Evaluación para el Acceso a la Universidad
Convocatoria de 2019
Materia:
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B.
Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Propuesta A

1. *En una tienda de comida a granel tienen a la venta tres tipos de judías secas: blancas, canela y pintas. Estas se venden a 2.75, 3 y 2.50 euros el kilogramo, respectivamente. Ayer se vendieron 40 kilos en total por un valor de 111.5 euros. La suma de los kilogramos de judías blancas y canela vendidas fueron el triple de las pintas.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos kilogramos de judías de cada tipo se vendieron. (1.5 ptos)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

2. *En un taller se confeccionan prendas vaqueras con dos tipos de tejidos de distinta calidad* (T_1, T_2)*. Disponen de 160* m^2 *del tejido* T_1 *y 240* m^2 *del tejido* T_2*. Hacen dos conjuntos: Uno con chaqueta y falda y otro con cazadora y pantalón. El primero utiliza 2* m^2 *de* T_1 *y 2* m^2 *de* T_2*, el conjunto del pantalón utiliza 1* m^2 *de* T_1 *y 3* m^2 *de* T_2*. El conjunto con falda cuesta 250 euros y el del pantalón 350 euros.*

a) Expresa la función objetivo. (0.25 ptos)

b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (1 pto).

c) Calcula el número de conjuntos de cada tipo que deben hacer para obtener máximas ganancias. (0.25 ptos)

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} x+t & si\ x \le -3 \\ 4 & si\ -3 < x < 3 \\ (x-4)^2 - 5 & si\ x \ge 3 \end{cases}$

a) Halla el valor de t para que f sea continua en x = -3. (0.5 ptos)

b) Para t = 3, representa gráficamente la función f. (1 pto)

4. *Sabemos que la función* $f(x) = ax^2 + bx + c$ *tiene un mínimo en el punto (1,1) y corta al eje de ordenadas en 4. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros* a, b *y c. (1.5 ptos)*

5. *En una universidad el 40 % de los estudiantes son aficionados a la lectura, el 50 % al cine, y al 70 % les gusta el cine o la lectura o ambas cosas.*

a) Se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la lectura y el cine? (0.75 ptos)

b) Si elegimos un estudiante al azar y le gusta la lectura, ¿cuál es la probabilidad de que le guste el cine? (0.75 ptos)

6. *El tiempo de uso de móvil por día de los alumnos de un instituto sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica* σ*=20 minutos. Se eligió una muestra aleatoria de 36 alumnos y se observó que la media de tiempo usando el móvil para esa muestra era de 2 horas.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media de tiempo de uso de móvil por día con un nivel de confianza del 95 %. (0.75 ptos)

b) ¿Se puede admitir que la media poblacional sea μ *= 2.3 horas con un nivel de confianza del 95 %? Explica razonadamente cómo se podría aumentar o disminuir la amplitud del intervalo. Razona tus respuestas. (0.5 ptos)*

c) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 94.64 %? (0.75 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

1A.- Solución:

Llamemos *B* al número de kilos de judias blancas vendidas, *C* al número de kilos de judias canela vendidas y *P* al número de kilos de judias pintas vendidas.

$$a)\begin{cases} 2{,}75B+3C+2{,}50P= & 111{,}5 \\ B+C+P= & 40 \\ B+C = & 3P \end{cases} \Rightarrow b)\begin{cases} \text{De la 2}^{\text{a}}\text{ y 3}^{\text{a}} \Rightarrow 4\text{P}=40 \Rightarrow \text{P}=10 \\ \text{B}+\text{C}=30 \\ 2{,}75B+3C=111{,}5-25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3B-3C=-90 \\ 2{,}75B+3C=86{,}5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0{,}25B=3{,}5 \Rightarrow B=14 \\ C=30-14=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B=14\,kg \\ C=16\,kg \\ P=10\,kg \end{cases}$$

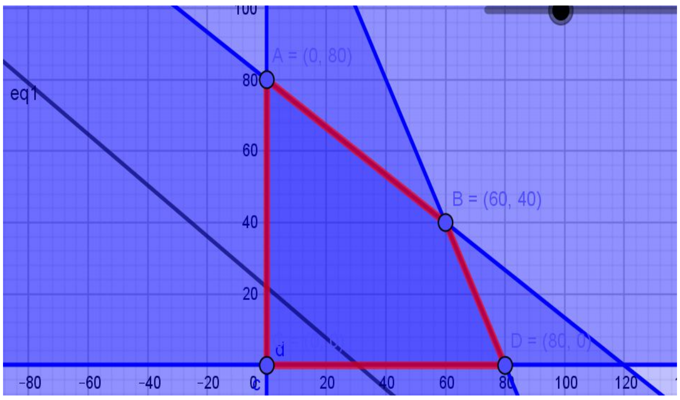
2A.- Solución:

Sea *x*= número de conjuntos chaqueta falda; *y*= número de conjuntos cazadora pantalón.

a) La función objetivo será $B(x\,,\,y)=250x+350y$

b) Las restricciones que definen la región factible son $\begin{cases} 2x+y\le 160 \\ 2x+3y\le 240 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$ Región que queda reflejada a escala en el dibujo. Los vértices los obtenemos como intersección de cada dos rectas que la limitan

c) La función $B(x,y)=250x+350y$ alcanza el máximo en el vértice (60 , 40) donde B(60,40)=29000 €

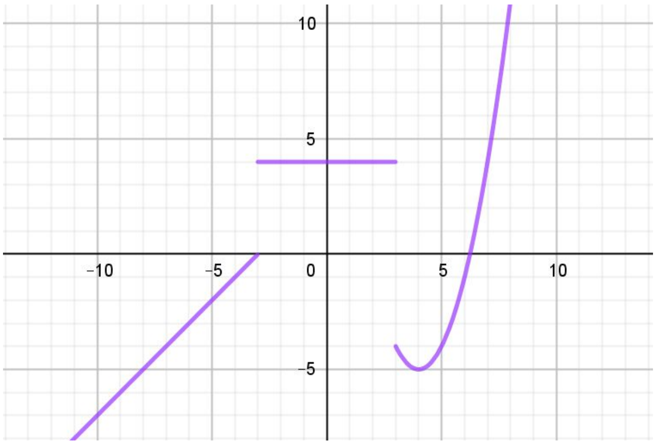


3A.- Solución:

Para ser continua en -3 debe existir *f(-3)* y los límites por la derecha y por la izquierda cuando *x* tiende a *-3* deben coincidir

$$a)\ \lim_{x\to -3^-} f(x) = \lim_{x\to -3^-} x+t = -3+t = \lim_{x\to -3^+} f(x) = \lim_{x\to -3^+} 4 = 4 \Rightarrow -3+t=4 \Rightarrow t=7$$

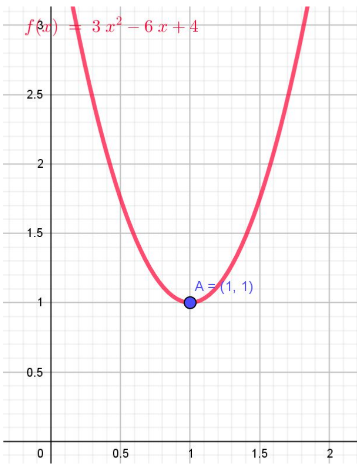
$$b)\ f(x)=\begin{cases} x+3\ si\ x\le -3 \\ 4\ si\ -3<x<3 \\ (x-4)^2-5\ si\ x\ge 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Una semirecta} \\ \text{Un segmento} \\ \text{Un trozo de la parábola elemental con vértice en (4,-5)} \end{cases}$$



4A.- Solución

$$\begin{cases} f(x)=ax^2+bx+c \\ Min(1,1) \\ f(0)=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(x)=2ax+b \\ f(1)=1 \\ f'(1)=0 \\ f(0)=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+c=1 \\ 2a+b=0 \\ c=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=-3 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-6 \end{cases}$$

$$f(x)=3x^2-x+4$$



5A.- Solución:
Llamaremos L al suceso "elegido un estudiante al azar resulta que le gusta la lectura"…

$$a)\ P(L\cap C)=P(L)+P(C)-P(L\cup C)=40\%+50\%-70\%=20\%$$

$$b)\ P(C/L)=\frac{P(C\cap L)}{P(L)}=\frac{20\%}{40\%}=50\%$$

6A.- Solución:
a) Para obtener el intervalo de confianza debemos tener en cuenta que:
$p\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=1-\alpha$, donde 1-α es el nivel de confianza, (en nuestro caso 0,95). $\bar{x}$ la media de la muestra , en nuestro caso 2, σ la desviación típica 20 y n el tamaño de la muestra 36
$1-\alpha=0{,}95\Rightarrow\alpha=0{,}05\Rightarrow\alpha/2=0{,}025\Rightarrow z_{\alpha/2}=1'96$. Ya que 1-0,025=0,975 (ver tabla).

Luego el intervalo pedido es $\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=(1'89\ ,\ 2'11)$

¡Hay que pasar los minutos a horas!

b) $2'3\notin(1'89\ ,\ 2'11)$
La amplitud del intervalo se amplía reduciendo el tamaño de la muestra, y se reduce aumentando el tamaño de la muestra, pues *n* figura en el denominador de la fórmula.

c) $E=z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=1'93\frac{20/60}{10}=1'93\frac{1}{30}=0{,}064=6'4\%$ Ver tabla

Propuesta B

1. *Dadas las matrices* $A = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ *y* $D = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

a) Calcula $A \cdot B - C^T$ *. (0.75 ptos)*

b) Comprueba que la matriz C *no tiene inversa y explica la razón por la que el producto* $D^2 \cdot B$ *no puede ser realizado. (0.75 ptos)*

2. *Los precios de un gimnasio son diferentes según la franja horaria dispuesta en tres turnos: mañana, mediodía y tarde. Este mes han acudido 150 personas por la mañana, 30 en la franja del mediodía y 270 por la tarde y el gimnasio ha ingresado un total de 15900 euros. La diferencia entre el precio de la tarde y la mañana equivale a la mitad del precio para el mediodía y al sumar los precios del mediodía y la tarde obtenemos el doble del precio de la mañana.*

a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuál es el precio de cada franja horaria. (1.5 ptos)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} -x-4 & si\ x < c \\ -3 & si\ c \leq x \leq 0 \\ x^2 - 10x & si\ x > 0 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de c la función $f(x)$ *es continua en* $x = c$*? (0.5 ptos)*

b) Calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ *en el intervalo* $(0, +\infty)$*. (0.5 ptos)*

c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ *en* $(0, +\infty)$*. (0.5 ptos)*

4. *Los costes de fabricación de un modelo de vehículo* $C(x) = -x^3 + 45x^2 - 243x + 500$ *(en miles de euros) en función del número de vehículos (en cientos) fabricados (* $1 \leq x \leq 27$*)*

a) Determina la cantidad de vehículos que dan el coste máximo y mínimo. (1 pto)

b) ¿A qué valor ascienden ambos? (0.5 ptos)

5. *El 5 % de los estudiantes matriculados en una determinada asignatura de bachillerato son deportistas aficionados. El 0.5 % de estos alumnos deportistas aficionados obtienen una calificación de suspenso en dicha asignatura. Mientras que el 15 % de los alumnos no deportistas aficionados obtienen una calificación de suspenso.*

a) Elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya obtenido un suspenso en la citada asignatura? (0.75 ptos)

b) Sabiendo que un alumno elegido al azar ha obtenido un suspenso, ¿cuál es la probabilidad de que sea deportista aficionado? (0.75 ptos)

6. *El contenido en grasas saturadas por litro de leche sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica* σ*=0.1 g/l. Se tomó una muestra aleatoria de 100 litros de leche obteniéndose el intervalo de confianza (0.682, 0.718) para el contenido medio de grasas saturadas en la muestra.*

a) Calcula el contenido medio de grasas saturadas para los 100 litros de leche de la muestra. (0.25 ptos)

b) Calcula el nivel de confianza con el que se ha obtenido dicho intervalo. (0.75 ptos)

c) Halla un intervalo de confianza para la el contenido medio de grasas saturadas con un nivel de confianza del 95 %. (0.5 ptos)

d) ¿Cuál deberá ser el tamaño mínimo de la muestra para que, con un nivel de confianza del 95 %, el error máximo admisible sea menor que 0.01 g/l? (0.5 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

B1.- Solución:
Llamemos B al número de kilos de judias blancas vendidas, C al número de kilos de judias canela vendidas y P al número de kilos de judias pintas vendidas.

$$a)\left\{\begin{array}{l} A=\begin{pmatrix}3\\2\\4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 5\end{pmatrix} \\ C=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 2\\ 0 & -1 & -2\\ 0 & 2 & 4\end{pmatrix}\end{array}\right. \Rightarrow \begin{pmatrix}3\\2\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 1 & 5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 2\\ 2 & -2 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & 3 & 15\\ 4 & 3 & 5\\ 6 & 6 & 16\end{pmatrix}$$

$b)\ |C| = 4-4=0 \Rightarrow C$ no tiene inversa

c) D es de orden 2x2, luego D^2 también es 2x2, y como B es 1x3 no coincide el nº de columnas de la primera con el de filas de la segunda y por eso no se pueden multiplicar.

B2.- Solución:
Sea M= Precio de las sesiones de mañana al mes por persona …

$$\left\{\begin{array}{c} 150M+30Md+270T=15900 \\ M-T=-\frac{1}{2}Md \\ Md+T=2M \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Sumando } 2^a \text{ y } 3^a \\ M+Md=\frac{-1}{2}Md+2M \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} Md=\frac{2}{3}M \\ 150M+30\frac{2}{3}M+270T=15900 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} 170M+270T=15900 \\ M+\frac{1}{3}M-T=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 17M+27T=159 \\ 4M-3T=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} M=30€ \\ T=40€ \\ Md=20€ \end{array}\right.$$

B3.- Solución:

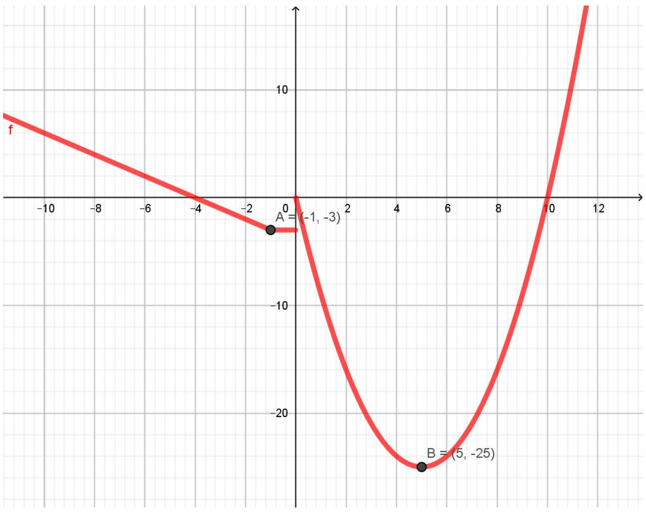
Para ser continua en *c* debe existir *f(c)* y los límites por la derecha y por la izquierda cuando *x* tiende a *c* deben coincidir

$$f(x)=\begin{cases}-x-4 \; si \; x<c \\ -3 \; si \; c\le x\le 0 \\ x^2-10x \; si \; x>0\end{cases} \Rightarrow$$

$$a)\begin{cases} f(c)=-3 \\ \lim\limits_{x\to c^-} f(x)=\lim\limits_{x\to c^-}-x-4=-c-4=\lim\limits_{x\to c^+} f(x)=-3\end{cases} \Rightarrow -c-4=-3 \Rightarrow c=-1$$

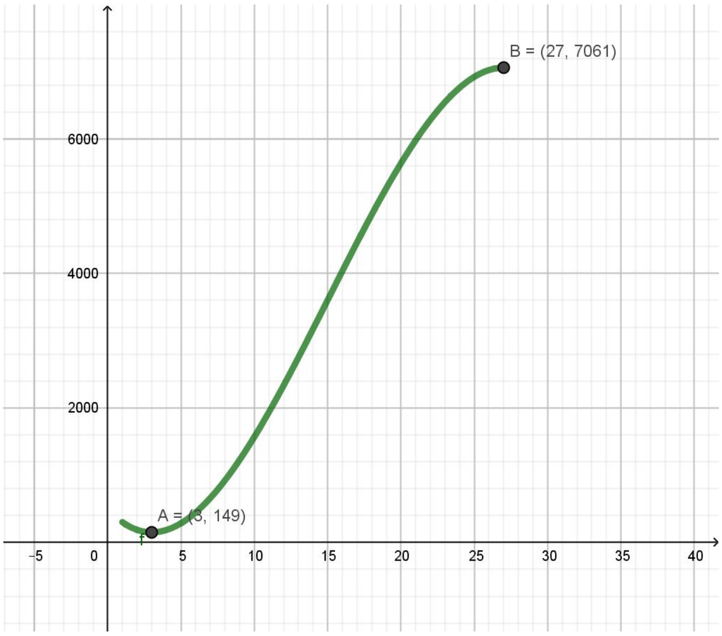
$$b)\; f(x)=\begin{cases}-x-4 \; si \; x<-1 \\ -3 \; si \; -1\le x\le 0 \\ x^2-10x \; si \; x>0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\text{En } (0,\infty) \\ f'(x)=2x\text{-}10 \\ f''(x)=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(x)=0 \Rightarrow x=5 \\ f''(5)=2>0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\text{Mínimo en} \\ (5,f(5))=(5,\text{-}25)\end{cases}$$

$$c)\begin{cases} f'(x)=2x-10<0 \; si \; 0<x<5 \Rightarrow \textit{Decreciente en } (0\,,5) \\ f'(x)>0 \; si \; x>0 \Rightarrow \textit{Creciente en } (5\,,\infty)\end{cases}$$



B4.- Solución

$$\begin{cases} C(x) = -x^3 + 45x^2 - 243x + 500 \;\; si \;\; 1 \le x \le 27 \\ C'(x) = -3x^2 + 90x - 243 \Rightarrow \begin{cases} C'(x) = 0 \\ -x^2 + 30x - 81 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 27 \end{cases} \\ C''(x) = -6x + 90 \Rightarrow \begin{cases} C''(3) = -18 + 90 = 72 > 0 \Rightarrow Mínimo\ (300\ vehic., 149000€) \\ C''(27) = -6 * 27 + 90 < 0 \Rightarrow Máximo\ (2700\ vehic., 7061000€) \end{cases} \end{cases}$$



B5.- Solución:
Llamaremos S al suceso "elegido un estudiante al azar resulta que está suspenso en la asignatura"…

$$a)\ P(S) = P(D \cap S) + P(Nd \cap S) = P(D)P(S/D) + P(Nd)P(S/Nd) = 5\% \cdot 0'5\% + 95\% \cdot 15\% =$$
$$2'5\%\% + 1425\%\% = 14'275\%$$
$$b)\ P(D/S) = \frac{P(D \cap S)}{P(S)} = \frac{2'5\%\%}{1427'5\%\%} = 0'17\%$$

B6.- Solución:
a) Para obtener el intervalo de confianza debemos tener en cuenta que:
$p\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$, donde 1-α es el nivel de confianza, $\bar{x}$ la media de la muestra, σ la desviación típica y n el tamaño de la muestra.
$1-\alpha = 0{,}95 \Rightarrow \alpha = 0{,}05 \Rightarrow \alpha/2 = 0{,}025 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$. Ya que 1-0,025=0,975 (ver tabla).

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (0'682\ ,\ 0'718) \Rightarrow \begin{cases} a)\ \bar{x} = \dfrac{0'682 + 0'718}{2} = 0'7\ g/l \\ b)\ z_{\alpha/2}\dfrac{0'1}{10} = \dfrac{0'682 - 0'718}{2} = 0{,}018 \\ z_{\alpha/2} = 0'18 * 100 = 1'8 \Rightarrow 1 - \dfrac{\alpha}{2} = \\ = 0'9641 \Rightarrow \dfrac{\alpha}{2} = 0'0359 \Rightarrow 1-\alpha = \\ = 0'9282 = 92'82\%\ \text{Nivel de confianza} \end{cases}$$

$$c)\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \Rightarrow \begin{cases} (0'7 - 1'96\dfrac{0'1}{10}\ ,\ 0'7 + 1'96\dfrac{0'1}{10}) = (0'6804\ ,\ 0'7196) \\ d)\ n > (\dfrac{1'96 \cdot 0'1}{0'01})^2 \Rightarrow n > 384'16 \Rightarrow n = 385 \end{cases}$$