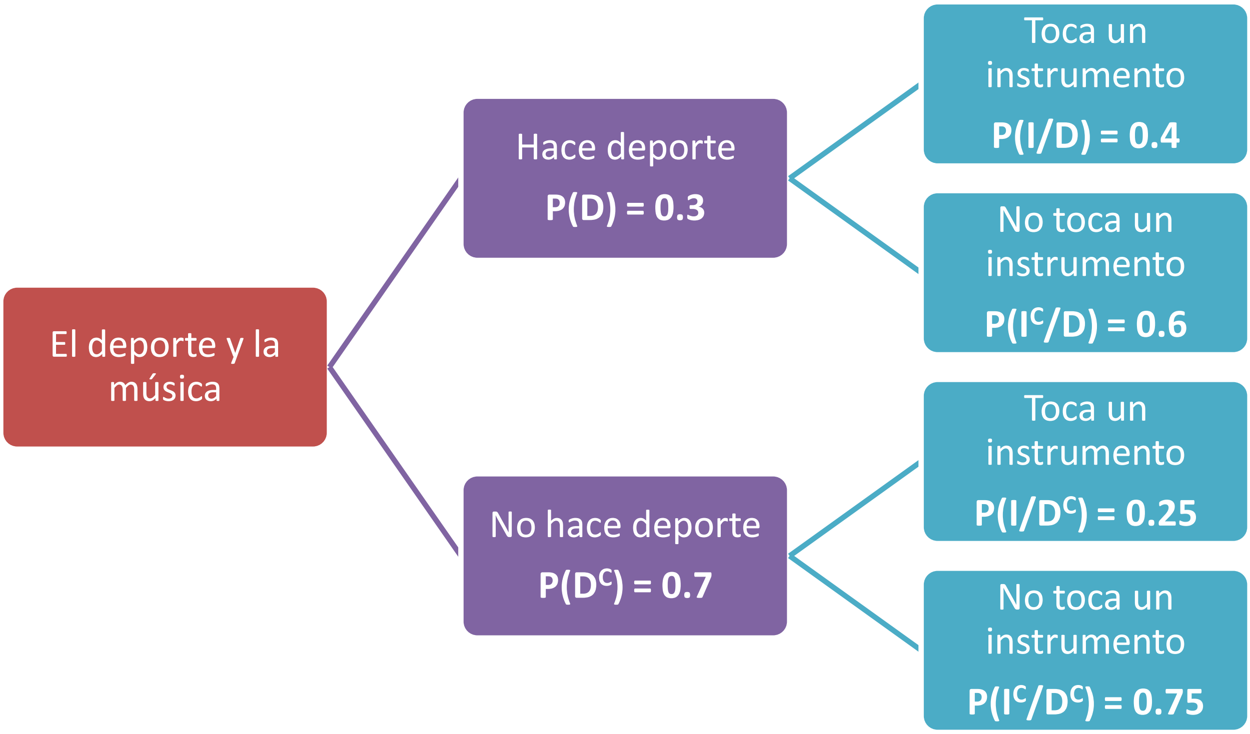
$$\text{Área región}\,3=\left|\int_{3}^{4} x^2-2x-3dx\right|=\left|\left[\frac{x^3}{3}-x^2-3x\right]_{3}^{4}\right|=$$

$$=\left|\left[\frac{4^3}{3}-4^2-3\cdot 4\right]-\left[\frac{3^3}{3}-3^2-3\cdot 3\right]\right|=\frac{64}{3}-16-12-9+9+9=\boxed{\frac{7}{3}u^2}$$

El área total es la suma de las tres áreas calculadas: $\frac{32}{3}+\frac{32}{3}+\frac{7}{3}=\boxed{\frac{71}{3}\simeq 23.67\,u^2}$

3A. El 30% de los estudiantes de un instituto hace deporte. De los que hacen deporte, el 40% toca un instrumento y de los que no hacen deporte, una cuarta parte toca un instrumento. Elegido un estudiante de ese instituto al azar:
a) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que haga deporte, pero no toque un instrumento?
b) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que haga deporte o toque un instrumento?

Llamamos D = "Hace deporte", I = "Toca un instrumento"
Realizamos un diagrama de árbol.



a) $P\left(D\cap I^C\right)=P(D)P\left(I^C/D\right)=0.3\cdot 0.6=\boxed{0.18}$

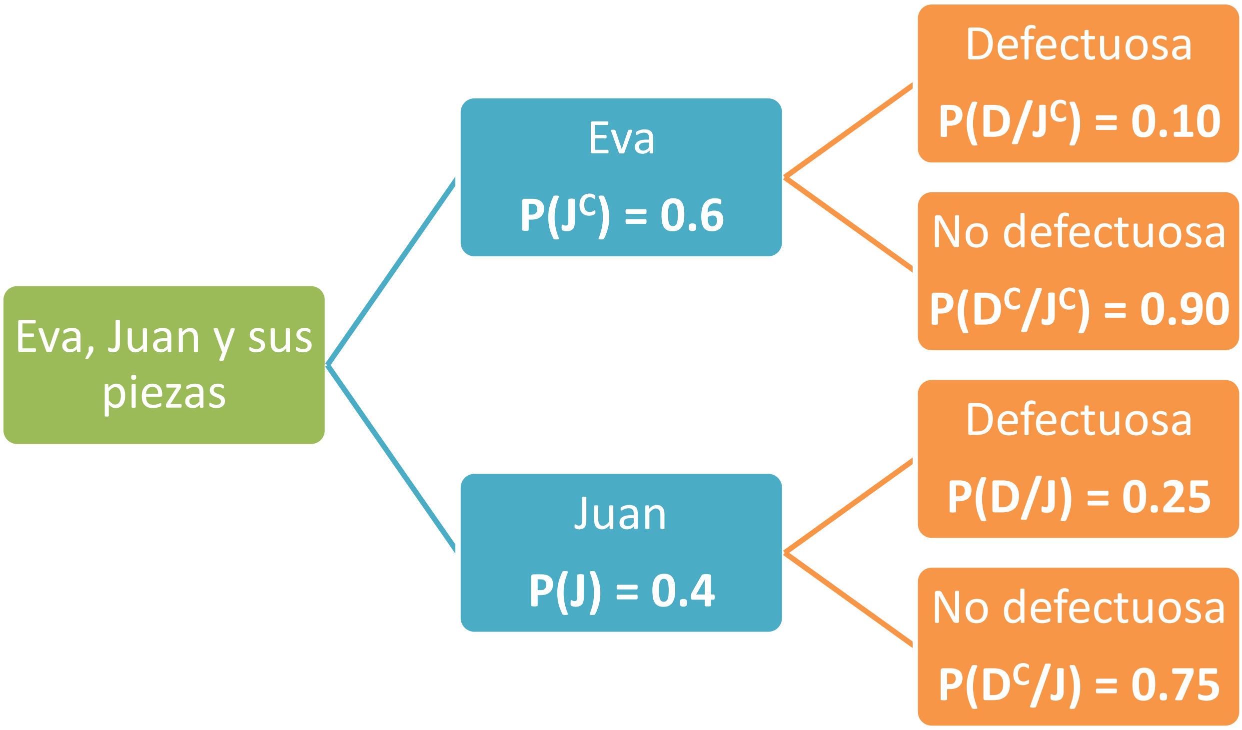
b) $P\left(D\cup I\right)=P(D)+P\left(D^C\right)P\left(I/D^C\right)=0.3+0.7\cdot 0.25=\boxed{0.475}$

También se puede hacer utilizando el suceso contrario a "haga deporte o toque un instrumento" que es "Ni hace deporte ni toca ningún instrumento".

$$P\left(D\cup I\right)=1-P\left(\left(D\cup I\right)^C\right)1-P\left(D^C\cap I^C\right)=1-P\left(D^C\right)P\left(I^C/D^C\right)=1-0.7\cdot 0.75=\boxed{0.475}$$

3B. Una empresa tiene contratados dos operarios, Eva y Juan, para producir determinadas piezas. Eva realiza el 60% de la producción de esas piezas y el resto lo realiza Juan. Eva obtiene una pieza defectuosa el 10% de las veces, subiendo ese porcentaje hasta el 25% en el caso de Juan.
a) **[1,25 puntos]** Seleccionada una pieza al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?
b) **[1,25 puntos]** Si se encuentra una pieza defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido hecha por Juan?

Llamamos J = "Pieza hecha por Juan", J^C = "Pieza hecha por Eva". D = "Pieza defectuosa"
Realizamos un diagrama de árbol.



a) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(D) = P(J^C)P(D/J^C) + P(J)P(D/J) = 0.6\cdot 0.10 + 0.4\cdot 0.25 = \boxed{0.16}$$

b) Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(J/D) = \frac{P(J\cap D)}{P(D)} = \frac{P(J)P(D/J)}{P(D)} = \frac{0.4\cdot 0.25}{0.16} = \boxed{0.625}$$

4A Se quiere hacer un estudio para estimar la proporción de personas que han viajado a América.
a) **[1 punto]** ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse la verdadera proporción de personas que han viajado a América a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0,05 y un nivel de confianza del 90%?
b) **[1,5 puntos]** En una muestra aleatoria de 2000 personas, se sabe que 600 han viajado a América. En función de esta muestra obtén, con un nivel de confianza del 90 %, un intervalo para estimar la proporción poblacional de personas que han viajado a América.

a) Buscamos en la tabla de la normal para un nivel de confianza del 90% el $z_{\alpha/2}$.

1 – ∝ = 0,90 → ∝ = 0,1 →∝/2 = 0'05 →1 – ∝/2 = 0,95 → $z_{\alpha/2}$ = **1,64**

* Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: F(1,28) = 0,90; **F(1,64) = 0,95**; F(1,96) = 0,975; F(2,33) = 0,99 y F(2,58) = 0,995.

Como la proporción muestral no es conocida consideramos $p = 0'5$ y $1-p = 1-0,5 = 0,5$
El error sigue la fórmula:

$$Error = z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} = 1.64\cdot\sqrt{\frac{0.5\cdot 0.5}{n}} = 0,05 \Rightarrow \sqrt{\frac{0.25}{n}} = \frac{0.05}{1.64} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{0.25}{n} = \left(\frac{0.05}{1.64}\right)^2 \Rightarrow n = \frac{0.25}{\left(\frac{0.05}{1.64}\right)^2} = 268.96$$

Debemos de tomar una muestra de un mínimo de 269 personas.

b) Ya hemos obtenido $z_{\alpha/2}$ para el nivel de confianza del 90 %: $z_{\alpha/2} = 1.64$

La proporción muestral es $p = \frac{600}{2000} = 0.3$ y $1-p = 1-0.3 = 0.7$

$$Error = z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} = 1.64\cdot\sqrt{\frac{0.3\cdot 0.7}{2000}} \simeq 0.0168$$

El intervalo de confianza será:

$$\left(p - Error,\ p + Error\right) = (0.3-0.0168,\ 0.3+0.0168) = (0.2832,\ 0.3168)$$

Así pues, tenemos una confianza del 90% de que el verdadero porcentaje de personas que ha viajado a América está entre el 28,32% y el 31,68 %.

4B. La duración de un tipo de pila, en horas, sigue una distribución normal con desviación típica de 80 horas.
a) **[1,5 puntos]** Construye un intervalo de confianza, con un nivel de confianza del 99 %, para la duración media de ese tipo de pila, a partir de una muestra de 100 pilas, en la que se ha obtenido que la suma de las duraciones de todas ellas ha sido de 55000 horas.
b) **[1 punto]** Si el tamaño muestral siguiese siendo de 100 pilas, pero la media aumenta, ¿qué le ocurriría a los extremos del intervalo anterior? ¿aumentarían o disminuirían? Y si la media siguiese siendo la misma, pero el tamaño muestral hubiese aumentado, ¿qué le ocurriría a la amplitud del intervalo anterior? ¿aumentaría o disminuiría?

* Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: F(1,28) = 0,90; F(1,64) = 0,95; F(1,96) = 0,975; F(2,33) = 0,99 y **F(2,58) = 0,995**.

Sea X = La duración de un tipo de pila, en horas.
X = N(μ, 80)

a) Media muesral = $\bar{x} = \frac{55000}{100} = 550\, horas$; Tamaño de la muestra = $n = 100$

El nivel de confianza del 99% significa que

1 – ∝ = 0,99 → ∝ = 0,01 →∝/2 = 0’005 →1 – ∝/2 = 0,995 → $z_{\alpha/2}$ = **2.58**

El error es

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow E = 2.58 \cdot \frac{80}{\sqrt{100}} = 20.64\, horas$$

El intervalo de confianza para la media de la población es:

$$\left(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error\right) = \left(550 - 20.64, 550 + 20.64\right) = \left(529.36, 570.64\right)$$

Es decir, tenemos una confianza del 99% de que la duración media está entre 529,36 y 570,64 horas.

b) Si la media muestral aumentase, según vimos en la expresión del intervalo de confianza del apartado anterior, ambos extremos del intervalo aumentarían en la misma cantidad. Lo cual es lógico, puesto que, si la media en la muestra es mayor, esperaríamos valores mayores para la media poblacional.
En cambio, si la media muestral se conserva, pero el tamaño muestral aumenta (por ejemplo, considerando 1000 pilas con una duración media de 550 horas), de nuevo si vamos a la expresión del intervalo de confianza, vamos que la amplitud es $z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, con lo que, al dividir entre un número mayor, la amplitud disminuiría. De nuevo esto es lógico, puesto que, al tener más información, el intervalo esperamos que sea más preciso.