UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOMCE – SEPTIEMBRE 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INDICACIONES

Elija una de las dos opciones.

No se admitirá ningún resultado si no está debidamente razonado.

No se permiten calculadoras gráficas, ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1 [3,5 PUNTOS]

A. [1 PUNTO] Calcular los valores del parámetro a para los cuales la matriz $A=\begin{pmatrix} a-2 & 0 & -3 \\ -1 & a+3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ tiene inversa.

B. [0,5 PUNTOS] Utilizando los resultados obtenidos en el apartado anterior, determinar para qué valores del parámetro a, las siguientes matrices tienen inversa:

B1. [0,25 PUNTOS] A^2

B2. [0,25 PUNTOS] La traspuesta de A: A^t

C. [2 PUNTOS] Consideremos la matriz del apartado A para $a = 1$, y las matrices:

$B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Resolver la ecuación matricial $A^{-1}XB + C = Id$.

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

A. [1,75 PUNTOS] El coste, en euros, de fabricar x unidades de un producto es $C(x) = 3x + 25$. Se ha fijado un precio de venta por unidad que también depende del número de unidades producidas: $13-\dfrac{x^2}{750}$ euros.

¿Cuántas unidades deben fabricarse para obtener los máximos beneficios? ¿Cuál es el precio de venta por unidad que debe fijarse para obtener dichos beneficios?

B. [1,75 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\dfrac{x+3}{x^2+6x+5}$:

B1. [1 PUNTO] Determinar sus asíntotas verticales. Esbozar la posición de la gráfica respecto a dichas asíntotas, calculando previamente los límites laterales correspondientes.

B2. [0,75 PUNTOS] Calcular la integral definida: $\displaystyle\int_1^2 \frac{x+3}{x^2+6x+5}\,dx$

Ejercicio 3 [3 PUNTOS]

El Centro de Idiomas de la Universidad de Cantabria realiza un examen de inglés a todos los alumnos de nuevo ingreso en el curso 2017/2018. La nota obtenida sigue una distribución normal con desviación típica 1,9. Una muestra aleatoria de 100 alumnos da como resultado una nota media de 6,82.

A. [1,5 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 90 % para la nota media.

B. [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 98 % sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1 [3,5 PUNTOS]
Una asociación de vecinos ha programado una excursión en la que se han inscrito 540 personas. La compañía con la que han contratado el viaje dispone de 12 autocares de 60 plazas y de 9 de 40 plazas, pero en las fechas previstas para el viaje solo se podrá contar con 10 conductores. Por otro lado, alquilar un autocar grande supone 100 euros; y uno pequeño, 65 euros. ¿Cuántos autocares de cada tipo deberán alquilarse para minimizar los costes?

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]
Dada la función $f(x) = x^3 + x^2 - 12x$

A. [0,1 PUNTOS] Obtener los puntos de corte con los ejes OX y OY.
B. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.
C. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.
D. [0,5 PUNTOS] Dibujar la región delimitada por la curva anterior y la recta $g(x) = -6x$.
E. [1,7 PUNTOS] Calcular el área de la región anterior.

Ejercicio 3 [3 PUNTOS]
De los alumnos matriculados en 1º en los grados de Economía, Administración y Dirección de Empresas y Derecho, de determinada universidad, conocemos su nivel de inglés. Los datos desglosados aparecen en la tabla adjunta

	G. Económicas	G. Adm. y D. Empresas	G. Derecho	Total
Nivel alto	20	33	34	87
Nivel medio	78	167	76	321
Nivel bajo	27	20	65	112
Total	125	220	175	520

Escogido un alumno al azar:
A. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que esté estudiando Derecho?
B. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que estudie Económicas y tenga un nivel alto?
C [1 PUNTO] Si sabemos que el alumno tiene un nivel medio, ¿cuál es la probabilidad de que esté estudiando Administración y D. de Empresas?

SOLUCIONES

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1 [3,5 PUNTOS]

A. [1 PUNTO] Calcular los valores del parámetro *a* para los cuales la matriz $A=\begin{pmatrix} a-2 & 0 & -3 \\ -1 & a+3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ tiene inversa.

B. [0,5 PUNTOS] Utilizando los resultados obtenidos en el apartado anterior, determinar para qué valores del parámetro *a*, las siguientes matrices tienen inversa:

B1. [0,25 PUNTOS] A^2

B2. [0,25 PUNTOS] La traspuesta de A: A^t

C. [2 PUNTOS] Consideremos la matriz del apartado A para *a* = 1, y las matrices:

$B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Resolver la ecuación matricial $A^{-1}XB + C = Id$.

A. Calculemos el determinante de la matriz A.

$$|A|=\begin{vmatrix} a-2 & 0 & -3 \\ -1 & a+3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}=(a-2)(a+3)-3-(-3a-9)=a^2+3a-2a-6-3+3a+9=a^2+4a$$

Igualamos a cero el determinante.

$$|A|=0 \Rightarrow a^2+4a=0 \Rightarrow a(a+4)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=-4 \end{cases}$$

La matriz A tiene inversa para cualquier valor de a distinto de 0 y de –4.

B.

B1. Por las propiedades de los determinantes: $|A^2|=|A\cdot A|=|A|\cdot|A|$

Por lo que el determinante de A^2 es no nulo cuando es no nulo el de A. Entonces A^2 tiene inversa si a es distinto de 0 y de –4.

B2. Por las propiedades de los determinantes: $|A^t|=|A|$

Por lo que la matriz transpuesta tendrá inversa cuando a sea distinto de 0 y de –4.

C. Siendo a = 1 la matriz A queda:

$A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ -1 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y esta matriz tiene inversa (A^{-1}), ya que a es distinto de 0 y de –4.

Despejamos en la ecuación matricial:

$$A^{-1}XB+C=Id \Rightarrow A\cdot A^{-1}XB \; + \; A\cdot C \; = \; A\cdot Id \Rightarrow XB=A-A\cdot C=A(I-C)$$

$$XB\cdot B^{-1}=A(I-C)B^{-1} \Rightarrow X=A(I-C)B^{-1}$$

Calculemos la inversa de B.

$$|B| = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -2+0+0-(4+0+0) = -6 \neq 0$$

Esta matriz B tiene inversa. La calculamos:

$$B^{-1} = \frac{Adj(B^t)}{|B|} = \frac{Adj\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}}{-6} = -\frac{1}{6}\begin{pmatrix} +\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = -\frac{1}{6}\begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 0 & -3 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Sustituimos en la ecuación.

$$X = A(I-C)B^{-1}$$

$$X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ -1 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\right]\left[-\frac{1}{6}\begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 0 & -3 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}\right]$$

$$X = -\frac{1}{6}\begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ -1 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & -1 & -3 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 0 & -3 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$X = -\frac{1}{6}\begin{pmatrix} 1+3 & 1 & 3-3 \\ 1 & 1-4 & 3 \\ -1-1 & -1+1 & -3+1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 0 & -3 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$X = -\frac{1}{6}\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 0 & -3 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$X = -\frac{1}{6}\begin{pmatrix} 8 & -8-3 & -16 \\ 2-6 & -2+9-3 & -4-6 \\ -4+4 & +4+2 & +8+4 \end{pmatrix}$$

$$X = -\frac{1}{6}\begin{pmatrix} 8 & -11 & -16 \\ -4 & 4 & -10 \\ 0 & 6 & 12 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} & \frac{11}{6} & \frac{8}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]
A. [1,75 PUNTOS] El coste, en euros, de fabricar *x* unidades de un producto es *C(x)* = 3*x* + 25. Se ha fijado un precio de venta por unidad que también depende del número de unidades producidas: $13-\frac{x^2}{750}$ euros.
¿Cuántas unidades deben fabricarse para obtener los máximos beneficios? ¿Cuál es el precio de venta por unidad que debe fijarse para obtener dichos beneficios?
B. [1,75 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\frac{x+3}{x^2+6x+5}$:
B1. [1 PUNTO] Determinar sus asíntotas verticales. Esbozar la posición de la gráfica respecto a dichas asíntotas, calculando previamente los límites laterales correspondientes.
B2. [0,75 PUNTOS] Calcular la integral definida: $\int_1^2 \frac{x+3}{x^2+6x+5}dx$

A. El beneficio es la diferencia entre ingresos y coste de producción.

$$B(x)=\left(13-\frac{x^2}{750}\right)x-(3x+25)=13x-\frac{x^3}{750}-3x-25=-\frac{x^3}{750}+10x-25$$

Derivamos la función en busca de los extremos relativos de la misma.

$$B'(x)=-\frac{3x^2}{750}+10=-\frac{x^2}{250}+10$$

$$B'(x)=0\Rightarrow -\frac{x^2}{250}+10=0\Rightarrow -x^2+2500=0\Rightarrow x^2=2500\Rightarrow x=\sqrt{2500}=50$$

x = 50 es un posible máximo. Lo comprobamos con la segunda derivada.

$$B'(x)=-\frac{x^2}{250}+10\Rightarrow B''(x)=-\frac{2x}{250}$$

$$B''(50)=-\frac{100}{250}<0$$

Se produce un máximo beneficio en una producción de 50 unidades.
Para conseguir este beneficio máximo se debe fijar un precio de venta por unidad de

$$13-\frac{50^2}{750}=13-\frac{2500}{750}=13-\frac{10}{3}=\frac{29}{3}=9,66\text{ €}$$

B.

B1. Asíntotas verticales. $x=a$

La función $f(x)=\frac{x+3}{x^2+6x+5}$ no existe en los puntos que anulan el denominador.

$$x^2+6x+5=0\Rightarrow x=\frac{-6\pm\sqrt{36-20}}{2}=\begin{cases}=\frac{-6+4}{2}=-1\\[4pt]=\frac{-6-4}{2}=-5\end{cases}$$

$x=-1$ es asíntota vertical.

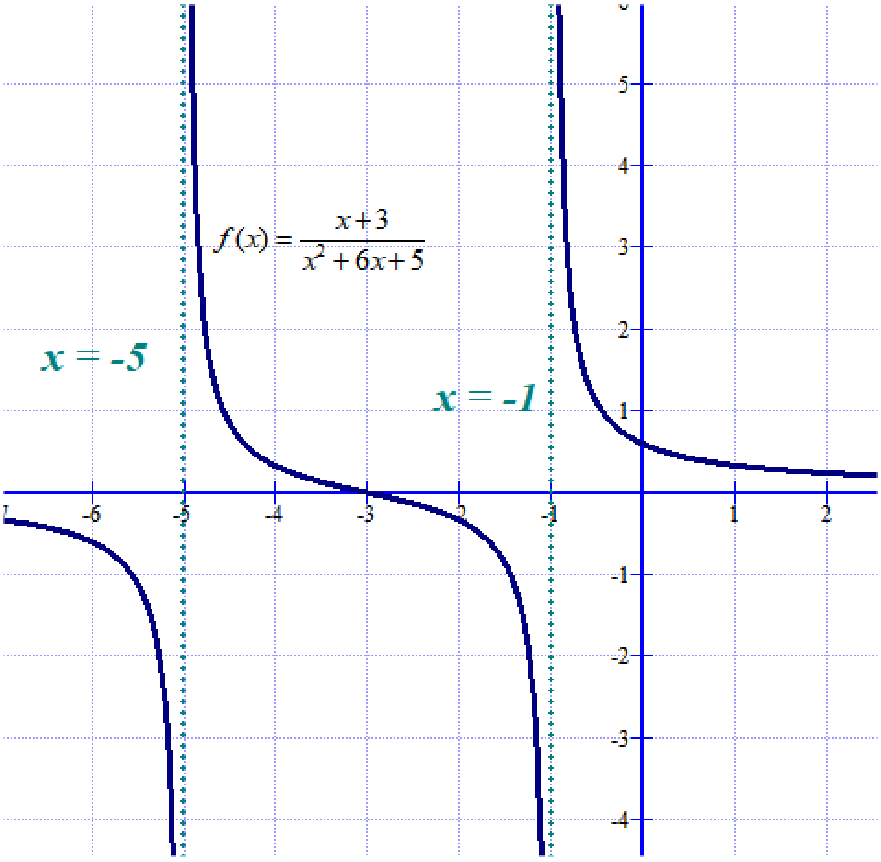
$$\lim_{x\to -1^+} f(x)=\lim_{x\to -1^+}\frac{x+3}{x^2+6x+5}=\frac{2(positivos)}{0(positivos)}=+\infty$$

$$\lim_{x\to -1^-} f(x)=\lim_{x\to -1^-}\frac{x+3}{x^2+6x+5}=\frac{2(positivos)}{0(negativos)}=-\infty$$

$x = -5$ es asíntota vertical.

$$\lim_{x\to -5^+} f(x) = \lim_{x\to -5^+} \frac{x+3}{x^2+6x+5} = \frac{-2(negativos)}{0(negativos)} = +\infty$$

$$\lim_{x\to -5^-} f(x) = \lim_{x\to -5^-} \frac{x+3}{x^2+6x+5} = \frac{-2(negativos)}{0(positivos)} = -\infty$$



B2. Para resolver esta integral $\int_1^2 \frac{x+3}{x^2+6x+5}dx$ debemos hacer un pequeño ajuste para que en el numerador esté la derivada del denominador (2x + 6).

$$\int_1^2 \frac{x+3}{x^2+6x+5}dx = \frac{1}{2}\int_1^2 \frac{2(x+3)}{x^2+6x+5}dx = \frac{1}{2}\int_1^2 \frac{2x+6}{x^2+6x+5}dx = \left[\frac{1}{2}\ln\left(x^2+6x+5\right)\right]_1^2 =$$

$$= \left[\frac{1}{2}\ln\left(2^2+12+5\right)\right] - \left[\frac{1}{2}\ln\left(1^2+6+5\right)\right] = \frac{1}{2}\ln 21 - \frac{1}{2}\ln 12 = \frac{1}{2}(\ln 21 - \ln 12) = \frac{1}{2}\ln\frac{21}{12} = \boxed{\frac{1}{2}\ln\frac{7}{4}}$$

Ejercicio 3 [3 PUNTOS]
El Centro de Idiomas de la Universidad de Cantabria realiza un examen de inglés a todos los alumnos de nuevo ingreso en el curso 2017/2018. La nota obtenida sigue una distribución normal con desviación típica 1,9. Una muestra aleatoria de 100 alumnos da como resultado una nota media de 6,82.
A. [1,5 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 90 % para la nota media.
B. [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 98 % sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

X = Nota obtenida en examen de inglés. X = N(μ, 1.9)

El tamaño de la muestra es n = 100 y la media obtenida en la muestra es $\bar{x} = 6.82$.

A. Si el nivel de confianza es del 90% hallamos el error asociado.

$$1-\alpha = 0.90 \rightarrow \alpha = 0.10 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05 \rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0.95 \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \text{Busco en la tabla} \\ \text{de la N(0,1)} \end{matrix} \right\} \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.645$$

El error es $z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \cdot \frac{1.9}{\sqrt{100}} = 0.31255...$

El intervalo de confianza es:

$$\left(\overline{x} - Error,\ \overline{x} + Error\right) = \left(6.820 - 0.313,\ \ 6.820 + 0.313\right) = \left(6.507,\ 7.133\right)$$

B.

La cuarta parte del error del apartado anterior es $Error = \frac{0,3126}{4} = 0,0781$

Si el nivel de confianza es del 98% hallamos el error asociado.

$$1-\alpha = 0,98 \rightarrow \alpha = 0,02 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,01 \rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0,99 \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \text{Busco en la tabla} \\ \text{de la N(0,1)} \end{matrix} \right\} \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,33$$

El error debe ser 0,0781 y con la fórmula es Error = $z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,33 \cdot \frac{1,9}{\sqrt{n}}$

$$2,33 \cdot \frac{1,9}{\sqrt{n}} = 0,0781 \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1,9 \cdot 2,33}{0,0781} \Rightarrow n = \left(\frac{1,9 \cdot 2,33}{0,0781}\right)^2 = 3213,046$$

El tamaño de la muestra debe ser un mínimo de 3214 personas.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1 [3,5 PUNTOS]
Una asociación de vecinos ha programado una excursión en la que se han inscrito 540 personas. La compañía con la que han contratado el viaje dispone de 12 autocares de 60 plazas y de 9 de 40 plazas, pero en las fechas previstas para el viaje solo se podrá contar con 10 conductores. Por otro lado, alquilar un autocar grande supone 100 euros; y uno pequeño, 65 euros. ¿Cuántos autocares de cada tipo deberán alquilarse para minimizar los costes?

Es un problema de programación lineal con dos variables x = número de autobuses de 60 plazas e y = número de autobuses de 40 plazas.

El coste es lo que cobramos por el alquiler. $C(x,y)=100x+65y$
Las restricciones del problema.

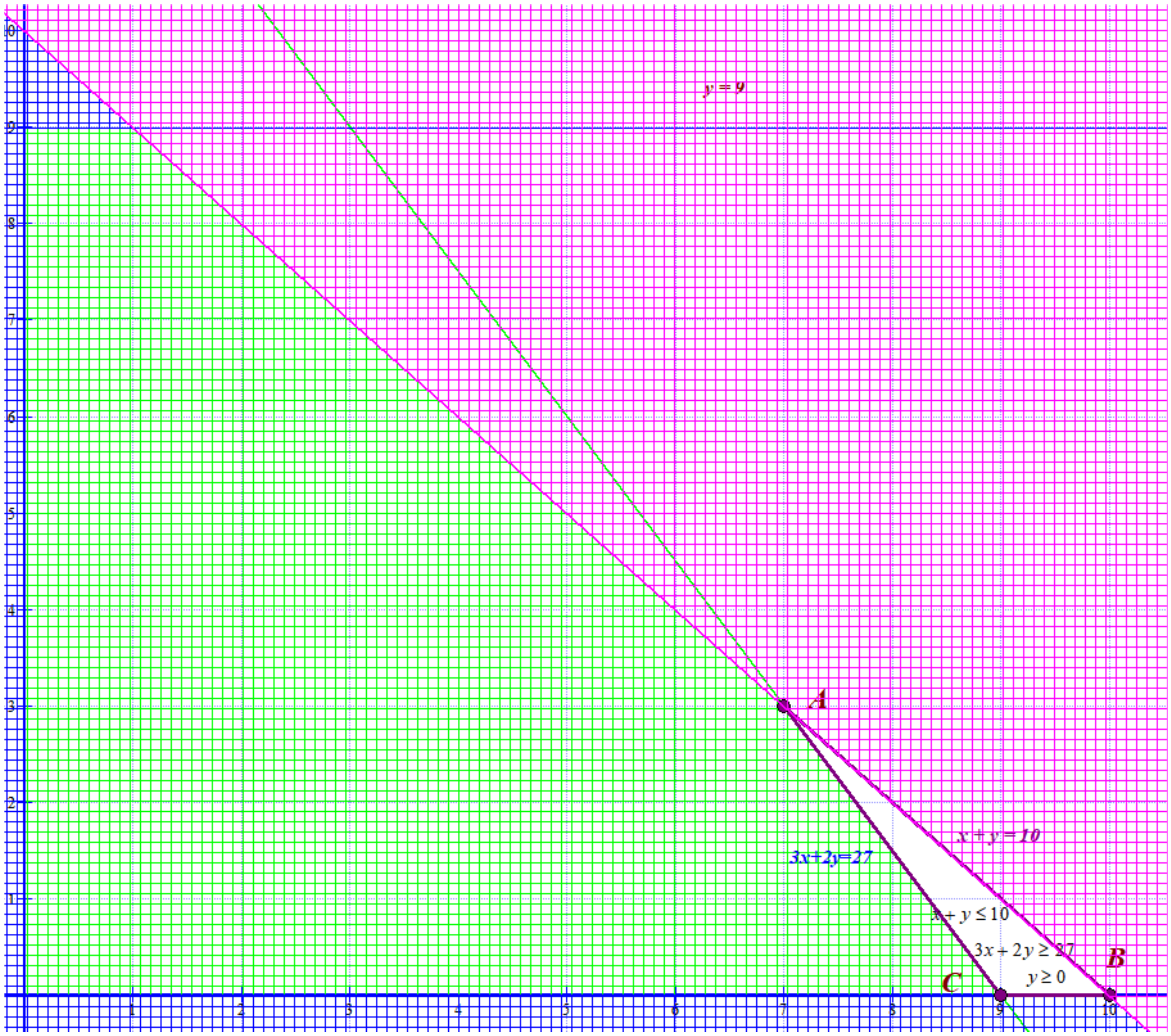
$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ \text{Solo disponemos de 12 autobuses de 60 plazas } \rightarrow x\leq 12 \\ \text{Solo disponemos de 9 autobuses de 40 plazas } \rightarrow y\leq 9 \\ \text{Solo disponen de 10 conductores } \rightarrow x+y\leq 10 \\ \text{Deben caber en los autobuses las 540 personas } \rightarrow 60x+40y\geq 540 \rightarrow 3x+2y\geq 27 \end{array}\right\}$$

Representamos estas restricciones en busca de maximizar la función beneficio sometida a esas restricciones.

x	$y=\frac{27-3x}{2}$
9	0
1	12
7	3

x	$y=10-x$
10	0
0	10
7	3

x	$y=9$
0	9
12	9



La región factible es la zona blanca, ya que las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 12 \\ y \leq 9 \\ x + y \leq 10 \\ 3x + 2y \geq 27 \end{array}\right\}$$

Las coordenadas de los vértices de la región son: A(7, 3), B(10, 0) y C(9, 0)
Veamos el coste en cada uno de estos vértices.

A(7, 3) → $C(7,3) = 700 + 195 = 895$

B(10, 0) → $C(10,0) = 1000$

C(9, 0) → $C(9,0) = 900$

El coste mínimo se consigue alquilando 7 autobuses de 60 plazas y 3 de 40 plazas. Siendo este coste de 895 €.

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x) = x^3 + x^2 - 12x$

A. [0,1 PUNTOS] Obtener los puntos de corte con los ejes OX y OY.
B. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.
C. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.
D. [0,5 PUNTOS] Dibujar la región delimitada por la curva anterior y la recta *g(x)* = – 6*x*.
E. [1,7 PUNTOS] Calcular el área de la región anterior.

A. Puntos de corte con eje OY.

$x = 0 \Rightarrow y = f(0) = 0^3 + 0^2 - 0 = 0$ El punto de corte es A(0, 0).

Puntos de corte con eje OX.

$y = 0 \Rightarrow 0 = x^3 + x^2 - 12x \Rightarrow 0 = x(x^2 + x - 12) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \begin{cases} = \dfrac{-1+7}{2} = 3 \\ = \dfrac{-1-7}{2} = -4 \end{cases} \end{cases}$$

Los puntos de corte son A(0, 0), B(3, 0) y C(–4, 0)

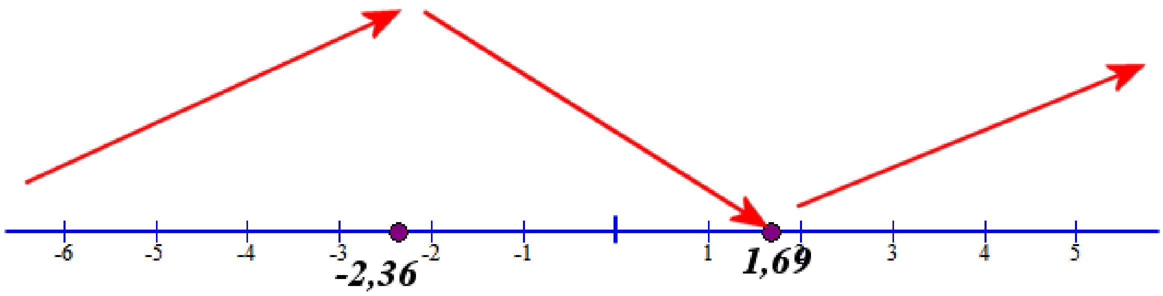
B. Utilizamos la derivada de $f(x) = x^3 + x^2 - 12x$.

$f(x) = x^3 + x^2 - 12x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2x - 12$

Igualamos a cero.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+144}}{6} = \begin{cases} = \dfrac{-2+\sqrt{148}}{6} = 1,69 \\ = \dfrac{-2-\sqrt{148}}{6} = -2,36 \end{cases}$$

- En $(-\infty, -2,36)$ tomamos x = –4 y la derivada vale $f'(-4) = 48 - 6 - 12 = 30 > 0$. La función es creciente.
- En $(-2,36, 1,69)$ tomamos x = 0 y la derivada vale $f'(0) = 0 + 0 - 12 = -12 < 0$. La función es decreciente.
- En $(1,69, +\infty)$ tomamos x = 4 y la derivada vale $f'(4) = 48 + 8 - 12 = 44 > 0$. La función es creciente.



La función presenta un máximo en x = –2,36 y un mínimo en x = 1,69.

La función crece en $(-\infty, -2,36) \cup (1,69, +\infty)$ y decrece en $(-2,36, 1,69)$.

C. Utilizamos la segunda derivada de $f(x)=x^3+x^2-12x$.

$f(x)=x^3+x^2-12x \Rightarrow f'(x)=3x^2+2x-12 \Rightarrow f''(x)=6x+2$

Igualamos a cero.

$f''(x)=0 \Rightarrow 6x+2=0 \Rightarrow x=\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}$

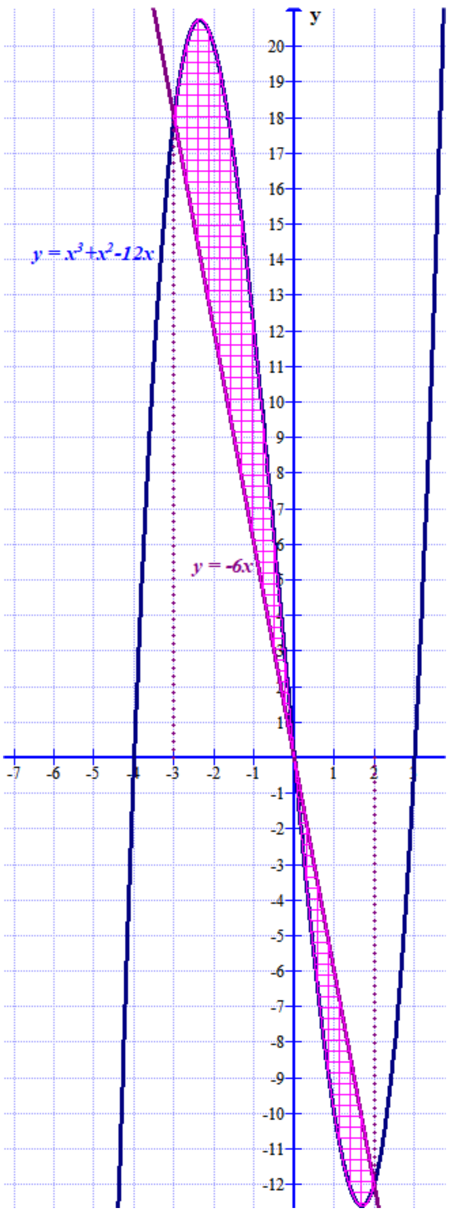
- En $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$ tomamos x = –5 y la derivada segunda es $f''(-5)=-30+2=-28<0$. La función es cóncava (∩).
- En $\left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$ tomamos x = 0 y la derivada segunda es $f''(0)=0+2=2>0$. La función es convexa (∪).

La función presenta un punto de inflexión en el punto con $x=-\frac{1}{3}$.

D. Hacemos una pequeña tabla de valores de las dos funciones.

x	$y=x^3+x^2-12x$
-3	18
$-2,36$	$20,7$
$1,69$	$-12,6$
2	-12

x	$y=-6x$
0	0
-3	18
2	-12



Estas gráficas se cortan en:

$f(x)=g(x) \Rightarrow x^3+x^2-12x=-6x \Rightarrow$

$\Rightarrow x^3+x^2-6x=0 \Rightarrow x\left(x^2+x-6\right)=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2+x-6=0 \Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{2}= \begin{cases} =\frac{-1+5}{2}=2 \\ =\frac{-1-5}{2}=-3 \end{cases} \end{cases}$$

E. El área de esta región se calcula con dos integrales definidas.

$$\int_{-3}^{0} x^3+x^2-12x-(-6x)\,dx=\int_{-3}^{0} x^3+x^2-6x\,dx=$$

$$=\left[\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-3x^2\right]_{-3}^{0}=$$

$$=\left[\frac{0^4}{4}+\frac{0^3}{3}-0\right]-\left[\frac{(-3)^4}{4}+\frac{(-3)^3}{3}-3(-3)^2\right]=$$

$$=-\frac{81}{4}+9+27=\frac{63}{4}$$

$$\int_0^2 -6x-\left(x^3+x^2-12x\right)dx=\int_0^2 -x^3-x^2+6xdx=\left[-\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}+3x^2\right]_0^2=$$

$$=\left[-\frac{2^4}{4}-\frac{2^3}{3}+12\right]-\left[-\frac{0^4}{4}-\frac{0^3}{3}+0\right]=-4-\frac{8}{3}+12=\frac{16}{3}$$

El área es $\frac{63}{4}+\frac{16}{3}=\boxed{\frac{253}{12}=21,08\,u^2}$

Ejercicio 3 [3 PUNTOS]
De los alumnos matriculados en 1º en los grados de Economía, Administración y Dirección de Empresas y Derecho, de determinada universidad, conocemos su nivel de inglés. Los datos desglosados aparecen en la tabla adjunta

	G. Económicas	G. Adm. y D. Empresas	G. Derecho	Total
Nivel alto	20	33	34	87
Nivel medio	78	167	76	321
Nivel bajo	27	20	65	112
Total	125	220	175	520

Escogido un alumno al azar:
A. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que esté estudiando Derecho?
B. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que estudie Económicas y tenga un nivel alto?
C [1 PUNTO] Si sabemos que el alumno tiene un nivel medio, ¿cuál es la probabilidad de que esté estudiando Administración y D. de Empresas?

A. Aplicando la regla de Laplace. $P\left(\text{Estudie Derecho}\right)=\frac{175}{520}=0,336$

B. Aplicando la regla de Laplace.

$$P\left(\text{Estudie Economicas y tenga nivel alto de inglés}\right)=\frac{20}{520}=0,038$$

C. Aplicando la regla de Laplace.

$$P\left(\text{Estudie Administracion y D. Empresas / Tiene un nivel medio}\right)=\frac{167}{321}=0,52$$