Universidad de Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato
para el acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2020-2021

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará sobre 2,5 puntos.

El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

1A. Un hotel compra azúcar y sal a su proveedor habitual. El azúcar lo compra a 7m euros el kilogramo y la sal a 2m euros el kilogramo. La última compra ha sido de 22,5 kilogramos en total, entre azúcar y sal, y por ella ha pagado 98m euros.

a) **[0,5 puntos]** Plantea un sistema de ecuaciones (en función de *m*) donde las incógnitas *x* e *y* sean las cantidades de azúcar y de sal compradas.

b) **[2 puntos]** Basándote en un estudio de la compatibilidad del sistema anterior, ¿es posible que el precio de la sal fuese 0,2 euros por kilogramo? Resuelve el sistema si se supone que ese es realmente el precio de la sal. ¿Cuántos kilogramos compró de azúcar en tal caso?

1B. Una empresa monta dos tipos de palés. Cada palé tipo A requiere 3 horas de preparación en el taller T1 y 4 horas de preparación en el taller T2. Cada palé tipo B requiere 1 hora de preparación en el taller T1 y 3 horas de preparación en el taller T2. Cada semana, se dispone de un total de 30 horas de uso del taller T1 y de 60 horas de uso del taller T2. Cada palé tipo A contiene 1 caja y cada palé tipo B contiene 2 cajas, existiendo un compromiso comercial de entregar al menos 4 cajas semanales.

a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántos palés de cada tipo puede preparar en una semana para cumplir con todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría preparar 4 palés de cada tipo en una semana?

b) **[0,75 puntos]** Si se obtiene un beneficio neto de 2000 euros con la venta de cada palé tipo A y de 1000 euros con cada palé tipo B, ¿cuántos debería preparar de cada tipo para maximizar el beneficio neto? ¿a cuánto ascendería dicho beneficio?

2A. Dada la función $f(x)=\dfrac{a\cdot x}{3\cdot x^2+1}$, se pide:

a) **[0,5 puntos]** Encontrar el valor de *a* que verifica que $F(0) = 0$ y $F(1)=\dfrac{4}{3}\cdot\ln(4)$, donde *F* denota una primitiva de *f* .

b) **[2 puntos]** Suponiendo el valor de *a* obtenido en el apartado anterior, estudiar y representar gráficamente la función *f* en todo su dominio y calcular el área limitada por la curva y el eje *X* entre $x = -1$ y $x = 1$.

2B. Se ha investigado el tiempo en minutos (*f*) que se tarda en realizar cierta prueba de atletismo en función del tiempo de entrenamiento en días (x) de los deportistas, obteniéndose que:

$$f(x) = 2 + \frac{300}{x+30}, \qquad x \geq 0$$

a) **[2 puntos]** Estudia y representa gráficamente la función *f* en todo su dominio. ¿Aumenta en algún momento el tiempo que se tarda en realizar la prueba?

b) **[0,5 puntos]** Por mucho que entrene un deportista, ¿será capaz de hacer la prueba en menos de 2 minutos? ¿Cuánto tiempo hay que entrenar para realizar la prueba en menos de 4 minutos?

3A. Cierto estudio de mercado revela que el 45% de los entrevistados consume el producto A y el 60% de los entrevistados consume el producto B. Además se obtiene que el porcentaje de entrevistados que consume ambos productos es del 20%. Si seleccionamos al azar un individuo de los entrevistados,

a) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que consuma el producto A, pero no consuma el producto B?

b) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que consuma alguno de los dos productos?

3B. Los estudiantes de un instituto pueden optar por cursar inglés o francés. En un determinado curso hay 500 estudiantes, de los que 460 estudian inglés y el resto francés. La mitad de los estudiantes que estudian inglés son mujeres. De los que estudian francés, el 75% son mujeres.

a) **[1,25 puntos]** Elegido un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

b) **[1,25 puntos]** Elegida una estudiante al azar entre las mujeres, ¿cuál es la probabilidad de que estudie francés?

4A Antes de un referéndum, se desea realizar un estudio para estimar los resultados del mismo. *

a) **[1 punto]** ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse la verdadera proporción de personas que votarían SÍ a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0,04 y un nivel de confianza del 99%?

b) **[1,5 puntos]** En una muestra aleatoria de 500 votantes se obtuvo que 100 de ellos tienen la intención de votar SÍ. En función de esta muestra obtén, con un nivel de confianza del 99%, un intervalo para estimar la proporción de personas que votarían SÍ en el referéndum.

4B. El tiempo de renovación de un teléfono móvil, expresado en años, se puede aproximar mediante una distribución normal con desviación típica 0,4 años.*

a) **[1,5 puntos]** Si se toma una muestra aleatoria de 600 usuarios y se obtiene que el tiempo medio de renovación de sus teléfonos fue de 1,8 años, construye a partir de dicha muestra un intervalo de confianza para el tiempo medio de renovación, al 90% de confianza.

b) [1 punto] ¿Cuál seria el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero tiempo medio de renovación a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 0,03 años y un nivel de confianza del 90%?

---

* Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: F(1,28) = 0,90; F(1,64) = 0,95; F(1,96) = 0,975; F(2,33) = 0,99 y F(2,58) = 0,995.

SOLUCIONES:

1A. Un hotel compra azúcar y sal a su proveedor habitual. El azúcar lo compra a 7m euros el kilogramo y la sal a 2m euros el kilogramo. La última compra ha sido de 22,5 kilogramos en total, entre azúcar y sal, y por ella ha pagado 98m euros.

a) **[0,5 puntos]** Plantea un sistema de ecuaciones (en función de *m*) donde las incógnitas *x* e *y* sean las cantidades de azúcar y de sal compradas.

b) **[2 puntos]** Basándote en un estudio de la compatibilidad del sistema anterior, ¿es posible que el precio de la sal fuese 0,2 euros por kilogramo? Resuelve el sistema si se supone que ese es realmente el precio de la sal. ¿Cuántos kilogramos compró de azúcar en tal caso?

a) Llamamos "x" a los kilos de azúcar que compra el hotel e "y" a los kilos de sal.

"*La última compra ha sido de 22,5 kilogramos en total*" → $x+y=22,5$

"*El azúcar lo compra a 7m euros el kilogramo y la sal a 2m euros el kilogramo. La última compra ha pagado 98m euros*" → $7mx+2my=98m$

Reunimos las ecuaciones en un sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=22,5 \\ 7mx+2my=98m \end{array}\right\}$$

b) Estudiamos la compatibilidad del sistema en función del valor de "m"

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 7m & 2m \end{pmatrix} \Rightarrow |A|=\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 7m & 2m \end{vmatrix}=2m-7m=-5m$$

$$|A|=0 \Rightarrow -5m=0 \Rightarrow m=0$$

Existen dos posibilidades:

Si $m=0$ el sistema queda $\left.\begin{array}{l} x+y=22,5 \\ 0=0 \end{array}\right\}$ El sistema es compatible indeterminado, aunque es una situación absurda pues el precio del azúcar y la sal es 0 euros.

Si $m\neq 0$ el determinante de A es no nulo, su rango es 2, al igual que el rango de la matriz ampliada A/B y el número de incógnitas. El sistema es compatible determinado (tiene solución única).

Por lo que si el precio de la sal es 0,2 € por kg el valor de *m* será 0,1 y el sistema será compatible determinado. Lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=22,5 \\ 0,7x+0,2y=9,8 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=22,5-y \\ 7x+2y=98 \end{array}\right\} \Rightarrow 7(22,5-y)+2y=98 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 157,5-7y+2y=98 \Rightarrow 59,5=5y \Rightarrow \boxed{y=\frac{59,5}{5}=11,9} \Rightarrow \boxed{x=22,5-11,9=10,6}$$

Compró 10,6 kg de azúcar.

1B. Una empresa monta dos tipos de palés. Cada palé tipo A requiere 3 horas de preparación en el taller T1 y 4 horas de preparación en el taller T2. Cada palé tipo B requiere 1 hora de preparación en el taller T1 y 3 horas de preparación en el taller T2. Cada semana, se dispone de un total de 30 horas de uso del taller T1 y de 60 horas de uso del taller T2. Cada palé tipo A contiene 1 caja y cada palé tipo B contiene 2 cajas, existiendo un compromiso comercial de entregar al menos 4 cajas semanales.

a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántos palés de cada tipo puede preparar en una semana para cumplir con todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría preparar 4 palés de cada tipo en una semana?

b) **[0,75 puntos]** Si se obtiene un beneficio neto de 2000 euros con la venta de cada palé tipo A y de 1000 euros con cada palé tipo B, ¿cuántos debería preparar de cada tipo para maximizar el beneficio neto? ¿a cuánto ascendería dicho beneficio?

a) Llamamos "x" a los palés tipo A que se preparan por semana. "y" al número de palés tipo B. Hacemos una tabla con los datos del problema.

	Horas en taller T1	Horas en taller T2	
Nº palés A (x)	3x	4x	
Nº palés B (y)	y	3y	
TOTALES	$3x+y$	$4x+3y$	

"*Cada semana, se dispone de un total de 30 horas de uso del taller T1*" → $3x+y\le 30$

"*Cada semana, se dispone de un total de 60 horas de uso del taller T2*" → $4x+3y\le 60$

"*Cada palé tipo A contiene 1 caja y cada palé tipo B contiene 2 cajas, existiendo un compromiso comercial de entregar al menos 4 cajas semanales*" → $x+2y\ge 4$

Las cantidades deben ser positivas → $x\ge 0;\ \ y\ge 0$

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} 3x+y\le 30 \\ 4x+3y\le 60 \\ x+2y\ge 4 \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Dibujamos la región factible que es la región del plano que contiene los puntos que cumplen todas las restricciones.
Dibujamos las rectas asociadas a cada inecuación.

$3x+y=30$

x	$y=30-3x$
6	12
10	0

$4x+3y=60$

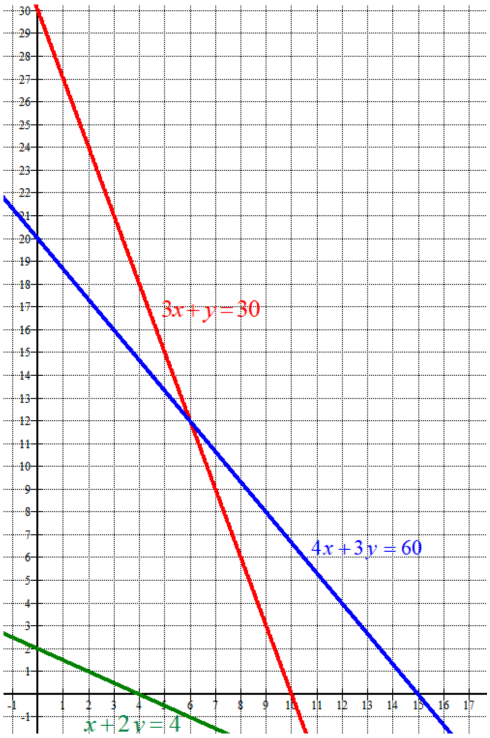
x	$y=\dfrac{60-4x}{3}$
6	12
15	0

$x+2y=4$

x	$y=\dfrac{4-x}{2}$
0	2
4	0

$x\ge 0;\ \ y\ge 0$

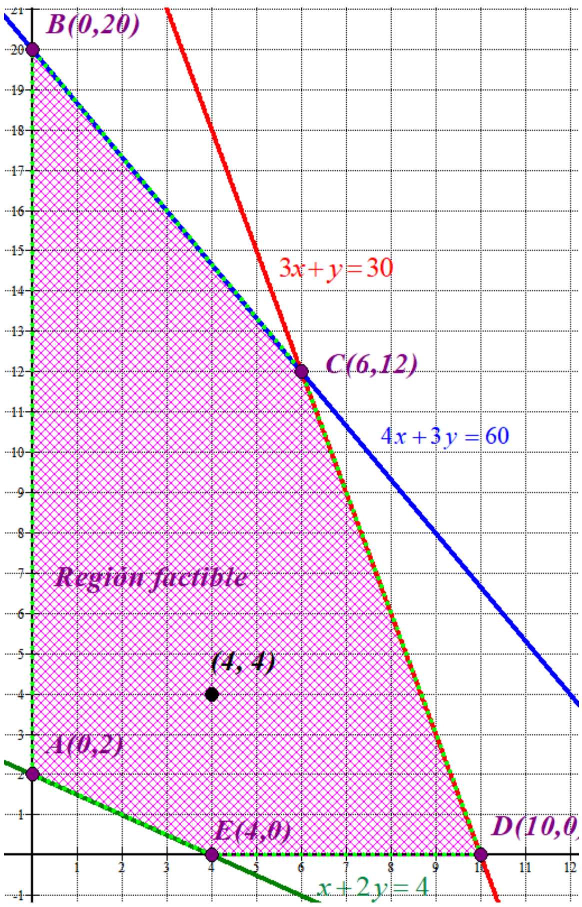
Primer cuadrante



Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} 3x+y\leq 30 \\ 4x+3y\leq 60 \\ x+2y\geq 4 \\ x\geq 0;\ \ y\geq 0 \end{array}\right\}$ la región que contiene las soluciones del sistema es la región del primer cuadrante situada por debajo de las rectas roja y azul y por encima de la recta verde.

La coloreamos de rosa en el siguiente dibujo.

4 palés de cada tipo es el punto (4, 4) que si está contenido en la región factible y si cumple las restricciones.



b) Deseamos maximizar el beneficio que viene dado por la expresión:

$$B(x,y)=2000x+1000y$$

Para encontrar el beneficio máximo valoramos la función en cada uno de sus vértices:

A(0,2) → $B(0,2)=2000$

B(0,20) → $B(0,20)=20000$

C(6, 12) → $B(6,12)=12000+12000=24000$

D(10,0) → $B(10,0)=20000$

E(4,0) → $B(4,0)=8000$

El máximo beneficio es de 24000 € y se obtiene en el vértice C(6, 12) lo que significa preparar 6 palés tipo A y 12 palés tipo B.

2A. Dada la función $f(x)=\frac{a\cdot x}{3\cdot x^2+1}$, se pide:

a) **[0,5 puntos]** Encontrar el valor de *a* que verifica que *F(0) = 0* y $F(1)=\frac{4}{3}\cdot\ln(4)$, donde *F* denota una primitiva de *f* .

b) **[2 puntos]** Suponiendo el valor de *a* obtenido en el apartado anterior, estudiar y representar gráficamente la función *f* en todo su dominio y calcular el área limitada por la curva y el eje *X* entre *x = −1* y *x = 1*.

a) Calculamos la integral de la función.

$$F(x)=\int f(x)dx=\int\frac{a\cdot x}{3\cdot x^2+1}dx=\frac{a}{6}\int\frac{6x}{3\cdot x^2+1}dx=\frac{a}{6}\ln\left(3\cdot x^2+1\right)+K$$

Determinamos el valor de K para que se cumpla que *F(0) = 0* .

$$\left.\begin{array}{l}F(x)=\frac{a}{6}\ln\left(3\cdot x^2+1\right)+K\\ F(0)=0\end{array}\right\}\Rightarrow 0=\frac{a}{6}\ln\left(3\cdot 0^2+1\right)+K\Rightarrow K=0$$

Como también cumple que $F(1)=\frac{4}{3}\cdot\ln(4)$.

$$\left.\begin{array}{l}F(x)=\frac{a}{6}\ln\left(3\cdot x^2+1\right)\\ F(1)=\frac{4}{3}\cdot\ln(4)\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{4}{3}\cdot\ln(4)=\frac{a}{6}\ln\left(3\cdot 1^2+1\right)\Rightarrow\frac{4}{3}\cdot\cancel{\ln(4)}=\frac{a}{6}\cancel{\ln(4)}\Rightarrow\boxed{a=8}$$

El valor buscado es *a = 8*.

b) Para *a = 8* la función queda $f(x)=\frac{8x}{3x^2+1}$.

El dominio de la función es $\mathbb{R}$, pues el denominador no se anula ($3x^2+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$).

Los puntos de corte con los ejes son:

x = 0 → $f(0)=\frac{8\cdot 0}{3\cdot 0x^2+1}=0$ El punto de corte es (0, 0)

y = 0 → $0=\frac{8x}{3x^2+1}\Rightarrow 8x=0\Rightarrow x=0$ El punto de corte es el obtenido anteriormente.

La función es continua en todo su dominio, pues es cociente de dos polinomios y el polinomio del denominador no se anula.

No tiene asíntota vertical pues el dominio es $\mathbb{R}$.

$\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{8x}{3x^2+1}=0$ Tiene asíntota horizontal con ecuación *y = 0.*

Estudiamos su crecimiento y decrecimiento, así como sus máximos o mínimos.

$$f(x)=\frac{8x}{3x^2+1}\Rightarrow f'(x)=\frac{8\left(3x^2+1\right)-6x\cdot 8x}{\left(3x^2+1\right)^2}=\frac{24x^2+8-48x^2}{\left(3x^2+1\right)^2}=\frac{8-24x^2}{\left(3x^2+1\right)^2}$$

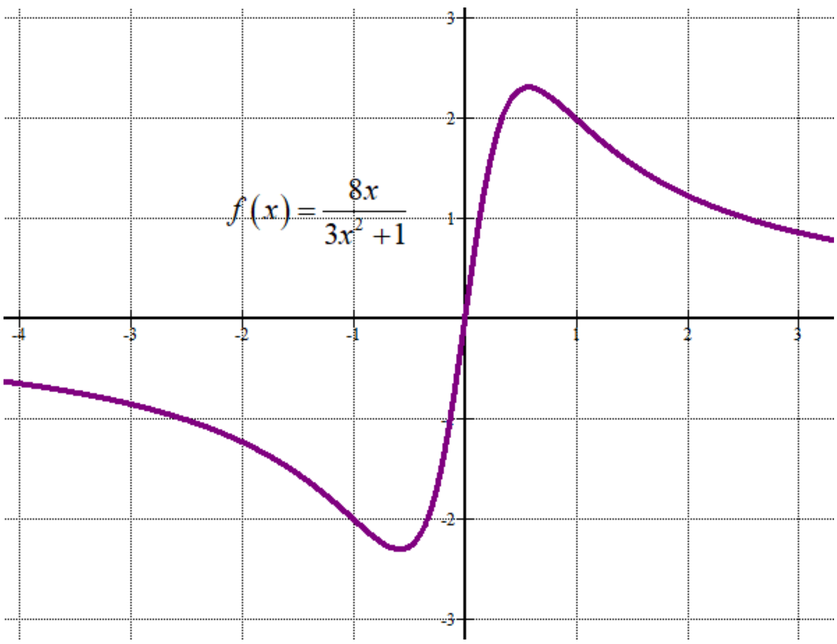
$$f'(x)=0\Rightarrow \frac{8-24x^2}{\left(3x^2+1\right)^2}=0\Rightarrow 8-24x^2=0\Rightarrow x^2=\frac{8}{24}\Rightarrow x=\sqrt{\frac{1}{3}}=\pm 0,58$$

- En $(-\infty,-0,58)$ tomamos $x = -1$ y la derivada vale $f'(-1)=\frac{8-24}{(3+1)^2}=-1<0$. La función decrece en $(-\infty,-0,58)$
- En $(-0.58, 0.58)$ tomamos $x = 0$ y la derivada vale $f'(0)=\frac{8}{(1)^2}=8>0$. La función crece en $(-0.58, 0.58)$
- En $(0,58,+\infty)$ tomamos $x = 1$ y la derivada vale $f'(1)=\frac{8-24}{(3+1)^2}=\frac{-16}{16}=-1<0$. La función decrece en $(0,58,+\infty)$

La función sigue el esquema:

La función tiene un mínimo en $x = -0.58$ y un máximo en $x = 0.58$.

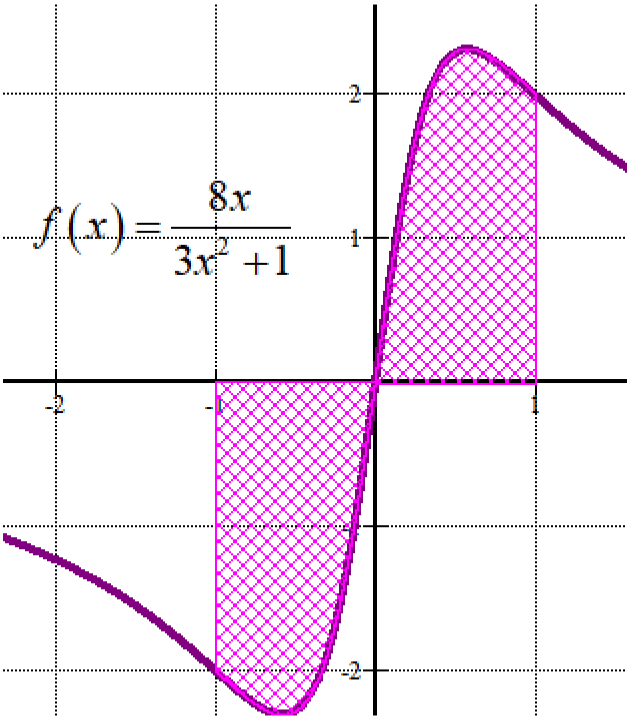
Su gráfica es



Como esta gráfica es simétrica respecto del origen el área de la región pedida es el doble del área de la región entre $x = 0$ y $x = 1$.

$$\int_0^1 \frac{8x}{3x^2+1}dx = \left[\frac{8}{6}\ln\left(3x^2+1\right)\right]_0^1 = \left[\frac{8}{6}\ln(3+1)\right] - \left[\frac{8}{6}\ln(0+1)\right] = \frac{4}{3}\ln 4$$

El área es $2\cdot\frac{4}{3}\ln 4 = \frac{8}{3}\ln 4 \simeq \boxed{3,687\ u^2}$



2B. Se ha investigado el tiempo en minutos (*f*) que se tarda en realizar cierta prueba de atletismo en función del tiempo de entrenamiento en días (x) de los deportistas, obteniéndose que:

$$f(x) = 2 + \frac{300}{x+30}, \qquad x \geq 0$$

a) **[2 puntos]** Estudia y representa gráficamente la función *f* en todo su dominio. ¿Aumenta en algún momento el tiempo que se tarda en realizar la prueba?

b) **[0,5 puntos]** Por mucho que entrene un deportista, ¿será capaz de hacer la prueba en menos de 2 minutos? ¿Cuánto tiempo hay que entrenar para realizar la prueba en menos de 4 minutos?

a) La función es continua en $[0,+\infty)$ pues el denominador solo se anula en $x = -30$.

Puntos de corte:

$x = 0 \rightarrow f(x) = 2 + \frac{300}{0+30} = 12$ El punto de corte es (0, 12)

$y = 0 \rightarrow 0 = 2 + \frac{300}{x+30} \Rightarrow \frac{300}{x+30} = -2 \Rightarrow 300 = -2x - 60 \Rightarrow 2x = -360 \Rightarrow x = -180 \notin [0,+\infty)$

La función no corta el eje OX en el dominio de definición $[0,+\infty)$. La función siempre es positiva.

Estudiamos el signo de su derivada.

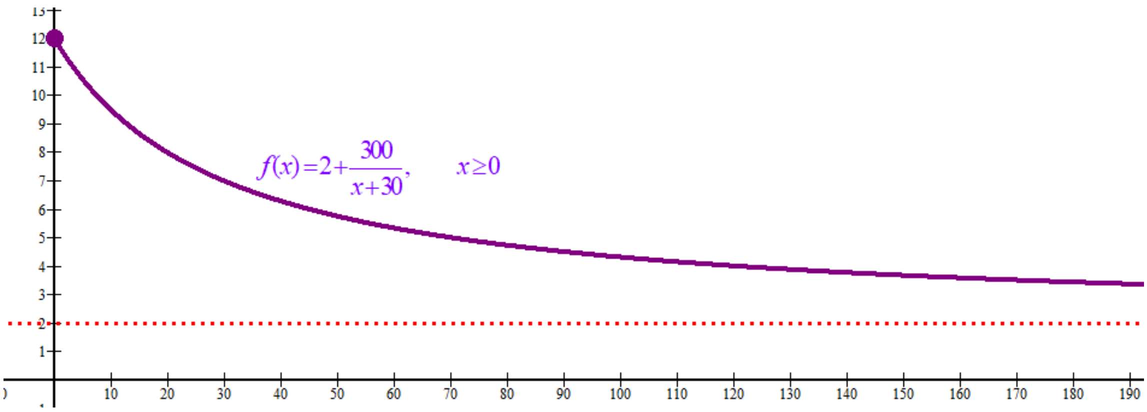
$$f(x) = 2 + \frac{300}{x+30} \Rightarrow f'(x) = \frac{-300}{(x+30)^2}$$

Esta expresión de la derivada nos indica que siempre es negativa, por lo que la función siempre decrece.

Averiguamos su asíntota horizontal.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 2 + \frac{300}{x+30} = 2 + \frac{300}{+\infty+30} = 2 + 0 = 2$$

La función tiene una asíntota horizontal y es $y = 2$.



En ningún momento aumenta el tiempo que se tarda en realizar la prueba, pues la función que nos da el tiempo es siempre decreciente.

b) No es posible tardar menos de 2 minutos pues es la asíntota de la función, se puede acercar mucho pero nunca podrá conseguir tardar solo 2 minutos.

Para hacer la prueba en 4 minutos se debe cumplir que:

$$4 = 2 + \frac{300}{x+30} \Rightarrow 2 = \frac{300}{x+30} \Rightarrow 2x + 60 = 300 \Rightarrow 2x = 240 \Rightarrow \boxed{x = 120}$$

Para hacer la prueba en menos de 4 minutos necesita entrenar más de 120 días.

3A. Cierto estudio de mercado revela que el 45% de los entrevistados consume el producto A y el 60% de los entrevistados consume el producto B. Además, se obtiene que el porcentaje de entrevistados que consume ambos productos es del 20%. Si seleccionamos al azar un individuo de los entrevistados,

a) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que consuma el producto A, pero no consuma el producto B?

b) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que consuma alguno de los dos productos?

Realizamos una tabla de contingencia. Ponemos en ella los datos proporcionados.

	Consume producto B	No consume producto B	
Consume producto A	**20**		**45**
No consume producto A			
	60		**100**

Completamos la tabla.

	Consume producto B	No consume producto B	
Consume producto A	**20**	**25**	**45**
No consume producto A	**40**	**15**	**55**
	60	**40**	**100**

a) Mirando la tabla hay 25 % de personas que consumen A y no consumen B.

$$P(\text{Consume A y no consume B}) = \frac{25}{100} = \boxed{0.25}$$

b) Lo podemos hacer contando los que no consumen ninguno de los 2 productos que son el 15 % (en la tabla), por lo que los que consumen algún producto son el 100 – 15 = 85 %.

$$P(\text{Consumen algun producto}) = \frac{85}{100} = \boxed{0.85}$$

3B. Los estudiantes de un instituto pueden optar por cursar inglés o francés. En un determinado curso hay 500 estudiantes, de los que 460 estudian inglés y el resto francés. La mitad de los estudiantes que estudian inglés son mujeres. De los que estudian francés, el 75% son mujeres.

a) **[1,25 puntos]** Elegido un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

b) **[1,25 puntos]** Elegida una estudiante al azar entre las mujeres, ¿cuál es la probabilidad de que estudie francés?

La mitad de los que estudian inglés (460) son mujeres, es decir 230 son mujeres y estudian inglés.
El 75 % de los que estudian francés (40) son mujeres, es decir $0.75 \cdot 40 = 30$ son mujeres y estudian francés. Por lo que hay un total de $230 + 30 = 260$ mujeres en el instituto.
Como la probabilidad de elegir a cualquier estudiante es la misma, podemos responder utilizando la regla de Laplace.

a) $$P(\text{Sea mujer}) = \frac{260}{500} = \boxed{\frac{13}{25} = 0.52}$$

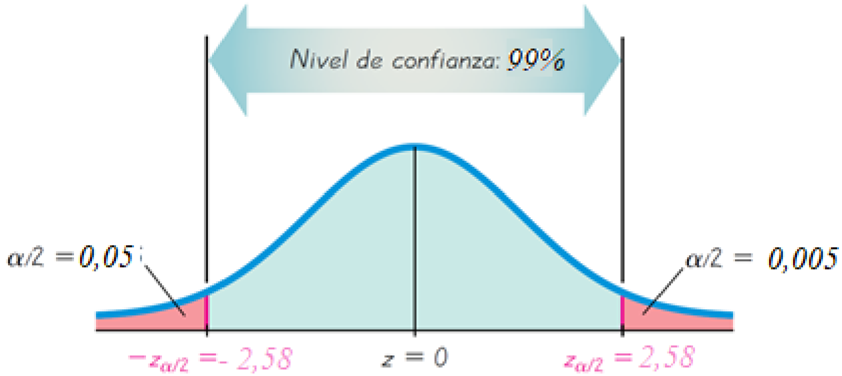
b) $$P(\text{Estudie francés / Es mujer}) = \frac{\text{Número de mujeres que estudian francés}}{\text{Número de mujeres}} = \frac{30}{260} = \boxed{\frac{3}{26} \simeq 0.115}$$

4A Antes de un referéndum, se desea realizar un estudio para estimar los resultados del mismo. *

a) **[1 punto]** ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse la verdadera proporción de personas que votarían SÍ a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0,04 y un nivel de confianza del 99%?

b) **[1,5 puntos]** En una muestra aleatoria de 500 votantes se obtuvo que 100 de ellos tienen la intención de votar SÍ. En función de esta muestra obtén, con un nivel de confianza del 99%, un intervalo para estimar la proporción de personas que votarían SÍ en el referéndum.

a) Buscamos en la tabla de la normal para un nivel de confianza del 99% el $z_{\alpha/2}$.



$1 - \alpha = 0,99 \rightarrow \alpha = 0,01 \rightarrow \alpha/2 = 0'005 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,995 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{2,58}$

Como la proporción muestral no es conocida consideramos $p = 0'5$ y $1 - p = 1 - 0,5 = 0,5$

El error sigue la fórmula:

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} = 2,58 \cdot \sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5}{n}} = 0,04 \Rightarrow \sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5}{n}} = \frac{0,04}{2,58} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{0,5 \cdot 0,5}{n} = \left(\frac{0,04}{2,58}\right)^2 \Rightarrow n = \frac{0,25}{\left(\frac{0,04}{2,58}\right)^2} = 1040,0625$$

Debemos de tomar una muestra de un mínimo de 1041 individuos.

b) Ya hemos obtenido $z_{\alpha/2}$ para el nivel de confianza del 99 %: $z_{\alpha/2} = 2,58$

La proporción muestral es $p = \frac{100}{500} = 0.20$ y $1 - p = 1 - 0,2 = 0,8$

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} = 2.58 \cdot \sqrt{\frac{0.2 \cdot 0.8}{500}} = 0.0461$$

El intervalo de confianza será:

$$\left(p - Error,\ p + Error\right) = (0.2 - 0.0461, 0.2 + 0.0461) = (0.1539, 0.2461)$$

* Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: F(1,28) = 0,90; F(1,64) = 0,95; F(1,96) = 0,975; F(2,33) = 0,99 y **F(2,58) = 0,995**.

4B. El tiempo de renovación de un teléfono móvil, expresado en años, se puede aproximar mediante una distribución normal con desviación típica 0,4 años.*

a) **[1,5 puntos]** Si se toma una muestra aleatoria de 600 usuarios y se obtiene que el tiempo medio de renovación de sus teléfonos fue de 1,8 años, construye a partir de dicha muestra un intervalo de confianza para el tiempo medio de renovación, al 90% de confianza.

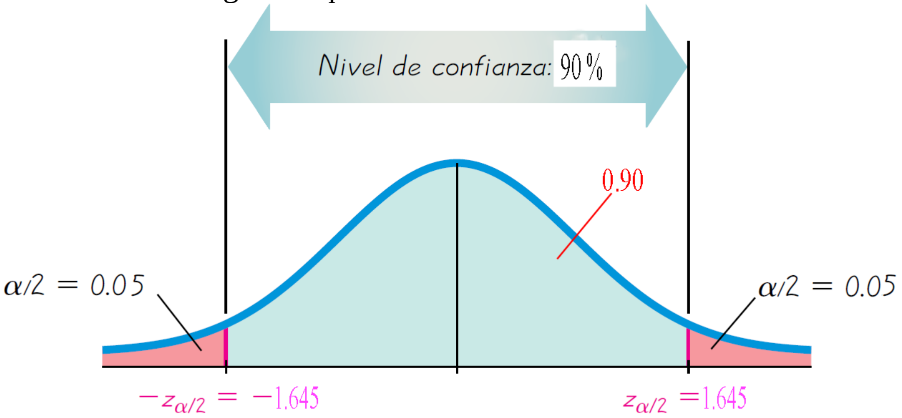
b) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero tiempo medio de renovación a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 0,03 años y un nivel de confianza del 90%?

Sea X = Tiempo de renovación de un móvil en años.

X = N(μ, 0.4)

a) Media muesral = $\bar{x} = 1.8\,años$; Tamaño de la muestra = $n = 600$

El nivel de confianza del 90% significa que



1 – ∝ = 0,90 → ∝ = 0,1 →∝/2 = 0'05 →1 – ∝/2 = 0,95 → $z_{\alpha/2}$ = 1.64

El error es

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow E = 1.64 \cdot \frac{0.4}{\sqrt{600}} = 0.027\ años$$

El intervalo de confianza para la media de la población es:

$$\left(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error\right) = \left(1.8 - 0.027, 1.8 + 0.027\right) = \left(1.773, 1.827\right)$$

El intervalo de confianza es $(1.773, 1.827)$

b) Con el mismo nivel de confianza del 90 % tenemos que $z_{\alpha/2}$ = 1.64.

El nuevo error es del 0.03, lo sustituimos en la fórmula y despejamos la "n".

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.03 = 1.64 \cdot \frac{0.4}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 1.64 \cdot \frac{0.4}{0.03} \Rightarrow n = \left(1.64 \cdot \frac{0.4}{0.03}\right)^2 \simeq 478.15$$

A partir de 479 usuarios se consigue un error menor de 0.03.

* Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: F(1,28) = 0,90; **F(1,64) = 0,95**; F(1,96) = 0,975; F(2,33) = 0,99 y F(2,58) = 0,995.