



Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado

Materia:

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B.

Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Propuesta A

1 Las restricciones impuestas por la CEE obligan a cierta empresa a producir como máximo 1000 toneladas de uva tinta y 2000 toneladas de uva blanca, además, en total, la producción de estas dos variedades no pueden pasar de las 2500 toneladas. Si el precio de la uva tinta es de 2 euros/kg y el precio de la blanca es de 1.5 euros/kg.

a) Dibuja la región factible. (1 pto)

b) Determina cuántos kilos de cada variedad debe producir para que el beneficio sea máximo. (0.5 ptos)

2 En un grupo de 30 alumnos se celebran elecciones a delegado. El candidato A ha obtenido el doble número de votos que el candidato B. Si uno de los votantes del candidato C hubiese dado su voto al candidato B, éstos hubieran empatado. Si todos los alumnos del grupo han votado y todos los votos han sido válidos, se pide:

a) Plantea un sistema de ecuaciones que responda a las condiciones del enunciado. (1.5 ptos)

b) ¿Cuántos votos ha obtenido cada candidato? (0.5 ptos)

3 Se considera la función $f(x) = \begin{cases} |3x + 3|, & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 2x + 3, & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$ Se pide:

a) Estudia su continuidad en el punto $x = 0$. (0.5 ptos)

b) Determina los extremos relativos de f en el intervalo $(0,2)$. (1 pto)

4 Dada la función $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$. Se pide:

a) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f . (0.75 ptos)

b) Extremos relativos de f en su dominio de definición. (0.75 ptos)

5 En un cierto banco el 30 % de los créditos concedidos son para vivienda. De los créditos concedidos a vivienda, el 15 % resultan impagados, del resto de créditos concedidos un 20 % son impagados.

a) Probabilidad de que un crédito elegido al azar sea impagado. (0.75 ptos)

b) Sabiendo que un crédito se ha pagado, ¿cuál es la probabilidad de que el crédito fuera de vivienda? (0.75 ptos)

6 Los siguientes datos son los pesos en gramos del contenido de 16 bolsas de pipas que se seleccionaron de un proceso de llenado con el propósito de verificar el peso promedio: 503, 506, 491, 499, 498, 505, 503, 504, 493, 501, 505, 500, 497, 502, 506, 487 gramos. Si el peso de cada bolsa es una variable aleatoria normal con una desviación típica de 5 gr. Se pide:

a) Obtener el intervalo de confianza estimado al 97 %, para la media de llenado de este proceso. (1 pto)

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido. (0.5 ptos)

c) Si deseamos obtener un intervalo de anchura menor, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta. (0.5 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

Propuesta B

1 Tenemos las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Se pide:

- a) Calcular la matriz $M = (3 \cdot I + A \cdot B)$, donde I es la matriz identidad de orden 3. (0.75 pts)
- b) Calcular la matriz X tal que $X \cdot C = I$, donde I es la matriz identidad de orden 2. (0.75 pts)

2 Las edades actuales de tres hermanos suman 70 años. Hace 10 años, la edad del pequeño era el quíntuplo de la diferencia de edades que tenían los otros dos. Dentro de 4 años, el pequeño tendrá la misma edad que hoy tiene el hermano mediano. Se pide:

- a) Plantea un sistema de ecuaciones que responda a las condiciones del enunciado. (1.5 pts)
- b) Halla las edades actuales de los tres hermanos. (0.5 pts)

3 Se considera la función $f(x) = \begin{cases} -x + t, & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 3x, & \text{si } x > -1. \end{cases}$ Se pide:

- a) Valor de t para que f sea continua en $x = -1$. (0.5 pts)
- b) Para $t = 0$, representa gráficamente la función f . (1 pto)

4 El consumo de agua en un IES en la jornada de mañana (entre las 8:45 y las 14:45) viene dado por la función $C(t) = -0,05t^2 + 0,3t$ tal que $0 \leq t \leq 6$ en donde t es el tiempo en horas a contar desde la apertura del centro y $C(t)$ es el consumo de agua en m³. Se pide:

- a) ¿Cuál es el consumo a las 2 horas de iniciada la jornada? (0.25 pts)
- b) ¿En qué momento se produce el máximo consumo y valor de éste? (1.25 pts)

5 En una empresa se producen dos tipos de productos: A y B, en una proporción de 1 a 4, respectivamente. La probabilidad de que un producto tipo A sea defectuoso es 0.02 y de que un producto de tipo B sea defectuoso es 0.09.

- a) ¿Cuál es la proporción de productos defectuosos? (0.75 pts)
- b) Se escoge al azar un producto y resulta no defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que sea del tipo B? (0.75 pts)

6 Para un estudio sobre el tiempo de vida medio que tarda un recién graduado en encontrar su primer empleo, se hizo una encuesta a 100 antiguos alumnos. Obteniendo un tiempo medio de 4.8 meses. Sabemos que el tiempo medio hasta obtener el primer empleo sigue una distribución normal con desviación típica 1 mes. Se pide:

- a) Encontrar el intervalo de confianza al 95 % para el tiempo medio de obtención del primer empleo. (1 pto)
- b) Interpretar el significado del intervalo obtenido. (0.5 pts)
- c) ¿Crees que sería válido el intervalo de confianza obtenido, si la muestra se hubiera escogido entre los estudiantes con mejor expediente?. Razona tu respuesta. (0.5 pts)

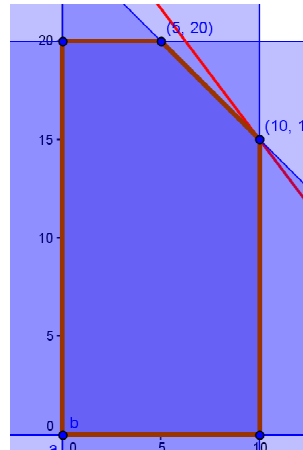
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

1A.- Solución

T = nº de toneladas de uva tinta, B = nº de toneladas de uva blanca

$$\begin{cases} 0 \leq T \leq 1000 \\ 0 \leq B \leq 2000, \text{Beneficio}(T, B) = 2000T + 1500B. \text{ La región factible a escala es:} \\ T + B \leq 2500 \end{cases}$$

Beneficio máximo $2000 \cdot 1000 + 1500 \cdot 1500 = 4250000$ € con un millón de kilos de tinta y millón y medio de blanca.



2B.-Solución:

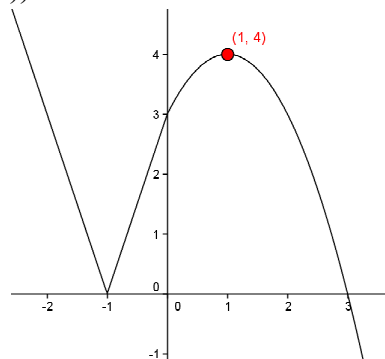
Sean x , y , z el número de votos, respectivamente, de cada candidato:

$$\begin{cases} x + y + z = 30 \\ x = 2y \\ z - 1 = y + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y + y + z = 30 \\ -y + z = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3y - z = -30 \\ -y + z = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 7 \\ z = 9 \\ x = 14 \end{cases}$$

3A.- Solución:

$f(0) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} |3x + 3| = \lim_{x \rightarrow 0^+} -x^2 + 2x + 3 = 3$. Luego es continua en $x=0$

La rama de la derecha es una parábola, su derivada es $-2x+2$, que se anula en $x=1$. El vértice se encuentra en $(1,4)$ que es el punto más alto, (la derivada segunda es $-2 < 0$ luego hay máximo en $(1,4)$)

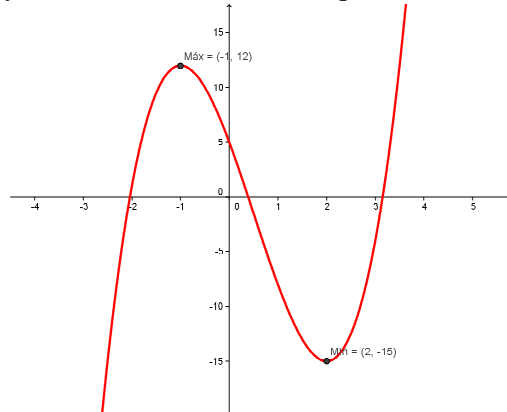


4A.- Solución:

Las derivadas primera y segunda nos indicarán todo lo que nos piden:

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 \Rightarrow \begin{cases} f''(x) = 12x - 6 \\ f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ y } x = 2 \\ f''(-1) = -18 < 0 \Rightarrow \text{Máx}(-1, 12) \\ f''(2) = 18 > 0 \Rightarrow \text{Mín}(2, -15) \end{cases} \quad \text{Luego desde menos infinito}$$

hasta -1 la función crece, desde -1 a 2 la función decrece y desde 2 hasta más infinito vuelve a crecer. $(-\infty, -1)$ crece, $(-1, 2)$ decrece, $(2, +\infty)$ crece. El valor máximo es 12 que lo alcanza en $x = -1$ y el valor mínimo es -15 que lo alcanza para $x = 2$.



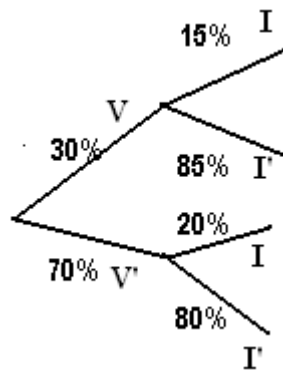
5A.- Solución:

Llamemos I =préstamo impagado, I' =préstamo pagado, V =préstamo vivienda, V' =préstamo no vivienda.

$$p(I) = p(V \cap I) + p(V' \cap I) = p(V)p(I/V) + p(V')p(I/V') = 30\% \cdot 15\% + 70\% \cdot 20\% = 0,185$$

$$b) p(V/I') = \frac{p(V \cap I')}{p(I')} = \frac{p(V) \cdot p(I'/V)}{1 - p(I)} = \frac{30\% \cdot 85\%}{81,5\%} = 31,29\%$$

El siguiente esquema puede ayudar a visualizar la situación



6A.- Solución:

a) Para obtener el intervalo de confianza debemos tener en cuenta que:

$$p\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha, \text{ donde } 1 - \alpha \text{ es el nivel de confianza, (en}$$

nuestro caso 0,97). $\bar{x}$ la media de la muestra, en nuestro caso 500 (sumamos y dividimos por 16). σ la desviación típica 5 y n el tamaño de la muestra 16

$$1 - \alpha = 0,97 \Rightarrow \alpha = 0,03 \Rightarrow \alpha/2 = 0,015 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,17. \text{ Ya que } 1 - 0,015 = 0,985 \text{ (ver tabla).}$$

$$\text{Luego el intervalo pedido es } \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (497,29, 502,71)$$

b) Podemos asegurar, con un nivel de confianza del 97% que el peso de una bolsa de pipas elegida al azar entre todas las llenadas en el proceso estará entre 497,29 gramos y 502,71 gramos. O de otra forma, de cada 100 bolsas que elijamos al azar el peso de 97 de ellas estará en ese intervalo.

c) Si queremos mantener el nivel de confianza y que el intervalo sea menor, debemos aumentar el tamaño de la muestra porque así disminuimos el radio del intervalo, ya que,

$$\text{como vemos en la formula al aumentar } n \text{ disminuye el radio} = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

1B.- Solución:

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 10 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 0 & 7 & 10 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$X \cdot C = I \Rightarrow X = C^{-1}$$

$$|C| = -2; C^{-1} = \frac{1}{-2} \text{Transpuesta de adjuntos} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

2B.- Solución:

Llamemos x a la edad actual del pequeño, y a la edad actual del mediano y z a la edad actual del mayor: a)

$$\begin{cases} x + y + z = 70 \\ x - 10 = 5[(z - 10) - (y - 10)] \\ x + 4 = y \end{cases}$$

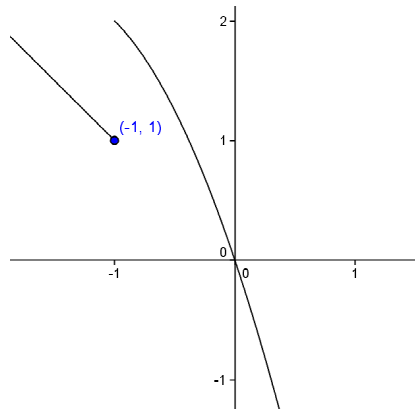
$$b) \begin{cases} x + y + z = 70 \\ x + 5y - 5z = 10 \\ x - y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 5y + 5z = 350 \\ x + 5y - 5z = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x + 10y = 360 \\ 10x - 10y = -40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16x = 320 \\ x = 20 \end{cases}$$

$$y = 25; \quad z = 26$$

3B.- Solución:

a) $f(-1) = 1 + t$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} -x^2 - 3x = 2 = \lim_{x \rightarrow -1^-} -x + t = 1 + t \Rightarrow t = 1$

b) Para cualquier valor de t el primer trozo es una recta y el segundo una parábola. Cuando $t=1$ conectan los dos trozos. Cuando $t=0$ hay un salto



4B.- Solución:

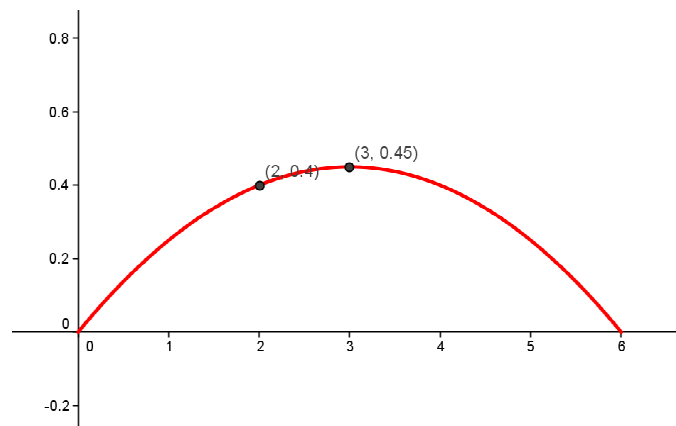
a) Debemos calcular $C(2) = -0,05 \cdot 4 + 0,3 \cdot 2 = 0,4 \text{ m}^3$

b) Utilizaremos la derivada primera y la segunda

$$C'(t) = -0,1t + 0,3 \Rightarrow C'(t) = 0 \text{ para } t = 3$$

$$C''(t) = -0,1 < 0 \quad \forall t \Rightarrow \text{Máx}(3, C(3)) = (3, 0,45)$$

a las tres horas de abrir, a las 11:45 y es de $0,45 \text{ m}^3$



5B.- Solución

a) Estar en proporción de 1 a 4 significa que hay 4 de B por cada 1 de A, o de otra forma, de cada 5 del total uno es de A y 4 son de B, por tanto $p(A)=1/5=0,2$ y $p(B)=4/5=0,8$.

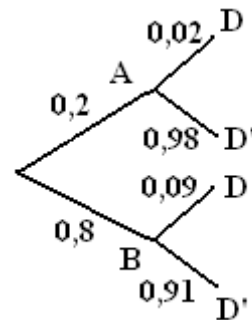
Si llamamos D= defectuoso y D'= no defectuoso.

$$p(D) = p(A \cap D) + p(B \cap D) = p(A) \cdot p(D/A) + p(B) \cdot p(D/B) = \frac{1}{5} \cdot 0,02 + \frac{4}{5} \cdot 0,09 = 0,076$$

$$p(D') = 1 - p(D) = 0,924$$

Luego la probabilidad de un producto cualquiera sea defectuoso es 7,6% es decir de cada 1000 tenemos que 76 son defectuosos y 924 no defectuosos. Esa es la proporción pedida: 76 a 924

$$p(D'/B) = 1 - p(D/B) = 0,91$$



$$b) p(B/D') = \frac{p(B \cap D')}{p(D')} = \frac{p(B) \cdot p(D'/B)}{p(D')} = \frac{0,8 \cdot 0,91}{0,924} = 0,79$$

6B.- Solución:

a) Para obtener el intervalo de confianza debemos tener en cuenta que:

$$p\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha, \text{ donde } 1 - \alpha \text{ es el nivel de confianza, (en}$$

nuestro caso 0,95). $\bar{x}$ la media de la muestra, en nuestro caso 4,8. σ la desviación típica 1 y n el tamaño de la muestra 100

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96. \text{ Ya que } 1 - 0,025 = 0,975 \text{ (ver tabla).}$$

$$\text{Luego el intervalo pedido es } \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (4,604, 4,996)$$

b) Podemos asegurar, con un nivel de confianza del 95% que el tiempo que tarda un graduado elegida al azar en encontrar empleo estará entre 4,604 meses y 4,996 meses. O de otra forma, de cada 100 graduados que elijamos al azar el tiempo que tardan en encontrar trabajo 95 de ellos estará en ese intervalo.

c) Si escogemos la muestra entre los de mejor expediente, no estamos aplicando la teoría correctamente (hay que escoger al azar) y el intervalo obtenido no representaría a todos los graduados, podría ser mayor o menor o igual; no sabemos si los de mejor expediente son más exigentes al elegir un trabajo o igual que los demás. Sería interesante hacer un estudio particularizado y compararlo con este.