PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA

EXTRAORDINARIA – 2022

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS CC SS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA REALIZAR EL EXAMEN.

El examen consta de 10 problemas. El estudiante ha de elegir 5 problemas. En ningún caso deberá responder a un número mayor del indicado porque en la corrección del examen sólo se tendrán en cuenta los cinco primeros problemas resueltos. Si se desea que alguno de ellos no sea tenido en cuenta, el estudiante ha de tacharlo y dejarlo claramente indicado. En este caso, además de los cuatro primeros problemas sin tachar, se corregirá el que ocupe el sexto lugar.

1º) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$. Calcular la matriz X que cumpla la ecuación matricial $A \cdot X - B^t = C + 3X$, siendo B^t la matriz traspuesta de B. Justificar la respuesta.

$$A \cdot X - B^t = C + 3X; \;\; A \cdot X - 3X = C + B^t; \;\; (A - 3I) \cdot X = (C + B^t);$$

$$(A - 3I)^{-1} \cdot (A - 3I) \cdot X = (A - 3I)^{-1} \cdot (C + B^t);$$

$$I \cdot X = (A - 3I)^{-1} \cdot (C + B^t) \Rightarrow \underline{X = (A - 3I)^{-1} \cdot (C + B^t)}.$$

$$A - 3I = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$|A - 3I| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 2 = 1; \;\; (A - 3I)^t = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$Adj.\,de\ (A - 3I)^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$(A - 3I)^{-1} = \frac{Adj.de\ (A-3I)^t}{|A-3I|} = \frac{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$C + B^t = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$X = (A - 3I)^{-1} \cdot (C + B^t) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{X = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}}.$$

****

2º) Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & x & -1\\ x & -2 & 1\end{pmatrix}$. Se pide, justificando las respuestas:

$a)$ Determinar para qué valores de x existe la inversa de A.

$b)$ Calcular la inversa de A para $x=0$.

$a)$

Una matriz es invertible cuando su determinante es distinto de cero.

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & x & -1\\ x & -2 & 1\end{vmatrix}=x+2-x-x^2-2+1=-x^2+1=0;\ \ x^2=1\Rightarrow$$

$\Rightarrow x_1=-1, x_2=1.$

$\underline{\mathit{La\ matriz\ A\ es\ invertible}\ \forall a\in R-\{-1,1\}}.$

$b)$

Para $x=0$ es $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & 0 & -1\\ 0 & -2 & 1\end{pmatrix}$.

Se obtiene la inversa de A por el método de Gauss-Jordan.

$$(A|I)=\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\\ -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 1\end{array}\right)\Rightarrow\{F_2\to F_2+F_1\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0\\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 1\end{array}\right)\Rightarrow\left\{\begin{matrix}F_1\to F_1-F_2\\ F_3\to F_3+2F_2\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1\end{array}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\{F_1\to F_1-F_3\}\Rightarrow\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & 0 & -2 & -3 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1\end{array}\right)\Rightarrow \underline{A^{-1}=\begin{pmatrix}-2 & -3 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 2 & 2 & 1\end{pmatrix}}.$$

****

3º) Resolver, justificando la respuesta, el sistema: $\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 3 \\ x + y - z = -2 \\ 2x - 3y + 2z = -1 \end{cases}$.

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } M' = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 2 & -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes es el siguiente:

$$|M| = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 12 + 4 - 8 - 9 + 4 = -15 \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Rang\ M = Rang\ M' = 3 = nº\ de\ incógnitas.$$

$$\underline{Según\ el\ teorema\ de\ Rouché - Fröbenios \Rightarrow S.C.D.}$$

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -2 & 1 & -1 \\ -1 & -3 & 2 \end{vmatrix}}{-15} = \frac{6+24-2+4-9-8}{-15} = \frac{34-19}{-15} = \frac{15}{-15} = -1.$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}}{-15} = \frac{-12-4-6+16-3-6}{-15} = \frac{-15}{-15} = 1.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & -1 \end{vmatrix}}{-15} = \frac{-3-9+8-6-18-2}{-15} = \frac{-30}{-15} = 2.$$

$$\underline{Solución: x = -1, y = 1, z = 2.}$$

****

4º) En una pastelería se elaboran pasteles de los tipos A y B. Cada pastel de tipo A necesita 6 gramos de azúcar y 3 gramos de levadura, con un beneficio de 4,5 euros. Cada pastel de tipo B se elabora con 4 gramos de azúcar y 4 de levadura, con un beneficio de 5,5 euros. Sabiendo que solo dispone de 240 gramos de azúcar y 180 gramos de levadura, calcular, justificando la respuesta, el número de pasteles de cada tipo que debe fabricar para obtener unos beneficios máximos, así como el valor di dichos beneficios máximos.

Sean x e y el número de pasteles que se elaboran en la pastelería de los tipos A y B, respectivamente.

Las restricciones son : $\left.\begin{array}{r} 6x+4y \le 240 \\ 3x+4y \le 180 \\ x \ge 0;\;\; y \ge 0 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} 3x+2y \le 120 \\ 3x+4y \le 180 \\ x \ge 0;\;\; y \ge 0 \end{array}\right\}.$

1 $\Rightarrow 3x+2y \le 120 \Rightarrow y \le \frac{120-3x}{2} \Rightarrow O(0,0) \to Si.$

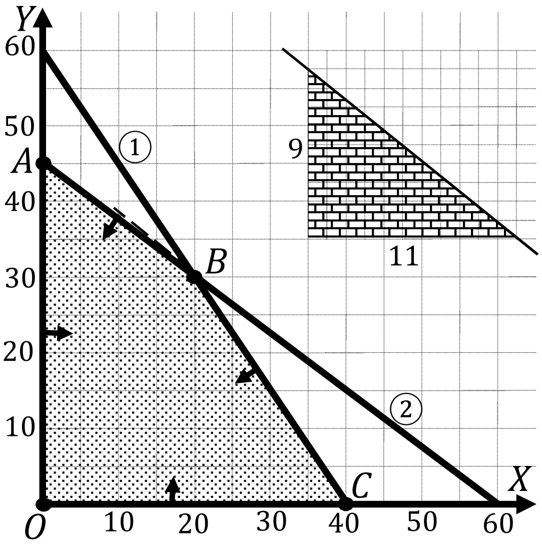
x	0	40
y	60	0

2 $\Rightarrow 3x+4y \le 180 \Rightarrow y \le \frac{180-3x}{4} \Rightarrow O(0,0) \to Si.$

x	0	60
y	45	0

La región factible es la que aparece sombreada en la figura adjunta.

Los vértices de la zona factible, además del origen de coordenadas, son los siguientes:



$A \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x=0 \\ 3x+4y=180 \end{array}\right\} \Rightarrow A(0,45).$

$B \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 3x+2y=120 \\ 3x+4y=180 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\left.\begin{array}{r} 6x+4y=240 \\ -3x-4y=-180 \end{array}\right\} \Rightarrow 3x=60;\;\; x=20 \Rightarrow$

$\Rightarrow 60+2y=120;\;\; 2y=60;\;\; y=30 \Rightarrow$

$\Rightarrow B(20,30).$

$C \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y=0 \\ 3x+2y=120 \end{array}\right\} \Rightarrow 3x=120;\;\; x=40 \Rightarrow C(40,0).$

La función de objetivos es la siguiente: $f(x,y)=4{,}5x+5{,}5y.$

Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices son los siguientes:

$A \Rightarrow f(0, 45) = 4{,}5 \cdot 0 + 5{,}5 \cdot 45 = 0 + 247{,}5 = 247{,}5.$

$B \Rightarrow f(20, 30) = 4{,}5 \cdot 20 + 5{,}5 \cdot 30 = 90 + 165 = 255.$

$C \Rightarrow f(40, 0) = 4{,}5 \cdot 40 + 5{,}5 \cdot 0 = 180 + 0 = 180.$

El máximo se produce en el punto $B(20, 30)$.

También se hubiera obtenido el punto B por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

$f(x, y) = 4{,}5x + 5{,}5y = 0 \Rightarrow y = -\frac{4{,}5}{5{,}5}x = -\frac{45}{55}x \Rightarrow m = -\frac{9}{11}.$

$\underline{El\ beneficio\ es\ máximo\ elaborando\ 20\ pasteles\ tipo\ A\ y\ 30\ tipo\ B.}$

$\underline{El\ beneficio\ máximo\ es\ de\ 255\ euros.}$

****

5º) El consumo eléctrico de una tienda $C(t)$ (en kilovatios) durante las 8 horas que permanece abierta depende del tiempo t (en horas) desde que abrió según la siguiente función: $C(t) = 10 + 6Bt + 6At^2 + t^3$ $(1 \leq t \leq 8)$. Determinar, razonando las respuestas, las constantes A y B sabiendo que su consumo máximo se alcanza a las 6 horas y asciende a 10 kilovatios.

Por alcanzar a las 6 horas un consumo de 10 kilovatios: $C(6) = 10$.

$C(6) = 10 \Rightarrow 10 + 6B \cdot 6 + 6A \cdot 6^2 + 6^3 = 10;\ \ 6B \cdot 6 + 6A \cdot 6^2 + 6^3 = 0;$

$6A + B = -6.$ (1)

Por alcanzar el máximo para $t = 6$: $C'(6) = 0$.

$C'(t) = 6B + 12At + 3t^2.$

$C'(6) = 0 \Rightarrow 6B + 72A + 3 \cdot 36 = 0;\ \ 12A + B = -18.$ (2)

Resolviendo el sistema formado por las ecuaciones (1) y (2):

$$\left.\begin{array}{r} 6A + B = -6 \\ 12A + B = -18 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} -6A - B = 6 \\ 12A + B = -18 \end{array}\right\} \Rightarrow 6A = -12;\ \ \underline{A = -2}.$$

$-6 + B = -6 \Rightarrow \underline{B = 6}.$

****

6º) La cantidad de pescado capturado en cierto lago en pequeñas embarcaciones, $P(x)$ (en kg) es una función de la longitud de la embarcación, x, que oscila entre 1 y 12 metros. La función que relaciona ambas magnitudes es la siguiente:
$P(x) = 3x^3 - 45x^2 + 144x + 230 \ \ (1 \leq x \leq 12)$. Se pide, razonando las respuestas:

a) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la cantidad de pescado capturado en función de la longitud de la embarcación utilizada.

b) Representar gráficamente la función $P(x)$.

----

a)

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$P'(x) = 9x^2 - 90x + 144.$$

$$P'(x) = 0 \Rightarrow 9x^2 - 90x + 144 = 0; \ \ x^2 - 10x + 16 = 0; \ \ x = \frac{10 \pm \sqrt{100-64}}{2} =$$

$$= \frac{10 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{10 \pm 6}{2} = 5 \pm 3 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 8.$$

Por ser $P(x)$ polinómica, las raíces de la derivada dividen al dominio de la función en los intervalos $(1, 2), (2, 8) \ y \ (8, 10)$, donde la derivada es, alternativamente, positiva o negativa.

Considerando, por ejemplo, el valor $x = 3 \in (2, 8)$ es:

$$P'(3) = 9 \cdot 3^2 - 90 \cdot 3 + 144 = 81 - 270 + 144 = -45 < 0 \Rightarrow Decreciente.$$

De lo anterior se deducen los periodos de crecimiento y decrecimiento, que son los siguientes:

$$P'(x) < 0 \Rightarrow \underline{Decrecimiento: x \in (2, 8)}.$$

$$P'(x) > 0 \Rightarrow \underline{Crecimiento: x \in (1, 2) \cup (8, 12)}.$$

b)

Para la representación gráfica de la función determinamos sus máximos y mínimos relativos.

Para que una función tenga un máximo o mínimo relativo en un punto es condición necesaria que se anule su primera derivada en ese punto.

$$P'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 8.$$

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada; si es positiva para el valor que anula la primera, se trata de un mínimo y, si es negativa, de un máximo.

$$P''(x) = 18x - 90.$$

$$P''(2) = 18 \cdot 2 - 90 = -54 < 0 \Rightarrow Máximo\ relativo\ para\ x = 2.$$

$$P(2) = 3 \cdot 2^3 - 45 \cdot 2^2 + 144 \cdot 2 + 230 = 24 - 180 + 288 + 320 =$$

$$= 632 - 180 = 452 \Rightarrow Máx. \Rightarrow A(2, 452).$$

$$P''(8) = 18 \cdot 8 - 90 = 54 > 0 \Rightarrow Mínimo\ relativo\ para\ x = 8.$$

$$P(8) = 3 \cdot 8^3 - 45 \cdot 8^2 + 144 \cdot 8 + 230 = 1.536 - 2.880 + 1.152 + 230 =$$

$$= 2.918 - 2.880 = 38 \Rightarrow Mín. \Rightarrow B(8, 38).$$

Los valores extremos de la función son los siguientes:

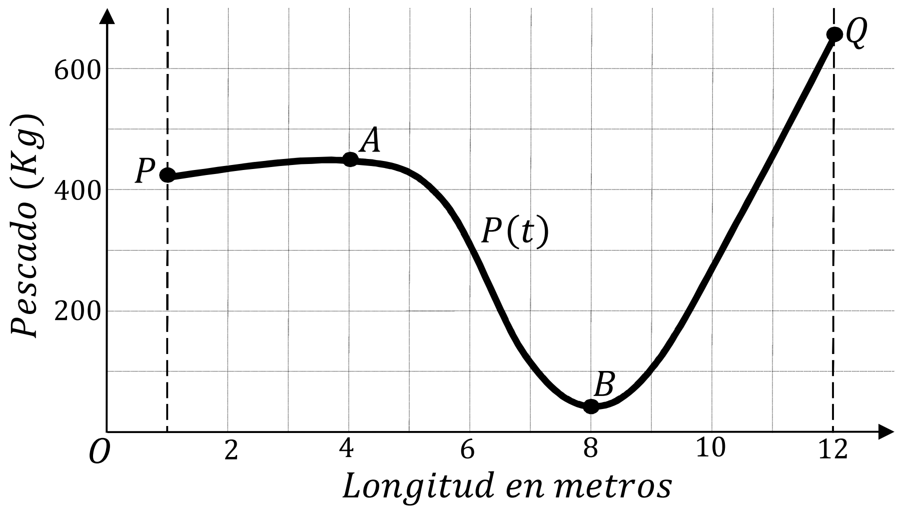
$$P(1) = 3 \cdot 1^3 - 45 \cdot 1^2 + 144 \cdot 1 + 230 = 3 - 45 + 144 + 320 =$$

$$= 467 - 45 = 422 \Rightarrow P(1, 422).$$

$$P(12) = 3 \cdot 12^3 - 45 \cdot 12^2 + 144 \cdot 12 + 230 =$$

$$= 5.184 - 6.480 + 1.728 + 230 = 7.142 - 6.480 = 662 \Rightarrow Q(12, 662).$$

Teniendo en cuenta el estudio realizado, la representación gráfica, aproximada, de la función es la siguiente:



****

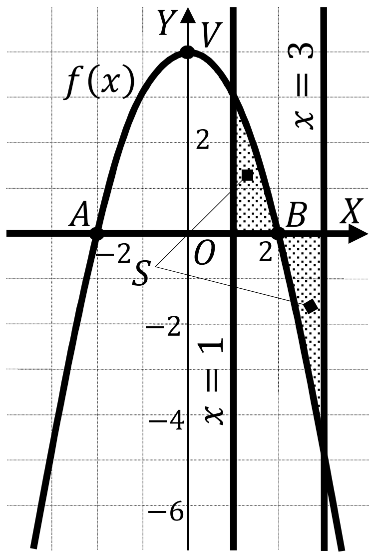
7º) a) Determinar, razonando la respuesta, el área encerrada por la función $f(x) = 4 - x^2$ y el eje OX entre $x = 1$ y $x = 3$.

b) Determinar, razonando la respuesta, las asíntotas de la función $g(x) = \frac{3x^2+2}{4-x^2}$.

----

a)

La función $f(x) = 4 - x^2$ es una parábola cóncava ($\cap$) por ser negativo el coeficiente de x^2 y su vértice es el punto $V(0, 4)$; es simétrica con respecto al eje de ordenadas por ser $f(-x) = f(x)$ y sus puntos de corte con el eje de abscisas son los siguientes:



$$f(x) = 0 \Rightarrow 4 - x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \Rightarrow A(-2, 0) \\ x_2 = 2 \Rightarrow B(2, 0) \end{cases}.$$

La representación gráfica de la situación, aproximada, se expresa en la figura adjunta de donde, teniendo en cuanta la simetría de la función, se deduce la superficie a calcular, que es la siguiente:

$$S = \int_1^2 f(x) \cdot dx + \int_3^2 f(x) \cdot dx = \int_1^2 (4 - x^2) \cdot dx + \int_3^2 (4 - x^2) \cdot dx =$$

$$= \left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_1^2 + \left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_3^2 =$$

$$= \left[\left(4 \cdot 2 - \frac{2^3}{3}\right) - \left(4 \cdot 1 - \frac{1^3}{3}\right)\right] + \left[\left(4 \cdot 2 - \frac{2^3}{3}\right) - \left(4 \cdot 3 - \frac{3^3}{3}\right)\right] =$$

$$= 8 - \frac{8}{3} - 4 + \frac{1}{3} + 8 - \frac{8}{3} - 12 + 9 = 9 - \frac{15}{3} = 9 - 5 \Rightarrow \underline{S = 4\, u^2}.$$

b)

Asíntotas horizontales: son de la forma $y = k$ y son los valores finitos de la función cuando x tiende a más o menos infinito.

$$k = \lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{3x^2+2}{4-x^2} = -3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{La\ recta\ y = -3\ es\ asíntota\ horizontal.}$$

Asíntotas verticales: son los valores finitos de x que hacen que la función tienda a infinito o menos infinito: son los valores que anulan el denominador.

$$4 - x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = 2.$$

$$\underline{Las\ rectas\ x = -2\ y\ x = 2\ son\ asíntotas\ verticales}.$$

Asíntotas oblicuas:

$$\underline{No\ tiene\ asíntotas\ oblicuas\ por\ ser\ incompatibles\ con\ las\ horizontales}.$$

$$**********$$

8º) Un club de fútbol tiene 200 abonados de gran antigüedad, 500 abonados con varios años de antigüedad y 300 nuevos abonados. Se pregunta a los abonados si están de acuerdo con una subida de los precios de los abonos a cambio de que el club ofrezca servicios adicionales. Se muestran favorables a la subida 80 abonados de gran antigüedad, 280 con varios años de antigüedad y 120 nuevos abonados. Se pide, razonando la respuesta:

a) Calcular la probabilidad de que un abonado sea nuevo y favorable a la subida.

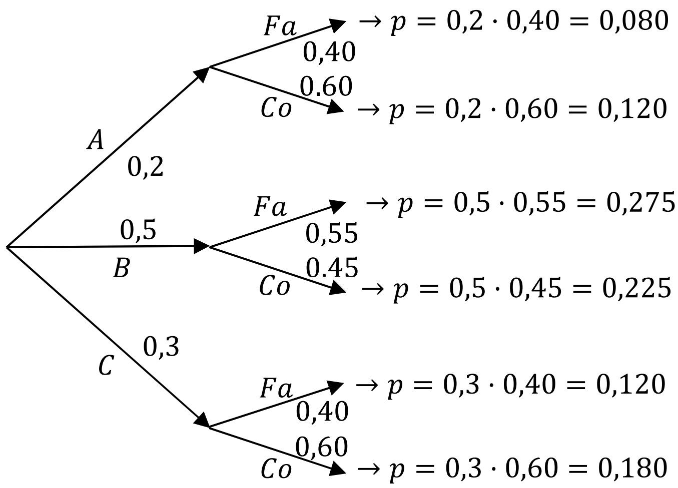
b) Calcular la probabilidad de que un abonado, que se sabe que es favorable a la subida, tengan gran antigüedad en el club.

Sean A, B y C los abonados de gran antigüedad, con varios años de antigüedad y nuevos abonados, respectivamente.

$$P(A) = \frac{200}{200+500+300} = \frac{200}{1.000} = 0{,}2;\ \ P(B) = \frac{500}{1.000} = 0{,}5;\ \ P(C) = \frac{300}{1.000} = 0{,}3.$$

Las probabilidades de que estén a favor A, B y C son las siguientes:

$$Fa(A) = \frac{80}{200} = 0{,}40;\ \ Fa(B) = \frac{280}{500} = 0{,}55;\ \ Fa(C) = \frac{120}{300} = 0{,}40.$$



a)

$$P = P(C \cap Fa) = P(C) \cdot P(Fa/C) = 0{,}3 \cdot 0{,}40 = \underline{0{,}120}.$$

b)

$$P = P(A/Fa) = \frac{P(A\cap Fa)}{P(Fa)} = \frac{P(A)\cdot P(Fa/A)}{P(A)\cdot P(Fa/A)+P(B)\cdot P(Fa/B)+P(C)\cdot P(Fa/C)} =$$

$$= \frac{0{,}2\cdot 0{,}40}{0{,}2\cdot 0{,}40+0{,}5\cdot 0{,}55+0{,}3\cdot 0{,}40} = \frac{0{,}080}{0{,}080+0{,}275+0{,}120} = \frac{0{,}08}{0{,}475} = \underline{0{,}168}.$$

****

9º) La producción de tomates en parcelas de una zona de regadío se ajusta a distribución normal con desviación típica 1 tonelada. Con objeto de estimar la producción media de la zona, se registran los datos de 36 parcelas que arrojan una producción media de 8,7 toneladas. Hallar un intervalo de confianza, al nivel de confianza del 90 %, para la producción media de tomates de las parcelas de la zona. Razonar la respuesta.

Para un nivel de confianza del 90 % es:

$1-\alpha=0{,}90 \;\rightarrow\; \alpha=1-0{,}90=0{,}10 \;\rightarrow\; z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0{,}05}=1{,}645.$
$(1-0{,}05=0{,}9500 \;\rightarrow z=1{,}645).$

Datos: $n=36;\;\; \overline{x}=8{,}7;\;\; \sigma=1;\;\; z_{\frac{\alpha}{2}}=1{,}645.$

La fórmula que nos da el intervalo de confianza pedido en función de $\overline{x}, \sigma\ y\ n$, es la siguiente: $\left(\overline{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\;\; \overline{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

$$\left(8{,}7-1{,}645\cdot\frac{1}{\sqrt{36}};\; 8{,}7+1{,}645\cdot\frac{1}{\sqrt{36}}\right);$$

$$(8{,}7-1{,}645\cdot 0{,}1667;\; 8{,}7+1{,}645\cdot 0{,}1667);\;\; (8{,}7-0{,}2742;\; 8{,}7+0{,}2742).$$

$$\underline{I.C._{90\,\%}=(8{,}4258;\; 8{,}9742).}$$

****

10º) Se quiere realizar un estudio sobre la proporción de hogares españoles con conexión de fibra óptica. Como dicha proporción es desconocida, asumimos de principio un valor $p = 0{,}5$. Se pide determinar el número mínimo de hogares que hay que visitar si deseamos calcular un intervalo de confianza para dicha proporción con un nivel de confianza del 99 % y coya longitud sea inferior a 0,14. Razonar la respuesta.

Para un nivel de confianza del 99 % es:

$1 - \alpha = 0{,}99 \ \rightarrow \ \alpha = 1 - 0{,}90 = 0{,}01 \ \rightarrow \ z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}005} = 2{,}575.$
$(1 - 0{,}005 = 0{,}9950 \ \rightarrow z = 2{,}575).$

Datos: $p = q = 058; \ \ z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}575; \ \ E = \frac{0{,}14}{2} = 0{,}07.$

La fórmula que nos da el intervalo de confianza pedido en función de p, q $y \ n$, es la siguiente: $\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}\right)$, de donde se deduce la expresión del error máximo cometido: $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}$.

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}; \ \ \frac{E}{z_{\frac{\alpha}{2}}} = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}; \ \ \frac{E^2}{\left(z_{\frac{\alpha}{2}}\right)^2} = \frac{p \cdot q}{n} \Rightarrow n = \frac{p \cdot q \cdot \left(z_{\frac{\alpha}{2}}\right)^2}{E^2} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}575^2}{0{,}07^2} =$$

$$= \frac{0{,}25 \cdot 6{,}6306}{0{,}07^2} = \frac{1{,}6577}{0{,}0049} = 338{,}30.$$

$$\underline{Hay \ que \ visitar \ un \ mínimo \ de \ 339 \ hogares.}$$

****