UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOMCE – JULIO 2021

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INDICACIONES

1. El estudiante realizará solo **tres ejercicios elegidos entre los seis de que consta el examen.**
2. Una vez elegido un ejercicio ha de hacerlo completo (todos sus apartados).
3. No se admitirá ningún resultado si no está debidamente razonado.
4. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada ejercicio y de cada apartado.
5. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.
6. Si se realizan más de tres ejercicios solo se corregirán los tres primeros, según el orden que aparecen resueltos en el cuadernillo de examen.
7. **La calificación del examen será el resultado de la puntuación obtenida dividida entre 0,75**.

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Tres estudiantes de Economía, Cristina, Juan y Pedro, han preparado un trabajo de investigación que deben exponer en clase. Se repartieron las tareas de la siguiente forma: Cristina llevó a cabo la labor de recopilación de datos, en la que empleó un 40 % más que el tiempo que Juan necesitó para redactar el texto. Pedro desempeñó las tareas de revisión y de preparación de la exposición, siendo el tiempo dedicado a ello la mitad del empleado en total por Cristina y Juan.
El tiempo total empleado fue de 18 horas. ¿Cuánto dedicó cada alumno a la elaboración del trabajo?
A. [0,9 PUNTOS] Plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular el tiempo empleado por cada estudiante.
B. [0,8 PUNTOS] Analizar la compatibilidad de dicho sistema.
C. [0,8 PUNTOS] Resolverlo.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Una tienda de material informático dispone de 96 lapiceros con memoria USB y 15 tabletas digitales, para organizar dos tipos de lotes. Un lote A tendrá 3 lapiceros y una tableta; un lote B tendrá 6 lapiceros y una tableta. El precio de venta de un lote A es de 70 euros y el de un lote B, 160 euros. Además, el número de lotes B debe ser como máximo la mitad de lotes A. ¿Cuántos lotes deben prepararse y venderse para obtener unos ingresos máximos? ¿A cuánto ascienden esos ingresos?

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

Una agencia de viajes organiza una excursión para los empleados de una empresa. Eso le supone unos gastos fijos por viajero de 475 euros además de los 850 euros del alquiler del autocar. Con un grupo de 20 personas, cobra a cada viajero 525 euros, pero presenta la siguiente oferta a la empresa: por cada nuevo viajero inscrito, rebajará el precio del viaje en 1,25 euros. ¿Con cuántos viajeros consigue unos beneficios máximos? ¿Cuánto paga cada viajero?

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x)=x^3-3x$

A. [0,25 PUNTOS] Obtener sus puntos de corte con los ejes OX y OY.

B. [0,5 PUNTOS] Determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

C. [0,5 PUNTOS] Determinar sus intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.

D. [0,25 PUNTOS] Dibujar la gráfica de *f(x)* e indicar la región delimitada por dicha curva y la recta $y=x$.

E. [1 PUNTO] Calcular el área de la región anterior.

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

El número de libros que los estudiantes de un instituto leen al año, sigue una distribución normal con desviación típica 1. Una muestra aleatoria de 125 alumnos da como resultado una media de 4 libros.

A. [1,25 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 94 % para la media.

B. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 97 % sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

El 23 % de los habitantes de una localidad son menores de 25 años. El 31 % tienen una edad comprendida entre los 26 y 60 años. El 46 % restante es mayor de 60 años. El ayuntamiento ha recibido la petición de instalación de un parque eólico en unos terrenos municipales. Entre la población más joven, el 68 % es partidario de la instalación; entre los habitantes entre 26 y 60 años, lo es el 53 %; y entre los mayores de 60 años, el 42 %.

Seleccionamos un habitante al azar:

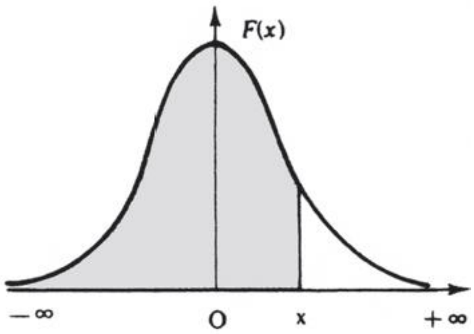
A. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea favorable a la instalación del parque eólico?

B. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que no sea favorable y mayor de 60 años?

C. [1 PUNTO] Si no es favorable, ¿cuál es la probabilidad de que sea menor de 25 años?

Distribución normal

$$F(x) = p(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2}\, dt$$



x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	:9997	.9997	.9997	.9998
3.6	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999

SOLUCIONES

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]
Tres estudiantes de Economía, Cristina, Juan y Pedro, han preparado un trabajo de investigación que deben exponer en clase. Se repartieron las tareas de la siguiente forma: Cristina llevó a cabo la labor de recopilación de datos, en la que empleó un 40 % más que el tiempo que Juan necesitó para redactar el texto. Pedro desempeñó las tareas de revisión y de preparación de la exposición, siendo el tiempo dedicado a ello la mitad del empleado en total por Cristina y Juan.
El tiempo total empleado fue de 18 horas. ¿Cuánto dedicó cada alumno a la elaboración del trabajo?
A. [0,9 PUNTOS] Plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular el tiempo empleado por cada estudiante.
B. [0,8 PUNTOS] Analizar la compatibilidad de dicho sistema.
C. [0,8 PUNTOS] Resolverlo.

A. Llamamos "x" al tiempo empleado por Cristina, "y" al tiempo empleado por Juan y "z" al tiempo empleado por Pedro.

"*Cristina llevó a cabo la labor de recopilación de datos, en la que empleó un 40 % más que el tiempo que Juan necesitó para redactar el texto*" → "*Cristina empleó un 140 % del tiempo que empleó Juan*" → $x = 1.40y$

"*Pedro desempeñó las tareas de revisión y de preparación de la exposición, siendo el tiempo dedicado a ello la mitad del empleado en total por Cristina y Juan*" → $z = \frac{x+y}{2}$

"*El tiempo total empleado fue de 18 horas*" → $x + y + z = 18$

Juntamos las ecuaciones en un sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x = 1.40y \\ z = \dfrac{x+y}{2} \\ x+y+z=18 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+z=18 \\ x-1.4y=0 \\ x+y-2z=0 \end{array}\right\}$$

B.

La matriz de coeficientes es $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1.4 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ con determinante:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1.4 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 2.8+1+1.4+2 = 7.2 \neq 0$$

Como el determinante es no nulo el rango de A es 3, al igual que el rango de la matriz ampliada e igual que el número de incógnitas. El sistema es compatible determinado (una única solución).

C.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=18 \\ x-1.4y=0 \\ x+y-2z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} \text{Ecuación 2ª} - \text{Ecuación 1ª} \\ \begin{array}{rrrr} x & -1.4y & & =0 \\ -x & -y & -z & =-18 \\ \hline & -2.4y & -z & =-18 \end{array} \\ \text{Nueva ecuación 2ª} \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{c} \text{Ecuación 3ª} - \text{Ecuación 1ª} \\ \begin{array}{rrrr} x & +y & -2z & =0 \\ -x & -y & -z & =-18 \\ \hline & & -3z & =-18 \end{array} \\ \text{Nueva ecuación 3ª} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+z=18 \\ -2.4y-z=-18 \\ -3z=-18 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x+y+z=18 \\ -2.4y-z=-18 \\ \boxed{z=\frac{18}{3}=6} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+6=18 \\ -2.4y-6=-18 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=12 \\ -2.4y=-12 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} x+y=12 \\ \boxed{y=\frac{12}{2.4}=5} \end{array}\right\} \Rightarrow x+5=12 \Rightarrow \boxed{x=7}$$

Cristina dedica 7 horas, Juan 5 horas y Pedro 6 horas.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]
Una tienda de material informático dispone de 96 lapiceros con memoria USB y 15 tabletas digitales, para organizar dos tipos de lotes. Un lote A tendrá 3 lapiceros y una tableta; un lote B tendrá 6 lapiceros y una tableta. El precio de venta de un lote A es de 70 euros y el de un lote B, 160 euros. Además, el número de lotes B debe ser como máximo la mitad de lotes A. ¿Cuántos lotes deben prepararse y venderse para obtener unos ingresos máximos? ¿A cuánto ascienden esos ingresos?

Llamamos "x" al número de lotes A, "y" al número de lotes B.

Hacemos una tabla para ordenar la información ofrecida en el ejercicio.

	Nº lapiceros USB	Nº tabletas	Ingresos
Nº lotes A (x)	3x	x	70x
Nº lotes B (y)	6y	y	160y
TOTALES	$3x+6y$	$x+y$	$70x+160y$

"*Dispone de 96 lapiceros con memoria USB*" → $3x+6y \leq 96$
"*Dispone de 15 tabletas digitales*" → $x+y \leq 15$

"*El número de lotes B debe ser como máximo la mitad de lotes A*" → $y \leq \frac{x}{2}$

Las cantidades deben ser positivas → $x \geq 0;\ y \geq 0$

Reunimos las inecuaciones en un sistema.

$$\left.\begin{array}{l} 3x+6y \leq 96 \\ x+y \leq 15 \\ y \leq \frac{x}{2} \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+2y \leq 32 \\ x+y \leq 15 \\ 2y \leq x \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$x+2y=32$

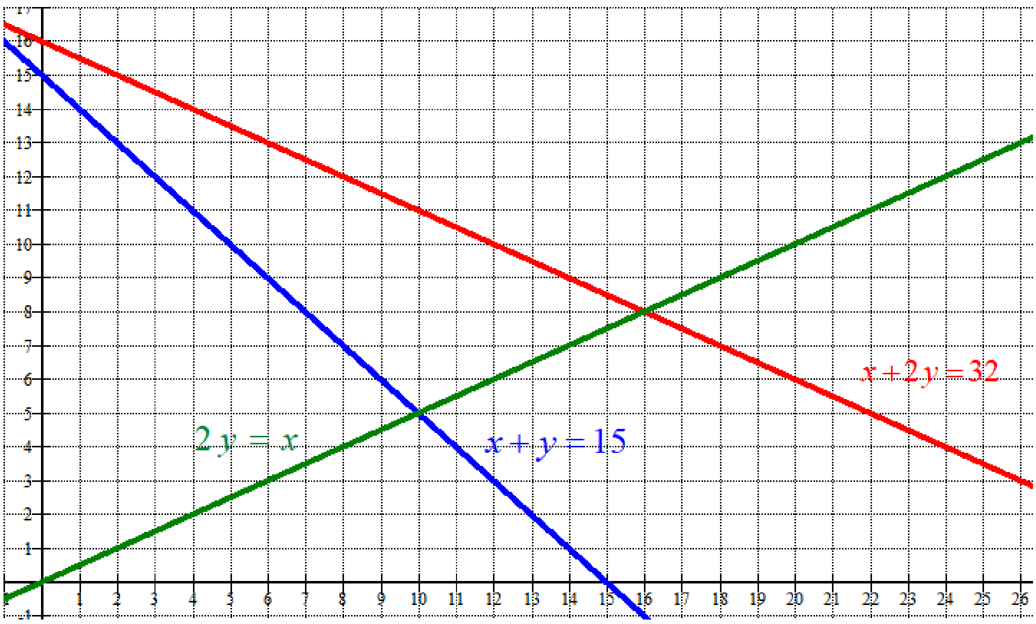
x	$y=\frac{32-x}{2}$
0	16
16	8

$x+y=15$

x	$y=15-x$
10	5
0	15

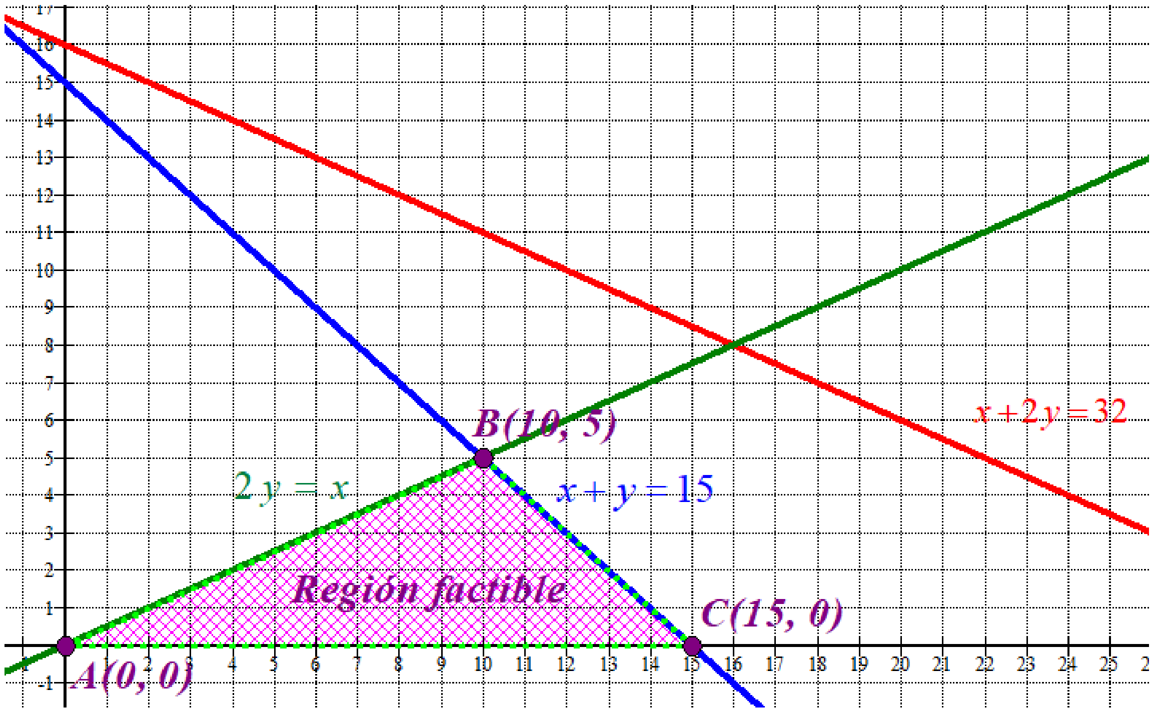
$2y=x$

x	$y=\frac{x}{2}$
10	5
0	0



Como las restricciones son $\left.\begin{array}{ll} x+2y\leq 32 & \rightarrow \text{Por debajo} \\ x+y\leq 15 & \rightarrow \text{Por debajo} \\ 2y\leq x & \rightarrow \text{Por debajo} \\ x\geq 0;\ y\geq 0 & \rightarrow \text{Primer cuadrante} \end{array}\right\}$ la región factible es una región del primer cuadrante situada por debajo de las tres rectas.

Coloreamos de rosa la región factible.



Valoramos la función ingresos $I(x,y)=70x+160y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

A(0, 0) → $I(0,0)=0$

B(10, 5) → $I(10,5)=700+800=1500$ €

C(15, 0) → $I(15,0)=1050$

Deben prepararse 10 lotes del tipo A y 5 del tipo B para conseguir unos máximos ingresos de 1500 €

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]
Una agencia de viajes organiza una excursión para los empleados de una empresa. Eso le supone unos gastos fijos por viajero de 475 euros además de los 850 euros del alquiler del autocar. Con un grupo de 20 personas, cobra a cada viajero 525 euros, pero presenta la siguiente oferta a la empresa: por cada nuevo viajero inscrito, rebajará el precio del viaje en 1,25 euros. ¿Con cuántos viajeros consigue unos beneficios máximos? ¿Cuánto paga cada viajero?

Llamamos "x" al número de nuevos viajeros inscritos y que superan de 20 (con 25 viajeros sería *x = 5).* Así habrán *20 + x* viajeros en el autocar.
Los gastos de la empresa son: $G(x)=475(20+x)+850=475x+9500+850=475x+10350$

Los ingresos *I(x)* son dependientes del número de nuevos viajeros inscritos (*x*).
Hacemos una tabla para obtener con más facilidad la expresión de los ingresos.

x	$I(x)$
0	$525\cdot 20$
1	$(525-1.25)(20+1)$
2	$(525-2\cdot 1.25)(20+2)$
3	$(525-3\cdot 1.25)(20+3)$

$$\Rightarrow I(x)=(525-x\cdot 1.25)(20+x)$$

$$I(x)=(525-x\cdot 1.25)(20+x)=1050+525x-25x-1.25x^2=-1.25x^2+500x+1050$$

El beneficio será la diferencia entre ingresos y gastos.

$$B(x)=I(x)-G(x)=-1.25x^2+500x+10500-(475x+10350)=-1.25x^2+25x+150$$

$$B(x)=-1.25x^2+25x+150$$

Derivamos la función beneficio e igualamos a cero su derivada en busca de sus puntos críticos.

$$B(x)=-1.25x^2+25x+150 \Rightarrow B'(x)=-2.5x+25$$

$$B'(x)=0 \Rightarrow -2.5x+25=0 \Rightarrow \boxed{x=\frac{25}{2.5}=10}$$

Sustituimos en la segunda derivada el valor *x = 10*.

$$B'(x)=-2.5x+25 \Rightarrow B''(x)=-2.5 \Rightarrow B''(10)=-2.5<0$$

En *x = 10* hay un máximo relativo.

Con 20 + 10 = 30 viajeros se consiguen los máximos beneficios, siendo estos de
$B(10)=-1.25\cdot 10^2+250+150=275$ € .

Cada viajero debe pagar 525 – 10 · 1.25 = 512.5 €

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x)=x^3-3x$

A. [0,25 PUNTOS] Obtener sus puntos de corte con los ejes OX y OY.

B. [0,5 PUNTOS] Determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

C. [0,5 PUNTOS] Determinar sus intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.

D. [0,25 PUNTOS] Dibujar la gráfica de *f(x)* e indicar la región delimitada por dicha curva y la recta $y=x$.

E. [1 PUNTO] Calcular el área de la región anterior.

A.

Con eje OY.

$$x=0 \Rightarrow f(0)=0^3-0=0 \Rightarrow P(0,0)$$

Con eje OX.

$$y=0 \Rightarrow x^3-3x=0 \Rightarrow x\left(x^2-3\right)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \to P(0,0) \\ x^2-3=0 \to x=\pm\sqrt{3} \to \begin{cases} Q\left(\sqrt{3},0\right) \\ R\left(-\sqrt{3},0\right) \end{cases} \end{cases}$$

Hay tres puntos de corte P(0, 0), $Q\left(\sqrt{3},0\right)$ y $R\left(-\sqrt{3},0\right)$.

B. Calculamos su derivada e igualamos a cero.

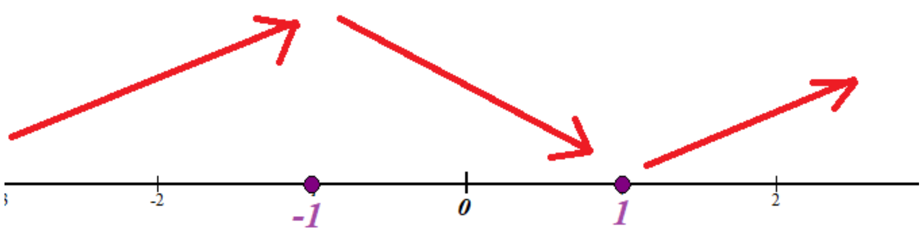
$$f(x)=x^3-3x \Rightarrow f'(x)=3x^2-3$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 3x^2-3=0 \Rightarrow x^2-1=0 \Rightarrow x=\sqrt{1}=\pm 1$$

Vemos la evolución del signo de la derivada antes, entre y después de estos dos valores.

- En $(-\infty,-1)$ tomamos *x = –2* y la derivada vale $f'(-2)=12-3=9>0$. La función crece en $(-\infty,-1)$.
- En $(-1,1)$ tomamos *x = 0* y la derivada vale $f'(0)=-3<0$. La función decrece en $(-1,1)$.
- En $(1,+\infty)$ tomamos *x = 2* y la derivada vale $f'(2)=12-3=9>0$. La función crece en $(1,+\infty)$.

La función es continua y sigue el esquema siguiente.



La función crece en $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ y decrece en $(-1,1)$.

La función tiene un máximo relativo en $x = -1$. Como $f(-1)=(-1)^3-3(-1)=2$ el máximo relativo tiene coordenadas (–1, 2)
La función tiene un mínimo relativo en $x = 1$. Como $f(1)=1^3-3=-2$ el mínimo relativo tiene coordenadas (1, –2).

C. Obtenemos la derivada segunda e igualamos a cero.

$$f\,'(x)=3x^2-3 \Rightarrow f\,''(x)=6x$$

$$f\,''(x)=0 \Rightarrow 6x=0 \Rightarrow x=0$$

Estudiamos el signo de la segunda derivada antes y después de $x = 0$.

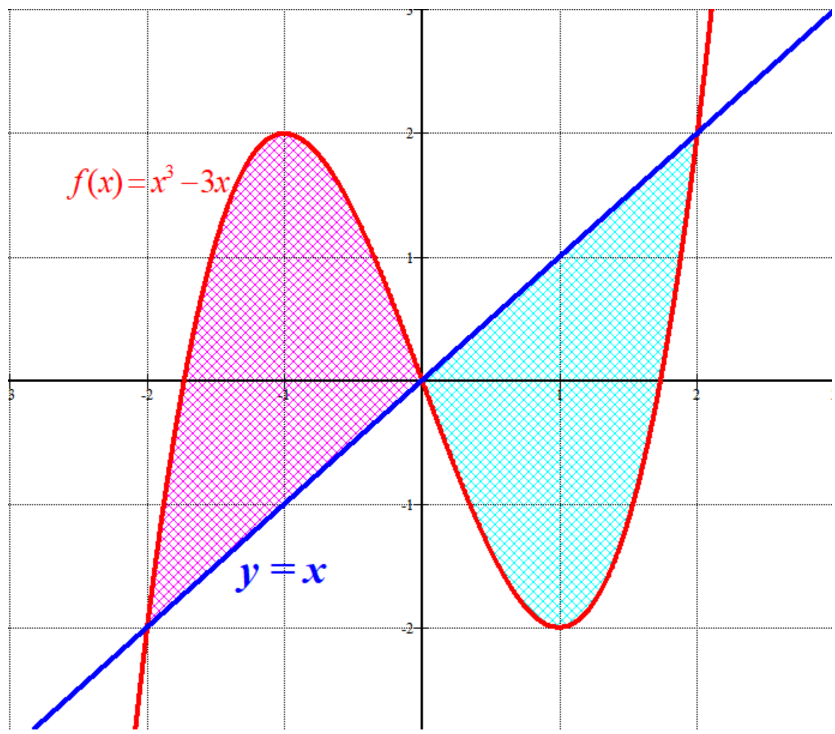
- En $(-\infty,0)$ tomamos $x = -1$ y la derivada segunda vale $f\,''(-1)=-6<0$. La función es cóncava (∩) en $(-\infty,0)$.
- En $(0,+\infty)$ tomamos $x = 1$ y la derivada segunda vale $f\,''(1)=6>0$. La función es convexa (∪) en $(0,+\infty)$.

La función es cóncava (∩) en $(-\infty,0)$ y convexa (∪) en $(0,+\infty)$. Presenta un punto de inflexión en $x = 0$. Como $f(0)=0$ el punto de inflexión tiene coordenadas (0, 0).

D. Hacemos una tabla de valores y dibujamos su gráfica.

x	$y=x^3-3x$
$-\sqrt{3}$	0
-1	2 máximo
0	0 punto de inflexión
1	-2 mínimo
$\sqrt{3}$	0

x	$y=x$
0	0
2	2



E. Calculamos el área como la suma de dos integrales definidas, una para calcular el área de la región rosa y otra para calcular el área de la región azul.

Aunque no es necesario pues se observa que tienen el mismo valor de área, por lo que calculamos solo una de las áreas, por ejemplo, la azul y el área total es dos veces el valor que obtengamos del área azul.

$$\acute{A}rea\ azul = \int_0^2 x-\left(x^3-3x\right)dx = \int_0^2 4x-x^3dx = \left[2x^2-\frac{x^4}{4}\right]_0^2 =$$

$$= \left[2\cdot 2^2-\frac{2^4}{4}\right]-\left[0-\frac{0}{4}\right] = \boxed{4\,u^2}$$

El área de la región encerrada entre la recta $y = x$ y la función $f(x) = x^3-3x$ es de 8 unidades cuadradas.

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]
El número de libros que los estudiantes de un instituto leen al año, sigue una distribución normal con desviación típica 1. Una muestra aleatoria de 125 alumnos da como resultado una media de 4 libros.

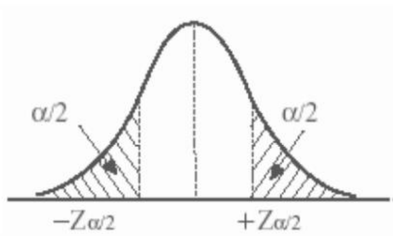
A. [1,25 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 94 % para la media.

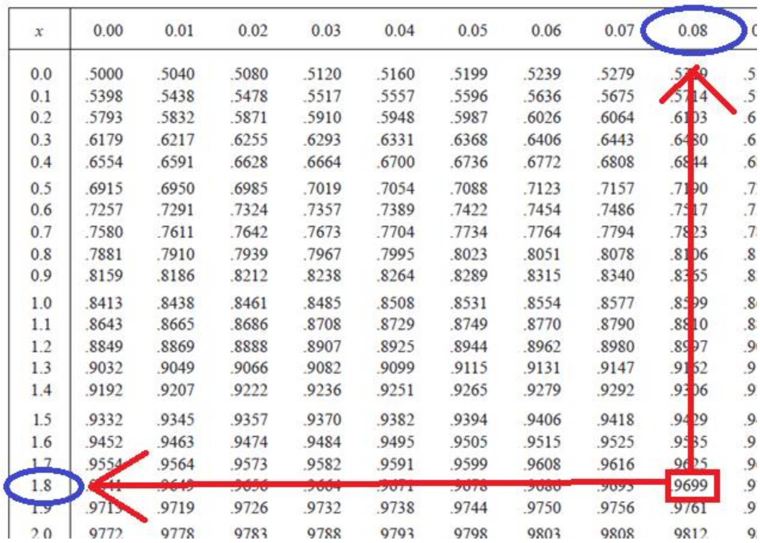
B. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 97 % sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

X = Número de libros leídos por un estudiante de un instituto.
X = N(**μ**, 1)
Tamaño de muestra = n = 125. $\bar{x} = 4$

A. Con un nivel de confianza del 94 %

$$1-\alpha = 0{,}94 \rightarrow \alpha = 0{,}06 \rightarrow \alpha/2 = 0'03 \rightarrow 1-\alpha/2 = 0{,}97 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1{,}88}$$





x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	[illegible]	.5
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9
1.8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	.9699	.9
1.9	[illegible]	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9
2.0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.88 \cdot \frac{1}{\sqrt{125}} \simeq 0.168$$

El intervalo de confianza es:

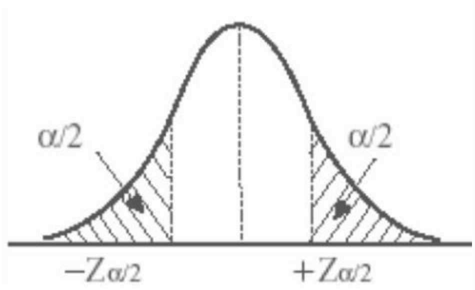
$$\left(\bar{x} - Error,\, \bar{x} + Error\right) = \left(4 - 0.168,\, 4 + 0.168\right) = \left(3.832,\, 4.168\right)$$

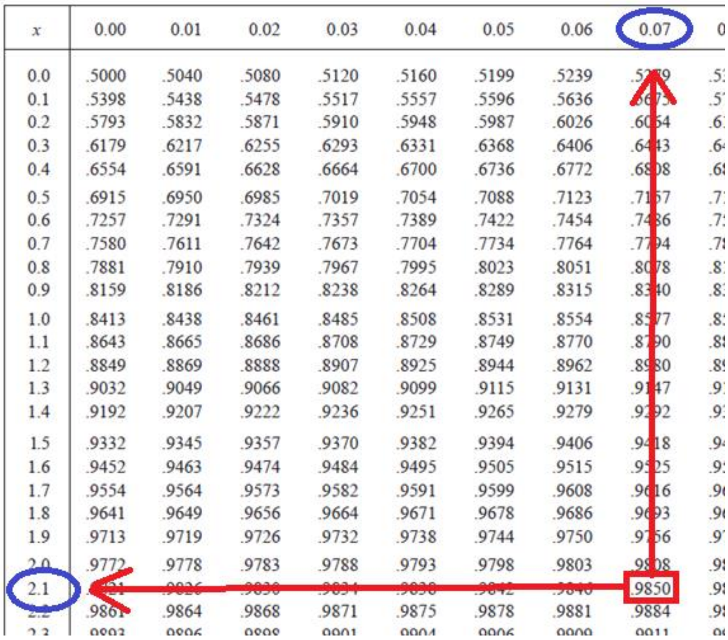
B. ¿n?

Un error que sea la cuarta parte del obtenido en el apartado anterior es $\frac{0.168}{4} = 0.042$

Con un nivel de confianza del 97%

$$1-\alpha = 0{,}97 \rightarrow \alpha = 0{,}03 \rightarrow \alpha/2 = 0'015 \rightarrow 1-\alpha/2 = 0{,}985 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$





x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	[illegible]
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	[illegible]
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808
2.1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	$\boxed{.9850}$
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884

El error debe ser 0.042.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.042 = 2.17 \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \Rightarrow \frac{0.042}{2.17} = \frac{1}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{2.17}{0.042} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \left(\frac{2.17}{0.042}\right)^2 \simeq 2669.44$$

Como n debe ser entero y superior al “n” hallado el tamaño mínimo es de 2670 estudiantes.

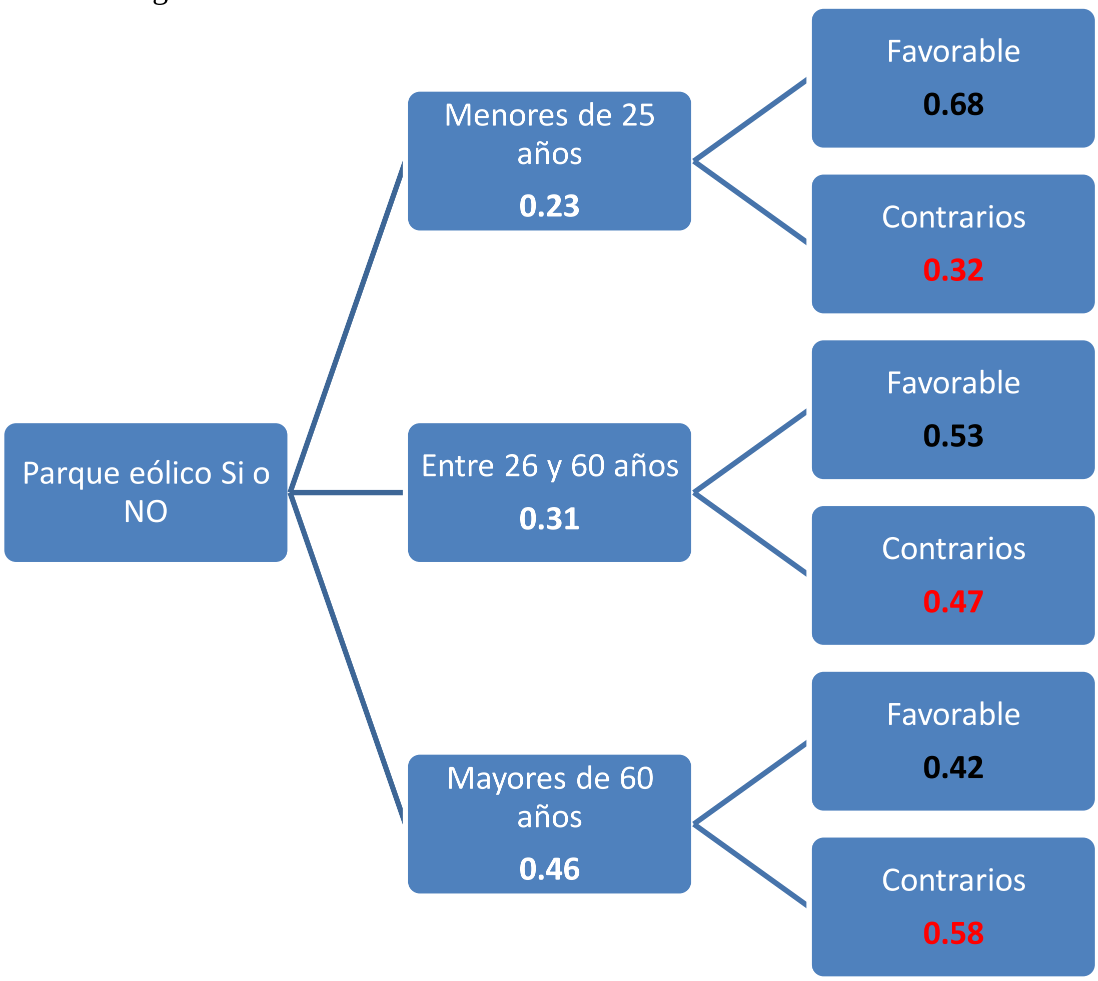
Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]
El 23 % de los habitantes de una localidad son menores de 25 años. El 31 % tienen una edad comprendida entre los 26 y 60 años. El 46 % restante es mayor de 60 años. El ayuntamiento ha recibido la petición de instalación de un parque eólico en unos terrenos municipales. Entre la población más joven, el 68 % es partidario de la instalación; entre los habitantes entre 26 y 60 años, lo es el 53 %; y entre los mayores de 60 años, el 42 %.
Seleccionamos un habitante al azar:

A. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea favorable a la instalación del parque eólico?

B. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que no sea favorable y mayor de 60 años?

C. [1 PUNTO] Si no es favorable, ¿cuál es la probabilidad de que sea menor de 25 años?

Realizamos un diagrama de árbol.



Llamamos A = Ser menor de 25 años, B = Tener entre 25 y 60 años, C = Ser mayor de 60 años.
Y también F = Ser favorable a la instalación, $\overline{F}$ = Ser contrario a la instalación.

a) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(F)=P(A)P(F/A)+P(B)P(F/B)+P(C)P(F/C)=$$

$$=0.23\cdot 0.68+0.31\cdot 0.53+0.46\cdot 0.42=\boxed{0.5139}$$

b)

$$P\left(\overline{F} \cap C\right) = P(C)P\left(\overline{F} / C\right) = 0.46 \cdot 0.58 = \boxed{0.2668}$$

c) Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P\left(A / \overline{F}\right) = \frac{P\left(A \cap \overline{F}\right)}{P\left(\overline{F}\right)} = \frac{P(A)P\left(\overline{F} / A\right)}{1 - P(F)} = \frac{0.23 \cdot 0.32}{1 - 0.5139} \simeq \boxed{0.1514}$$