Universidad Zaragoza 1542

**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD**

CONVOCATORIA DE JUNIO DE 2015

EJERCICIO DE: **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SS. II**

TIEMPO DISPONIBLE: **1 hora 30 minutos**

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

**Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.**

## OPCIÓN A

**1.** *(3,5 puntos)* Una empresa agroalimentaria produce dos tipos de bebida: A y B. Cada litro de bebida A lleva 0,2 litros de zumo de naranja y 0,4 litros de zumo de mandarina, además de otros componentes. Cada litro de bebida B lleva 0,6 litros de zumo de naranja y 0,2 litros de zumo de mandarina, además de otros componentes, La empresa puede utilizar como máximo 1200 litros de zumo de naranja y 1500 litros de zumo de mandarina. Se quiere que la cantidad producida de tipo A sea mayor o igual que la de tipo B. Sabiendo que el beneficio por litro de bebida de tipo A es de 0,8 euros y por litro de bebida de tipo B es de 1 euro, determinar la cantidad de bebida de cada tipo que tiene que producir para que el beneficio sea máximo. ¿Cuál será el máximo beneficio?

**SOLUCIÓN**

Se trata de un problema de programación lineal. Organicemos los datos en una tabla:

| TIPOS DE BEBIDA | Nº DE LITROS | ZUMO DE NARANJA | ZUMO DE MANDARINA | BENEFICIOS |
|---|---|---|---|---|
| A | X | 0,2x | 0,4x | 0,8x |
| B | y | 0,6y | 0,2y | y |
| Condiciones: | $x \geq y$ | $0,2x + 0,6y \leq 1200$ | $0,4x + 0,2y \leq 1500$ | $F(x,y) = 0,8x + y$ |

La función objetivo hace referencia al beneficio (que debe ser máximo): $F(x,y) = 0,8x + y$

El conjunto de restricciones al que debe estar condicionada la solución es: $\begin{cases} x \geq y \\ 0,2x + 0,6y \leq 1200 \\ 0,4x + 0,2y \leq 1500 \end{cases}$

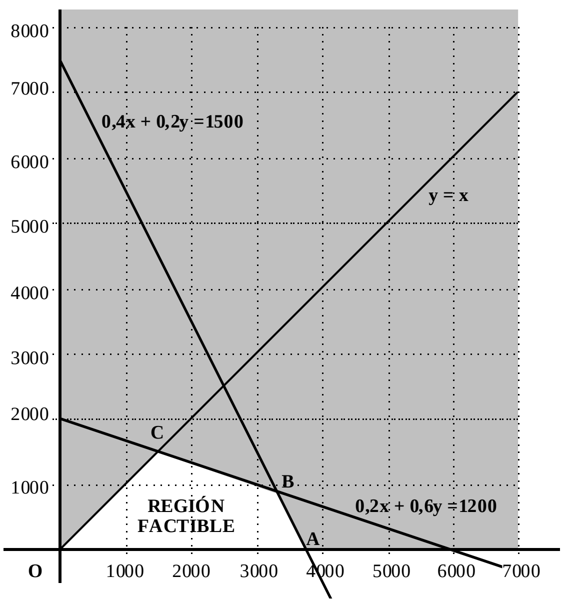
Dibujemos la región factible:

▪ La recta $x = y$ es la bisectriz del primer cuadrante. El semiplano solución de la inecuación $x \geq y$ es el que se encuentra en la parte inferior-derecha de la recta.

▪ La recta $0,2x + 0,6y = 1200 \Leftrightarrow x + 3y = 6000$ pasa por los puntos $(0\,,2000)$ y $(6000\,,0)$. El semiplano solución de la inecuación $0,2x + 0,6y \leq 1200$ es el que contiene al origen de coordenadas.

▪ La recta $0,4x + 0,2y = 1500 \Leftrightarrow 2x + y = 7500$ pasa por los puntos $(0\,,7500)$ y $(3500\,,500)$. El semiplano solución de la inecuación $0,4x + 0,2y \leq 1500$ es el que contiene al origen de coordenadas.

▪ La región factible es el cuadrilátero OABC.




La solución óptima está en alguno de los vértices de la región factible. Obtengamos las coordenadas de dichos vértices y el valor de la función objetivo en cada uno de ellos:

▪ El vértice $O(0\ \ 0)$ hace nula la función objetivo.

▪ Vértice A: $\begin{cases} y=0 \\ 2x+y=7500 \end{cases} \Rightarrow A(3750\,,0) \Rightarrow F(3750\,,0)=3000$

▪ Vértice B: $\begin{cases} x+3y=6000 \\ 2x+y=7500 \end{cases} \Rightarrow y=900\ ,\ x=3300 \Rightarrow B(3300\,,900) \Rightarrow F(3300\,,900)=3540$

▪ Vértice C: $\begin{cases} x=y \\ x+3y=6000 \end{cases} \Rightarrow x=y=1500 \Rightarrow C(1500\,,1500) \Rightarrow F(1500\,,1500)=2700$

Por tanto, para maximizar el beneficio deben producirse 3300 litros de la bebida A y 900 litros de la bebida B. El beneficio máximo es de 3540 euros.

**2.** *(3,5 puntos)*

**a)** *(1,25 puntos)* Dada la función:

$$f(x) = 3x^3 + 2x^2 + ax + 3$$

calcular, si existe, el valor de $a$ de forma que tenga un mínimo relativo en $x = 2$.

**b)** *(1 punto)* Calcular:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{9x^2+3}}{2x+5}$$

**c)** *(1,25 puntos)* Calcular:

$$\int_1^2 \left(x^2 + 3x + \frac{6}{x} - \frac{2}{x^2}\right) dx$$

**SOLUCIÓN**

**a)** Si $f(x)$ tiene un mínimo relativo en $x=2$, debe ser $f'(2)=0$:

$$f'(x)=9x^2+4x+a \Rightarrow f'(2)=36+8+a=0 \Rightarrow a=-44 \Rightarrow f(x)=3x^3+2x^2-44x+3$$

Comprobemos que se trata, en efecto, de un mínimo relativo: $f''(x)=18x+4 \Rightarrow f''(2)=40>0 \Rightarrow$ mínimo.

**b)** $$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{9x^2+3}}{2x+5} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{\sqrt{9x^2+3}}{x}}{\frac{2x+5}{x}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{\frac{9x^2}{x^2}+\frac{3}{x^2}}}{\frac{2x}{x}+\frac{5}{x}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{9+\frac{3}{x^2}}}{2+\frac{5}{x}} = \frac{3}{2}$$

**c)** Obtengamos una primitiva de la función:

$$\int \left(x^2+3x+\frac{6}{x}-\frac{2}{x^2}\right)dx = \int x^2\,dx + 3\int x\,dx + 6\int \frac{1}{x}\,dx - 2\int x^{-2}\,dx = \frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}+6\ln x - 2\,\frac{x^{-1}}{-1} = \frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}+6\ln x+\frac{2}{x}$$

Tenemos entonces:

$$\int_1^2 \left(x^2+3x+\frac{6}{x}-\frac{2}{x^2}\right)dx = \left[\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}+6\ln x+\frac{2}{x}\right]_1^2 = \left(\frac{8}{3}+6+6\ln 2+1\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{2}+0+2\right) = \frac{7}{3}-\frac{3}{2}+5+6\ln 2 = \frac{35}{6}+6\ln 2$$

**3.** *(3 puntos)* Un 50% de los clientes de un hotel son de España, un 35% son del resto de Europa y un 15% son de fuera de Europa. Se sabe que de los clientes de España, un 20% tiene más de 65 años; de los clientes del resto de Europa, un 40% tiene más de 65 años y de los clientes de fuera de Europa, un 70% tiene más de 65 años.

**a)** *(1 puntos)* Si elegimos un cliente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea de España y tenga más de 65 años?

**b)** *(1 punto)* Si elegimos un cliente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga más de 65 años?

**c)** *(1 punto)* Si elegimos un cliente al azar de entre los que tienen más de 65 años, ¿cuál es la probabilidad de que sea de fuera de Europa?

**SOLUCIÓN**

Sean los sucesos: A = “el cliente del hotel es de España”, B = “el cliente es del resto de Europa”, C = “el cliente es de fuera de Europa”, M = “el cliente es mayor de 65 años”.

Se tiene: $P(A)=0{,}5 \quad , \quad P(B)=0{,}35 \quad , \quad P(C)=0{,}15 \quad , \quad P(M/A)=0{,}2 \quad , \quad P(M/B)=0{,}4 \quad , \quad P(M/C)=0{,}7$

**a)** $P(A\cap M)=P(A)\cdot P(M/A)=0{,}5\cdot 0{,}2=0{,}1$

**b)** $P(M)=P(A)\cdot P(M/A)+P(B)\cdot P(M/B)+P(C)\cdot P(M/C)=0{,}5\cdot 0{,}2+0{,}35\cdot 0{,}4+0{,}15\cdot 0{,}7=0{,}345$

**c)** $P(C/M)=\dfrac{P(C)\cdot P(M/C)}{P(M)}=\dfrac{0{,}105}{0{,}345}=0{,}3043$

*– Otra forma –*

Organicemos los datos del problema en una tabla de contingencia. Para un total de 100 clientes:

| | **A** | **B** | **C** | **TOTAL** |
|---|---|---|---|---|
| **M** | 10 | 14 | 10,5 | 34,5 |
| **M’** | 40 | 21 | 4,5 | 65,5 |
| **TOTAL** | 50 | 35 | 15 | 100 |

**a)** $P(A\cap M)=\dfrac{10}{100}=0{,}1$ **b)** $P(M)=\dfrac{34{,}5}{100}=0{,}345$ **c)** $P(C/M)=\dfrac{10{,}5}{34{,}5}=0{,}3043$

## OPCIÓN B

**1.** *(3,5 puntos)*

**a)** *(2,25 puntos)* Un padre decidió repartir su fortuna de 360 monedas de oro entre sus tres hijas, Isabel, Catalina y Juana, de forma que se cumplieran las siguientes condiciones. La cantidad que recibiera Isabel debía ser igual al doble de la suma de las cantidades que recibieran Catalina y Juana. Además, la suma de las cantidades que recibieran Isabel y Juana debía ser igual al triple de la cantidad que recibiera Catalina. Plantear y resolver un sistema de ecuaciones para determinar cuántas monedas debía recibir cada hija.

**b)** *(1,25 puntos)* Calcular, si existe, la matriz inversa de:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

**SOLUCIÓN**

**a)** Sea *x* la cantidad a recibir por Isabel, *y* la de Catalina, *z* la de Juana. Se tiene: $\begin{cases} x+y+z=360 \\ x=2(y+z) \\ x+z=3y \end{cases}$

Resolvamos el sistema de ecuaciones por el método de Gauss:

$$\begin{cases} x+y+z=360 \\ x-2y-2z=0 \\ x-3y+z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 360 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & 0 \end{array}\right) \overset{\substack{F2-F1 \\ F3-F1}}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 360 \\ 0 & -3 & -3 & -360 \\ 0 & -4 & 0 & -360 \end{array}\right) \overset{\substack{F2:(-3) \\ F3:(-4)}}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 360 \\ 0 & 1 & 1 & 120 \\ 0 & 1 & 0 & 90 \end{array}\right) \overset{F3-F2}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 360 \\ 0 & 1 & 1 & 120 \\ 0 & 0 & -1 & -30 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x+y+z=360 \\ y+z=120 \\ z=30 \end{cases} \Rightarrow z=30 \Rightarrow y=90 \Rightarrow x=240$$

Por tanto, Isabel debe recibir 240 monedas, Catalina 90 y Juana 30 monedas.

**b)** $$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F2+2F1}{\sim} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 10 & 2 & 1 \end{array}\right) \overset{F2:10}{\sim} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1/5 & 1/10 \end{array}\right) \overset{F1-4F2}{\sim} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1/5 & -2/5 \\ 0 & 1 & 1/5 & 1/10 \end{array}\right) \Rightarrow$$

Matriz inversa: $\begin{pmatrix} 1/5 & -2/5 \\ 1/5 & 1/10 \end{pmatrix}$

**2.** *(3,5 puntos)*

**a)** *(2,5 puntos)* Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \in (-\infty,0) \\ \dfrac{x+3}{2x+3} & \text{si } x \in [0,2) \\ \dfrac{2x+1}{x^2+12} & \text{si } x \in [2,+\infty) \end{cases}$$

**a.1)** *(0,75 puntos)* Estudiar la continuidad de $f$.

**a.2)** *(1,75 puntos)* Calcular el máximo valor que toma $f$ para $x \in [4,6]$.

**b)** *(1 punto)* Calcular:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2+4x+1}-3x\right)$$

**SOLUCIÓN**

**a)** La función está definida a trozos: $f(x)=2x+1$ $\quad f(x)=\dfrac{x+3}{2x+3}$ $\quad f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+12}$

0 2

**a.1)** Las tres funciones que definen a $f(x)$ son continuas en los intervalos en que están definidas. Procede entonces hacer un estudio de la continuidad en los puntos de abscisas $x=0$ y $x=2$ :

▪ Continuidad en $x=0$ : i) $\exists f(0)=\dfrac{0+3}{0+3}=1$

ii) $\exists \lim\limits_{x\to 0} f(x)$ : $\left|\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}(2x+1)=1 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+3}{2x+3}=1 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ $\exists \lim\limits_{x\to 0} f(x)=1$

iii) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=f(0)$ $\Rightarrow$ La función es continua en $x=0$.

▪ Continuidad en $x=2$ : i) $\exists f(2)=\dfrac{4+1}{4+12}=\dfrac{5}{16}$

ii) $\exists \lim\limits_{x\to 2} f(x)$ : $\left|\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+3}{2x+3}=\dfrac{5}{7} \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x+1}{x^2+12}=\dfrac{5}{16} \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ $\nexists \lim\limits_{x\to 2} f(x)$

La función es discontinua (salto finito) en $x=2$.

**a.2)** La función que está definida en el intervalo $[4,6]$ es $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+12}$. El máximo valor lo alcanzará en algún máximo relativo (si lo tiene) o en alguno de los extremos del intervalo.

Estudiemos los posibles extremos relativos:

$$f'(x)=\frac{2\left(x^2+12\right)-(2x+1)\cdot 2x}{\left(x^2+12\right)^2}=\frac{2x^2+24-4x^2-2x}{\left(x^2+12\right)^2}=\frac{-2x^2-2x+24}{\left(x^2+12\right)^2}=0 \;\Rightarrow\; -x^2-x+12=0 \;\Rightarrow$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+48}}{-2}=\frac{1\pm 7}{-2}=\begin{cases} -4 \\ 3 \end{cases}$$

y como $x=-4$ y $x=3$ (posibles extremos relativos) están fuera del intervalo $[4\,,6]$, el máximo estará en alguno de los extremos del intervalo: $f(4)=\dfrac{9}{28}\simeq 0{,}32$ , $f(6)=\dfrac{13}{48}\simeq 0{,}27 \quad \Rightarrow \quad f(x)$ alcanza su mayor valor en $x=4$: $f(4)=\dfrac{9}{28}$

**b)** $$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2+4x+1}-3x\right)=\infty-\infty=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{9x^2+4x+1}-3x\right)\cdot\left(\sqrt{9x^2+4x+1}+3x\right)}{\left(\sqrt{9x^2+4x+1}+3x\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{9x^2+4x+1-9x^2}{\sqrt{9x^2+4x+1}+3x}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{4x+1}{\sqrt{9x^2+4x+1}+3x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{4x}{x}+\dfrac{1}{x}}{\dfrac{\sqrt{9x^2+4x+1}}{x}+\dfrac{3x}{x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{4+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{9+\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x^2}}+3}=\frac{4}{\sqrt{9}+3}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

**3.** *(3 puntos)*

**a)** *(1 punto)* Dados dos sucesos $A$ y $B$ tales que $P(A)=0{,}3$, $P(B)=0{,}6$ y $P(A\cap B)=0{,}2$, calcular $P(A\cup B)$ y $P(A/B)$.

**b)** *(2 puntos)* Para estimar la proporción de personas con sobrepeso en una población se ha tomado una muestra aleatoria simple de tamaño 100 personas, de las cuales 21 tienen sobrepeso. Calcular el intervalo de confianza al 96% para la proporción de personas con sobrepeso en la población.

| k | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |
| 3.5 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 |
| 3.6 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \le k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes

**SOLUCIÓN**

**a)**

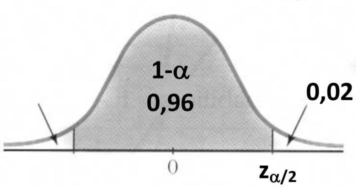
- $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0{,}3+0{,}6-0{,}2=0{,}7$
- $P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0{,}2}{0{,}6}=\dfrac{1}{3}$

**b)** La proporción obtenida de la muestra es: $pr=\dfrac{21}{100}=0{,}21$

El intervalo de confianza es: $(pr-E\,,pr+E)$ donde $E=z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\dfrac{pr\cdot(1-pr)}{n}}$

Calculemos el valor crítico $z_{\alpha/2}$ correspondiente al nivel de confianza del 96%:

$$1-\alpha=0{,}96 \quad\Rightarrow\quad \alpha=1-0{,}96=0{,}04 \quad\Rightarrow\quad \frac{\alpha}{2}=0{,}02 \quad\Rightarrow\quad 1-\frac{\alpha}{2}=1-0{,}02=0{,}98$$




Buscamos en la tabla el valor más aproximado a $0{,}98$ y se corresponde con un valor crítico $z_{\alpha/2}=2{,}05$. Por tanto: $E=2{,}05\cdot\sqrt{\dfrac{0{,}21\cdot 0{,}79}{100}}\simeq 0{,}08$.

El intervalo de confianza es entonces: $(0{,}21-0{,}08\,,\,0{,}21+0{,}08)=(0{,}13\;,\;0{,}29)$