UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
LOMCE – SEPTIEMBRE 2020
MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escoger sólo cuatro ejercicios elegidos entre los ocho de que consta el examen.
2. Si realiza más de cuatro ejercicios sólo se corregirán los cuatro primeros, según el orden que aparecen resueltos en el cuadernillo de examen.
3. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
4. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
5. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

Ejercicio 1 [2.5 PUNTOS]

Considera el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x+(1-t)y=t \\ (1+t)x-3y=-t \end{cases}$ dependiente del parámetro *t*.

1) [1 PUNTO] Determina para qué valores de *t* el sistema tiene solución única y resuélvelo en ese caso, expresando la solución en función del parámetro *t* si es necesario.
2) [1 PUNTO] Determina para qué valores de *t* el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvelo en ese caso.
3) [0.5 PUNTOS] Determina para qué valores de *t* el sistema no tiene solución.

Ejercicio 2 [2.5 PUNTOS]

Considera la función $f(x)=\dfrac{1-\cos(x)}{x}$

1) [0.5 PUNTOS] Calcula la derivada primera.
2) [0.5 PUNTOS] Calcula la pendiente de la recta tangente a la gráfica de *f(x)* en el punto de abscisa $x=\pi$
3) [1 PUNTO] Calcula $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.
4) [0.5 PUNTOS] Calcula las asíntotas.

Ejercicio 3 [2.5 PUNTOS]

Considera los puntos A = (2, 1, 5), B = (3, 4, 1) y la recta $r\begin{cases} x=3-\lambda \\ y=4-3\lambda \\ z=1-4\lambda \end{cases}$

1) [0.5 PUNTOS] Se emite un rayo láser desde el punto A. Calcula la ecuación de la recta que contiene al rayo láser para que impacte en el punto B.
2) [1 PUNTO] Calcula la ecuación de una recta que pase por B y sea perpendicular al rayo y a la recta *r*.
3) [1 PUNTO] Calcula la ecuación del plano que contiene al rayo y a la recta *r*.

Ejercicio 4 [2.5 PUNTOS]

Un tenista juega el 20% de sus partidos en tierra batida y el resto en otras superficies. Jugando en tierra batida gana el 90% de sus partidos, pero en otras superficies, solo consigue ganar el 40% de los partidos.

1) [1.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que gane un partido concreto, sin que sepamos en qué superficie juega.

2) [1.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que haya jugado un partido concreto en tierra batida sabiendo que ha ganado dicho partido.

Ejercicio 5 [2.5 PUNTOS]

Considera la ecuación matricial $AX - X = B$, siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$, en donde *a* es un parámetro real.

1) [1 PUNTO] Despeja la matriz X de la ecuación anterior.
2) [0.5 PUNTOS] Halla los valores de *a* para los que no es posible calcular X.
3) [1 PUNTO] Calcula X para *a = 1*.

Ejercicio 6 [2.5 PUNTOS]

Considera la función $f(x) = \begin{cases} \sin(x) & si \quad x \le \pi/2 \\ \frac{2}{x} + a & si \quad x > \pi/2 \end{cases}$, siendo *a* un parámetro real.

1) [0.5 PUNTOS] Halla *a* para que *f(x)* sea continua.
2) [0.5 PUNTOS] Calcula $\lim_{x \to \infty} f(x)$.
3) [0.5 PUNTOS] Halla una primitiva de *f(x)* para $x \le \pi/2$
4) [1 PUNTO] Calcula el área de la región limitada por la función $y = f(x)$, las rectas $x = 0$, $x = \pi/2$ y el eje *OX* de abscisas.

Ejercicio 7 [2.5 PUNTOS]

Considera los puntos $A = (1,3,1)$, $B = (4,1,-2)$, $C = (3,5,2)$, $D = (1,1,3)$.

1) [1 PUNTO] Halla la ecuación del plano π que contiene a los puntos *A, B, C.*
2) [0.5 PUNTOS] Comprueba si el punto D está contenido en el plano π.
3) [1 PUNTO] Calcula el ángulo que forman los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$.

Ejercicio 8 [2.5 PUNTOS]

En la Unión Europea hay aproximadamente 250 millones de hombres adultos, de los cuales 12 millones miden más de 190cm. En Holanda hay aproximadamente 7 millones de hombres adultos, cuya altura sigue una distribución normal con media 184 cm y desviación típica 7 cm.
Supongamos que elegimos un hombre adulto al azar de toda la Unión Europea.

1) [0.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que mida más de 190 cm.
2) [0.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que sea holandés.
3) [1 PUNTO] Calcula la probabilidad de que mida más de 190 cm sabiendo que es holandés.
4) [1 PUNTO] Calcula la probabilidad de que sea holandés sabiendo que mide más de 190 cm.

SOLUCIONES

Ejercicio 1 [2.5 PUNTOS]

Considera el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x+(1-t)y=t \\ (1+t)x-3y=-t \end{cases}$ dependiente del parámetro *t*.

1) [1 PUNTO] Determina para qué valores de *t* el sistema tiene solución única y resuélvelo en ese caso, expresando la solución en función del parámetro *t* si es necesario.
2) [1 PUNTO] Determina para qué valores de *t* el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvelo en ese caso.
3) [0.5 PUNTOS] Determina para qué valores de *t* el sistema no tiene solución.

1) La matriz de coeficientes es $A=\begin{pmatrix} 1 & 1-t \\ 1+t & -3 \end{pmatrix}$

Con determinante $|A|=\begin{vmatrix} 1 & 1-t \\ 1+t & -3 \end{vmatrix}=-3-(1-t)(1+t)=-3-(1-t^2)=-4+t^2$.

Lo igualamos a cero.

$|A|=0 \Rightarrow -4+t^2=0 \Rightarrow t^2=4 \Rightarrow t=\sqrt{4}=\pm 2$

Para $t\neq 2 \ y \ t\neq -2$ el determinante de la matriz de coeficientes es no nulo y su rango es 2, igual que el rango de la matriz ampliada e igual que el número de incógnitas.

El sistema tiene solución única.

Determinamos la solución usando Cramer.

$$x=\frac{\begin{vmatrix} t & 1-t \\ -t & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1-t \\ 1+t & -3 \end{vmatrix}}=\frac{-3t+t-t^2}{-4+t^2}=\frac{-2t-t^2}{-4+t^2}=\frac{-t\cancel{(2+t)}}{(-2+t)\cancel{(2+t)}}=\frac{t}{2-t}$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & t \\ 1+t & -t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1-t \\ 1+t & -3 \end{vmatrix}}=\frac{-t-t-t^2}{-4+t^2}=\frac{-2t-t^2}{-4+t^2}=\frac{-t\cancel{(2+t)}}{(-2+t)\cancel{(2+t)}}=\frac{t}{2-t}$$

Cuando $t\neq 2 \ y \ t\neq -2$ las soluciones del sistema son $x=y=\dfrac{t}{2-t}$

2) Para *t = –2* el sistema queda

$$\begin{cases} x+3y=-2 \\ -x-3y=2 \end{cases} \Rightarrow \left. \begin{cases} \text{Ecuación } 2^{\text{a}} = -\text{Ecuación } 1^{\text{a}} \\ \text{Quito ecuación } 2^{\text{a}} \end{cases} \right\} \Rightarrow x+3y=-2 \Rightarrow \boxed{x=-2-3y}$$

Para *t = –2* el sistema tiene infinitas soluciones y tienen la expresión $x=-2-3t; \quad y=t$

3) Para *t = 2* el sistema queda

$$\begin{cases} x-y=2 \\ 3x-3y=-2 \end{cases} \Rightarrow \left. \begin{cases} \text{Ecuación } 2^{\text{a}}-3\cdot\text{Ecuación } 1^{\text{a}} \\ \begin{array}{cccc} 3x & -3y & = & -2 \\ -3x & +3y & = & -6 \\ \hline & 0 & = & -8 \end{array} \end{cases} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x-y=2 \\ 0=-8 \end{cases}$$

El sistema no tiene solución para *t = 2*.

Ejercicio 2 [2.5 PUNTOS]

Considera la función $f(x)=\dfrac{1-\cos(x)}{x}$

1) [0.5 PUNTOS] Calcula la derivada primera.
2) [0.5 PUNTOS] Calcula la pendiente de la recta tangente a la gráfica de *f(x)* en el punto de abscisa $x=\pi$
3) [1 PUNTO] Calcula $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.
4) [0.5 PUNTOS] Calcula las asíntotas.

1) $f(x)=\dfrac{1-\cos(x)}{x} \Rightarrow f'(x)=\dfrac{sen(x)x-(1-\cos(x))}{x^2}=\dfrac{xsen(x)-1+\cos(x)}{x^2}$

2) La pendiente de la recta tangente es el valor de la derivada en dicho punto.

$$f'(\pi)=\frac{\pi sen(\pi)-1+\cos(\pi)}{\pi^2}=\frac{-1-1}{\pi^2}=\frac{-2}{\pi^2}$$

3)

$$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x}=\frac{1-\cos 0}{0}=\frac{0}{0}=\text{Indeterminación (L´Hôpital)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{0+sen(x)}{1}=\lim_{x\to 0} sen(x)=\boxed{0}$$

4) **Asíntota vertical**. $x=a$

$x=0$ no pertenece al dominio de la función.

¿ $x=0$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{x}=0$$

Por lo que no tiene asíntota vertical.

Asíntota horizontal. $y=b$

$$b=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\cos(x)}{x}=\frac{\text{función acotada entre 0 y 2}}{\infty}=0$$

$y=0$ es asíntota horizontal.

Asíntota oblicua. $y=mx+n$

Como tiene asíntota horizontal, no tiene oblicua.

Ejercicio 3 [2.5 PUNTOS]

Considera los puntos A = (2, 1, 5), B = (3, 4, 1) y la recta $r\begin{cases} x=3-\lambda \\ y=4-3\lambda \\ z=1-4\lambda \end{cases}$

1) [0.5 PUNTOS] Se emite un rayo láser desde el punto A. Calcula la ecuación de la recta que contiene al rayo láser para que impacte en el punto B.
2) [1 PUNTO] Calcula la ecuación de una recta que pase por B y sea perpendicular al rayo y a la recta *r*.

3) [1 PUNTO] Calcula la ecuación del plano que contiene al rayo y a la recta *r*.

1) Buscamos la ecuación de la recta *s* que pasa por A y B. Necesitamos un vector director que es $\overrightarrow{v_s}=\overrightarrow{AB}=(3,4,1)-(2,1,5)=(1,3,-4)$.

$$\left.\begin{matrix} A(2,1,5)\in s \\ \overrightarrow{v_s}=(1,3,-4) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{s\equiv\begin{cases} x=2+\lambda \\ y=1+3\lambda \\ z=5-4\lambda \end{cases}}$$

2) La recta *t* que es perpendicular a la recta *s* del rayo y a la recta *r* tendrá como vector director el producto vectorial de los vectores directores de ambas rectas.

$$\left.\begin{matrix} \overrightarrow{v_s}=(1,3,-4) \\ \overrightarrow{v_r}=(-1,-3,-4) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{v_t}=\overrightarrow{v_r}\times\overrightarrow{v_s}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & -3 & -4 \\ 1 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{v_t}=12i-4j-3k+3k-4j+12i=24i-8j=(24,-8,0)$$

Nos sirve como vector director este vector divido por 8.

$$\overrightarrow{u_t}=\frac{\overrightarrow{v_t}}{8}=(3,-1,0)$$

La ecuación de la recta será:

$$\left.\begin{matrix} B(3,4,1)\in t \\ \overrightarrow{u_t}=(3,-1,0) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{t\equiv\begin{cases} x=3+3\alpha \\ y=4-\alpha \\ z=1 \end{cases}}$$

3) Si el plano π contiene a la recta *s* entonces tiene como vector director el director de la recta $\overrightarrow{v_s}=(1,3,-4)$. Como contiene también a la recta *r* otro vector director del plano es el director de la recta $\overrightarrow{v_r}=(-1,-3,-4)$.

$$\left.\begin{matrix} A(2,1,5)\in\pi \\ \vec{u}=\overrightarrow{v_r}=(-1,-3,-4) \\ \vec{v}=\overrightarrow{v_s}=(1,3,-4) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \pi\equiv\begin{vmatrix} x-2 & y-1 & z-5 \\ -1 & -3 & -4 \\ 1 & 3 & -4 \end{vmatrix}=0$$

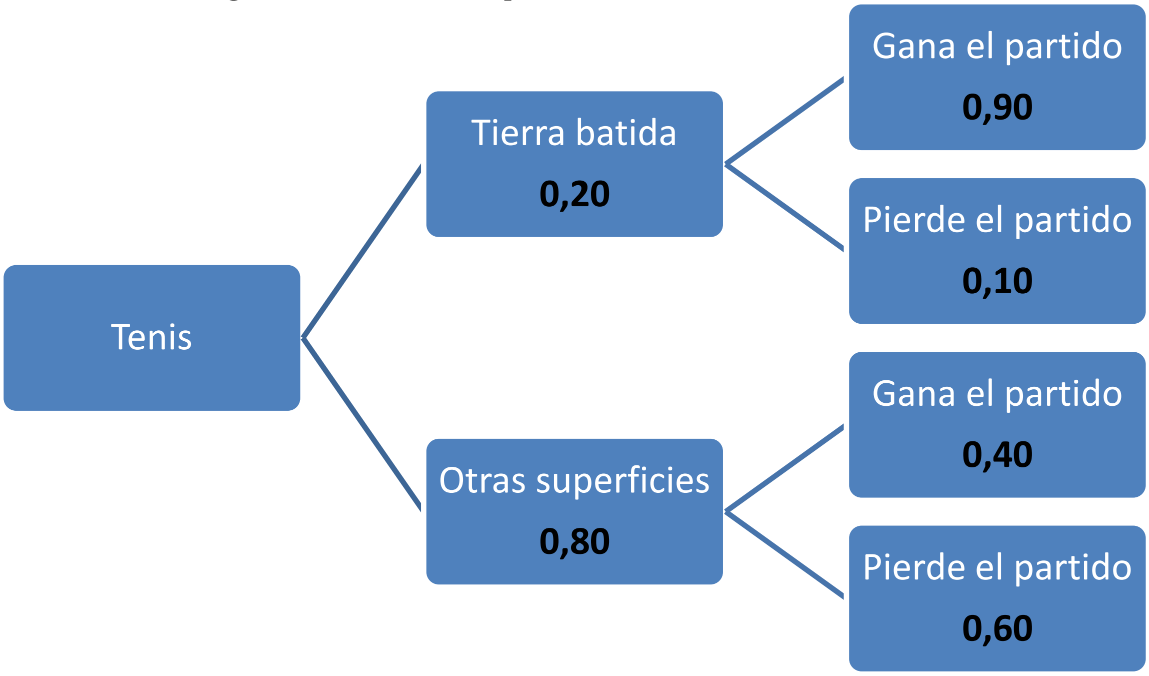
$$12x-24-4y+4\cancel{-3z}\cancel{+15}\cancel{+3z}\cancel{-15}-4y+4+12x-24=0$$
$$24x-8y-40=0$$

$$\boxed{\pi\equiv 3x-y-5=0}$$

Ejercicio 4 [2.5 PUNTOS]
Un tenista juega el 20% de sus partidos en tierra batida y el resto en otras superficies. Jugando en tierra batida gana el 90% de sus partidos, pero en otras superficies, solo consigue ganar el 40% de los partidos.

1) [1.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que gane un partido concreto, sin que sepamos en qué superficie juega.
2) [1.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que haya jugado un partido concreto en tierra batida sabiendo que ha ganado dicho partido.

Realizamos el diagrama de árbol correspondiente.



1) Este suceso puede ocurrir de dos formas distintas, calculamos las probabilidades de cada opción y las sumamos.

$$P(\text{Ganar un partido}) = P(\text{Jugar en tierra batida})P(\text{Ganar un partido/ En tierra batida}) +$$
$$+P(\text{Jugar en otras superficies})P(\text{Ganar un partido/ En otras superficies}) =$$
$$= 0,2\cdot 0,9 + 0,8\cdot 0,4 = 0,18 + 0,32 = \boxed{0,5}$$

2) Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(\text{Haya jugado en tierra batida / Ha ganado}) =$$
$$= \frac{P(\text{Haya jugado en tierra batida} \cap \text{Ha ganado})}{P(\text{Ganar un partido})} =$$
$$= \frac{0,2\cdot 0,9}{0,50} = \frac{18}{50} = \boxed{\frac{36}{100} = 0,36}$$

Ejercicio 5 [2.5 PUNTOS]

Considera la ecuación matricial $AX - X = B$, siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$, en donde *a* es un parámetro real.

1) [1 PUNTO] Despeja la matriz X de la ecuación anterior.

2) [0.5 PUNTOS] Halla los valores de *a* para los que no es posible calcular X.

3) [1 PUNTO] Calcula X para *a = 1*.

1) $AX - X = B \Rightarrow (A-I)X = B \Rightarrow \boxed{X = (A-I)^{-1}B}$

Hemos supuesto que la matriz *A–I* es invertible y por tanto podemos determinar $(A-I)^{-1}$.

2) Podemos calcular X si la matriz *A–I* es invertible y esto ocurre cuando su determinante es no nulo.

$$A - I = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix}$$

$$|A - I| = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & a-1 \end{vmatrix} = a - 1 + 1 = a$$

Este determinante es nulo y por tanto *A–I* no es invertible cuando $a = 0$

3) Para *a = 1* la matriz *A–I* es invertible y podemos determinar la matriz X.

Tenemos que $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$A - I = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow |A - I| = 1$$

$$(A-I)^{-1} = \frac{Adj\left((A-I)^T\right)}{|A-I|} = \frac{Adj\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Sustituyendo en la expresión que nos permite hallar X:

$$X = (A-I)^{-1}B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -6 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ -3-6 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{X = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}}$$

Ejercicio 6 [2.5 PUNTOS]

Considera la función $f(x)=\begin{cases}\sin(x) & si \quad x\le \pi/2 \\ \dfrac{2}{x}+a & si \quad x>\pi/2\end{cases}$, siendo *a* un parámetro real.

1) [0.5 PUNTOS] Halla *a* para que *f(x)* sea continua.

2) [0.5 PUNTOS] Calcula $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

3) [0.5 PUNTOS] Halla una primitiva de *f(x)* para $x\le \pi/2$

4) [1 PUNTO] Calcula el área de la región limitada por la función $y=f(x)$, las rectas $x=0$, $x=\pi/2$ y el eje *OX* de abscisas.

1) Para que la función sea continua debe serlo en x = **π**/2 y se deben cumplir tres condiciones:
   - Existe $f(\pi/2)=sen\left(\pi/2\right)=1$
   - Existe $\lim\limits_{x\to\pi/2} f(x)=\left\{\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to\pi/2^-}\sin(x)=\sin(\pi/2)=1 \\ \lim\limits_{x\to\pi/2^+}\dfrac{2}{x}+a=\dfrac{2}{\pi/2}+a=\dfrac{4}{\pi}+a\end{array}\right\}\Rightarrow 1=\dfrac{4}{\pi}+a\Rightarrow a=1-\dfrac{4}{\pi}=\dfrac{\pi-4}{\pi}$
   - $f(\pi/2)=\lim\limits_{x\to\pi/2} f(x)=1$

   Estas tres condiciones se cumplen y la función es continua cuando $a=\dfrac{\pi-4}{\pi}$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x}+a=\dfrac{2}{+\infty}+a=0+a=\boxed{a}$

   $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\sin(x)=No\ existe$

   El límite en –∞ no existe pues la función *seno(x)* es periódica y va oscilando de valores sin tender a ninguno en concreto cuando *x* avanza hacia –∞.

3) Para $x\le\pi/2$ la función es $f(x)=\sin(x)$.

   $$F(x)=\int f(x)dx=\int\sin(x)dx=-\cos x+K$$

   Una primitiva se obtiene dando un valor concreto al parámetro K, por ejemplo, K = 0.

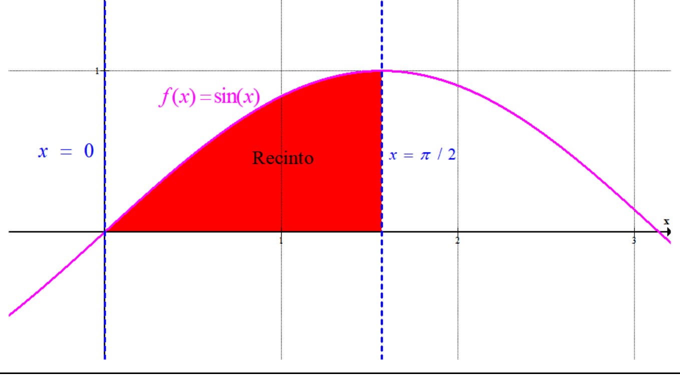
   $$F_0(x)=-\cos x+0=-cosx$$

4) Es el área del recinto limitado por $f(x)=\sin(x) \quad si \quad x\le\pi/2$, el eje OX y las rectas $x=0$, $x=\pi/2$.

   Se obtiene esta área con una integral definida entre 0 y $\pi/2$ de la función sen(x).

   $$\int_0^{\pi/2}\sin x dx=\left[-\cos x\right]_0^{\pi/2}=\left[-\cos\frac{\pi}{2}\right]-\left[-\cos 0\right]=1$$

   $\boxed{\text{Área del recinto} = 1\ u^2}$



Ejercicio 7 [2.5 PUNTOS]

Considera los puntos $A=(1,3,1)$, $B=(4,1,-2)$, $C=(3,5,2)$, $D=(1,1,3)$.

1) [1 PUNTO] Halla la ecuación del plano π que contiene a los puntos *A, B, C*.

2) [0.5 PUNTOS] Comprueba si el punto D está contenido en el plano π.

3) [1 PUNTO] Calcula el ángulo que forman los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$.

1) Si el plano π contiene a los puntos *A, B, C* entonces tiene como vectores directores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$. Y contiene al punto A.

$$\left.\begin{array}{l} A(1,3,1)\in\pi \\ \vec{u}=\overrightarrow{AB}=(4,1,-2)-(1,3,1)=(3,-2,-3) \\ \vec{v}=\overrightarrow{AC}=(3,5,2)-(1,3,1)=(2,2,1) \end{array}\right\}\Rightarrow \pi\equiv\begin{vmatrix} x-1 & y-3 & z-1 \\ 3 & -2 & -3 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}=0$$

$$-2x+2-6y+18+6z-6+4z-4-3y+9+6x-6=0$$

$$\boxed{\pi\equiv 4x-9y+10z+13=0}$$

2) ¿Cumple el punto D la ecuación del plano?

$$\left.\begin{array}{l} ¿D(1,1,3)\in\pi? \\ \pi\equiv 4x-9y+10z+13=0 \end{array}\right\}\Rightarrow ¿4-9+30+13=0?$$

No se cumple, luego el punto D no pertenece al plano π.

3) Utilizamos el producto escalar de estos vectores.

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{AB}=(3,-2,-3) \\ \overrightarrow{AC}=(2,2,1) \end{array}\right\}\Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cdot\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow(3,-2,-3)(2,2,1)=\sqrt{9+4+9}\sqrt{4+4+1}\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6-4-3=\sqrt{198}\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\Rightarrow\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\frac{-1}{\sqrt{198}}\Rightarrow\boxed{\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\approx 94^{\circ}}$$

Ejercicio 8 [2.5 PUNTOS]
En la Unión Europea hay aproximadamente 250 millones de hombres adultos, de los cuales 12 millones miden más de 190cm. En Holanda hay aproximadamente 7 millones de hombres adultos, cuya altura sigue una distribución normal con media 184 cm y desviación típica 7 cm.
Supongamos que elegimos un hombre adulto al azar de toda la Unión Europea.

1) [0.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que mida más de 190 cm.

2) [0.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que sea holandés.

3) [1 PUNTO] Calcula la probabilidad de que mida más de 190 cm sabiendo que es holandés.

4) [1 PUNTO] Calcula la probabilidad de que sea holandés sabiendo que mide más de 190 cm.

1) En la unión europea la probabilidad de elegir una persona que mida más de 190 cm se obtiene aplicando la regla de Laplace.

$$P(\text{Medir más de 190 cm}) = \frac{\text{Nº de personas de la UE que miden más de 190 cm}}{\text{Nº personas de la UE}} =$$

$$= \frac{12.000.000}{250.000.000} = \boxed{\frac{6}{125} = 0.048}$$

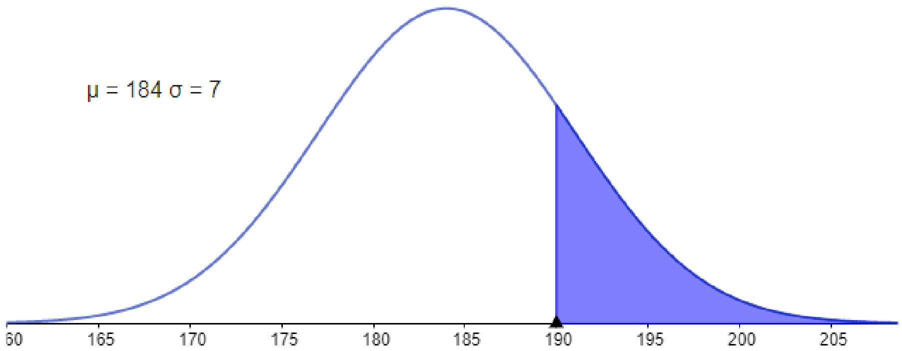
2) En la unión europea la probabilidad de elegir una persona que sea holandés se obtiene aplicando la regla de Laplace.

$$P(\text{Sea holandés}) = \frac{\text{Nº de holandeses}}{\text{Nº personas de la UE}} = \frac{7.000.000}{250.000.000} = \boxed{\frac{7}{250} = 0.028}$$

3) En Holanda la altura de distribuye según una normal de media 184 cm y desviación típica 7 cm. X = Altura de un holandés. X = N(184,7).

$$P(X > 190) = \{Tipificamos\} = P\left(Z \geq \frac{190-184}{7}\right) = P(Z \geq 0.86) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 0.86) = 1 - 0.8051 = \boxed{0.1949}$$



4)

$$P(\text{Sea holandés / mide más de 190 cm}) = \frac{P(\text{Sea holandés } \cap \text{ mide más de 190 cm})}{P(\text{Mida más de 190 cm})} =$$

$$= \frac{P(\text{Sea holandés})\,P(\text{mide más de 190 cm / Sea holandés})}{0.048} = \frac{0.028 \cdot 0.1949}{0.048} = \boxed{0.1137}$$