PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDADES DE BALEARES

JUNIO – 2019

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS CC SS — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Contestad de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Se valorará la corrección y la claridad en el lenguaje (matemático y no matemático) empleado por el alumno. Se valorarán negativamente los errores de cálculo. Podéis utilizar calculadora de cualquier tipo, científica, gráfica o programable, pero no se autorizará el uso de las que traigan información almacenada o puedan transmitirla.

OPCIÓN A

1º) Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & x+2 & x^2 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$. Se pide:

a) Resolver la ecuación $|A| = 0$.

b) Si $x = 0$, ¿tiene inversa la matriz A? ¿por qué?

c) Si $x = 2$, ¿tiene inversa la matriz A? ¿por qué? En caso afirmativo, resuelve la ecuación $A \cdot Z = I$, donde I es la matriz identidad 3×3.

----

a)

$$|A| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & x+2 & x^2 \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 0;$$

$-3(x+2) - 20 - 3x^2 - 5(x+2) - x^2 + 36 = 0;\ \ -8(x+2) + 16 - 4x^2 = 0;$

$-8x - 16 + 16 - 4x^2 = 0;\ -8x - 4x^2 = 0;\ -4x(2+x) = 0 \Rightarrow \underline{x_1 = 0, x_2 = -2}.$

b)

$$\underline{Para\ x = 0\ la\ matriz\ A\ no\ tiene\ inversa}.$$

$$\underline{Una\ matriz\ es\ invertible\ cuando\ su\ determinante\ es\ distinto\ de\ cero}.$$

c)

Si $x = 2$, la matriz A tiene inversa por lo expuesto anteriormente.

$A \cdot Z = I;\ \ A^{-1} \cdot A \cdot Z = I \cdot A^{-1};\ \ I \cdot Z = A^{-1} \Rightarrow Z = A^{-1}.$

Para $x = 2$ es $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & 4 & 4 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$; se obtiene su inversa por Gauss-Jordan.

$$(A|I) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \left\{F_2 \to \tfrac{1}{4}F_2\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ -1 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{Bmatrix} F_2 \to F_2 - F_1 \\ F_3 \to F_3 + F_1 \end{Bmatrix} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 6 & -1 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 4 & -8 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{F_2 \to -\tfrac{1}{2}F_2\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 4 & -8 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{Bmatrix} F_1 \to F_1 - 3F_2 \\ F_3 \to F_3 - 4F_1 \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{8} & 0 \\ 0 & 1 & -3 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & \frac{1}{2} & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \left\{F_3 \to \frac{1}{4}F_3\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{8} & 0 \\ 0 & 1 & -3 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} F_1 \to F_1 - 4F_3 \\ F_2 \to F_2 + 3F_3 \end{Bmatrix} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{8} & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{8} & -1 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 & -8 \\ -2 & 2 & 6 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\underline{Z = A^{-1} = \frac{1}{8} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 & -8 \\ -2 & 2 & 6 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.}$$

****

2º) El número de vehículos que ha pasado cierto día por el peaje de una autopista viene dado por la función $N(t) = \begin{cases} \left(\frac{t-3}{3}\right)^2 + 2, \; si \; 0 \le t \le 9 \\ 10 - \left(\frac{t-15}{3}\right)^2, \; si \; 9 < t \le 24 \end{cases}$, siendo N el número de vehículos y t el tiempo transcurrido en horas desde las 0:00 horas.

$a)$ ¿Es continua la función $N(t)$?

$b)$ ¿Entre qué horas aumenta el número de vehículos que pasa por el peaje? ¿En qué horas disminuye?

$c)$ ¿A qué hora pasa el mayor número de vehículos? ¿Cuál es ese número?

$a)$

La función $f(x)$ es continua en R, excepto para $x = 9$, cuya continuidad es dudosa y se estudia a continuación.

Una función es continua en un punto cuando sus límites por la izquierda y por la derecha existen y son iguales e iguales al valor de la función en ese punto.

$$Para \; t = 9 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{t \to 9^-} N(t) = \lim_{t \to 9} \left[\left(\frac{t-3}{3}\right)^2 + 2\right] = 6 = N(9) \\ \lim_{t \to 9^+} N(t) = \lim_{t \to 9} \left[10 - \left(\frac{t-15}{3}\right)^2\right] = 10 - 4 = 6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{t \to 9^-} N(t) = \lim_{t \to 9^+} N(t) = N(9) \Rightarrow \underline{N(t) \; es \; continua \; en \; su \; dominio}.$$

$b)$

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$N'(t) = \begin{cases} \frac{2}{9}(t-3), \; si \; 0 \le t \le 9 \\ -\frac{2}{9}(t-15), \; si \; 9 < t \le 24 \end{cases}.$$

$$Crecimiento: N'(t) > 0 \Rightarrow t \epsilon (3, 9) \cup (9, 15).$$

$$Decrecimiento: N'(t) < 0 \Rightarrow t \epsilon (0, 3) \cup (15, 24).$$

$$\underline{Los \; vehículos \; aumentan \; de \; 3 \; a \; 9 \; horas \; y \; de \; 9 \; a \; 15 \; horas}.$$

$$\underline{Los \; vehículos \; disminuyen \; de \; 0 \; a \; 3 \; horas \; y \; de \; 15 \; a \; 24 \; horas}.$$

$c)$

Para que una función tenga un máximo relativo es condición necesaria que se anule su primera derivada en ese punto.

$$N'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 15 \end{cases}.$$

Aunque se deduce el máximo por los periodos de crecimiento y decrecimiento, se deduce por la segunda derivada.

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada; si es negativa para los valores que anulan la primera se trata de un máximo y, si es positivo, de un mínimo.

$$N''(t) = \begin{cases} \frac{2}{9}, \ si\ 0 \leq t \leq 9 \\ -\frac{2}{9}, \ si\ 9 < t \leq 24 \end{cases} \Rightarrow Máximo\ para\ t = 15.$$

$$N(15) = 10 - \left(\frac{15-15}{3}\right)^2 = 10.$$

$$\underline{El\ máximo\ número\ de\ vehículos\ es\ a\ las\ 15\ horas\ y\ son\ 10}.$$

****

3º) Se tiene un dado y dos urnas con bolas descritos a continuación:

Urna 1: 1 bola negra, 3 bolas blancas y 6 bolas rayadas.

Urna 2: 2 bolas negras, 6 bolas blancas y 2 bolas rayadas.

Se tira el dado. Si sale 1 o 2, se coge la urna 1. Si sale 3, 4, 5 o 6, se coge la urna 2. Extraemos una bola de la urna correspondiente:

a) Hacer un diagrama del árbol que represente el experimento con todas las posibilidades.

b) Calcula las probabilidades siguientes:

i) $p(3,4,5,6)$ y bola blanca.

ii) $p(bola\ rayada/\{1\})$.

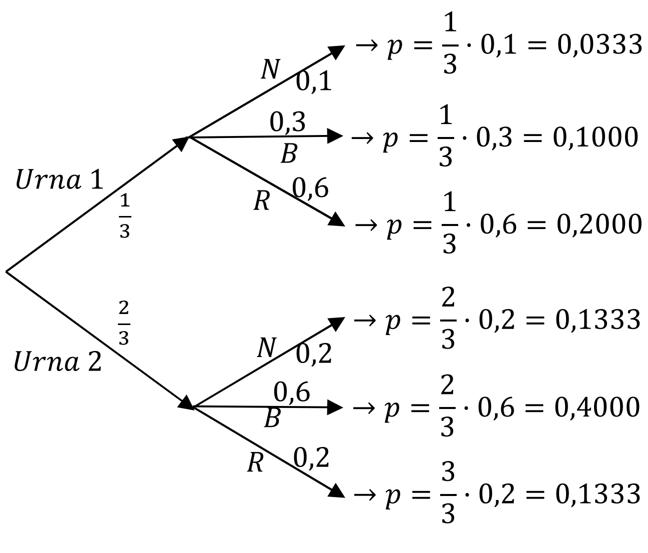
iii) $p(bola\ blanca/\{5\})$.

iv) $p(\{2\}\ y\ bola\ rayada)$.

c) Calcule la probabilidad de que la bola extraída haya sido blanca y la probabilidad de que haya sido negra. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída haya sido rayada? ¿Cuánto vale la suma de las tres probabilidades? Justifica la respuesta.

----

a)



b)

i)

$$P = P(B/U2) = \frac{2}{3} \cdot 0{,}6 = \underline{0{,}40}.$$

ii)

$$P = P(R/U1) = 1 \cdot 0{,}6 = \underline{0{,}60}.$$

$iii)$

$$P = P(B/U2) = 1 \cdot 0{,}6 = \underline{0{,}60}.$$

$iv)$

$$P = P(2 \cap R) = \frac{1}{6} \cdot 0{,}6 = \underline{0{,}10}.$$

$c)$

$$P = P(B) = P(B/U1) + P(B/U2) = \frac{1}{3} \cdot 0{,}3 + \frac{2}{3} \cdot 0{,}6 = 0{,}1 + 0{,}4 = \underline{0{,}50}.$$

$$P = P(N) = P(N/U1) + P(N/U2) = \frac{1}{3} \cdot 0{,}1 + \frac{2}{3} \cdot 0{,}2 = 0{,}0333 + 0{,}1333 =$$

$$= \underline{0{,}1667}.$$

$$P = P(R) = P(R/U1) + P(R/U2) = \frac{1}{3} \cdot 0{,}6 + \frac{2}{3} \cdot 0{,}2 = 0{,}2 + 0{,}1333 =$$

$$= \underline{0{,}3333}.$$

$$P = P(B) + P(N) + P(R) = 0{,}5 + 0{,}1667 + 0{,}3333 = \underline{1}.$$

Es evidente: la probabilidad de blanca, negra y rayada es el suceso seguro.

****

4º) Resuelve los apartados siguientes:

a) El peso de los habitantes de una ciudad tiene una media de 67 kg y una desviación típica de 5 kg. ¿Cuál es la probabilidad que la media del peso de 100 personas supere los 68,5 kg? ¿y que sea menor de 68 kg?

b) En un hospital se ha tomado la temperatura a una muestra de 64 pacientes, para estimar la temperatura media de los enfermos. La media de la muestra ha sido de 37,1 °C, y la desviación típica de la población es de 1,04 °C. Calcula un intervalo de confianza para la media de la población con un nivel de confianza del 99 %. Interpreta los resultados del problema.

----

a)

$Datos: \mu = 67;\ \ \rho = 5;\ \ n = 100.$

$$X \to N\left(\mu;\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(67;\ \frac{5}{\sqrt{100}}\right) = N(67;\ 0{,}5).$$

Tipificando la variable: $Z = \frac{X-67}{0{,}5}$.

$$P = P(X > 68{,}5) = P\left(Z > \frac{68{,}5-67}{0{,}5}\right) = P\left(Z > \frac{1{,}5}{0{,}5}\right) = P(Z > 3) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 3) = 1 - 0{,}9987 = \underline{0{,}0013}.$$

$$P = P(X < 68) = P\left(Z < \frac{68-67}{0{,}5}\right) = P\left(Z < \frac{1}{0{,}5}\right) = P(Z < 2) = \underline{0{,}9772}.$$

b)

Para un nivel de confianza del 99 % es:

$$1 - \alpha = 0{,}99\ \to\ \alpha = 1 - 0{,}99 = 0{,}01\ \to\ z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0{,}005} = 2{,}575.$$
$$(1 - 0{,}005 = 0{,}9950\ \to z = 2{,}575).$$

Datos: $n = 64;\ \ \overline{x} = 37{,}1;\ \ \sigma = 1{,}04;\ \ z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}575.$

$$\left(37{,}1 - 2{,}575 \cdot \frac{1{,}04}{\sqrt{64}};\ 37{,}1 + 2{,}575 \cdot \frac{1{,}04}{\sqrt{64}}\right);$$

$$(37{,}1 - 2{,}575 \cdot 0{,}13;\ 37{,}1 + 2{,}575 \cdot 0{,}13);\ \ (37{,}1 - 0{,}3348;\ 37{,}1 + 0{,}3348).$$

$$\underline{I.C._{99\,\%} = (36{,}7653;\ 37{,}4348).}$$

El lógico que con una fiabilidad casi total (99 %) el intervalo de confianza sea muy pequeño.

****

OPCIÓN B

1º) Una empresa de autobuses tiene tres líneas: A, B y C. El lunes salieron 5 autobuses de la línea A, 3 de la B y 4 de la C. El martes salieron 2 autobuses de la línea A, 1 de la B y 4 de la C. El miércoles salieron 1 autobús de la línea A, 3 de la B y 5 de la C.

a) Representa los datos en forma de matriz.

b) ¿Tiene inversa la matriz construida en el apartado a)? En caso negativo, justifica la respuesta. En caso afirmativo, calcular su inversa.

c) Si D es la matriz construida en el apartado a), resuelve, si es posible, el sistema de ecuaciones: $D \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -33 \\ -33 \\ -33 \end{pmatrix}$.

----

a)

$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{c} \overbrace{\begin{array}{ccc} Lu & Ma & Mi \end{array}} \\ \underline{\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 5 \end{pmatrix}} \end{array}.$$

b)

Una matriz tiene inversa (es invertible) cuando su determinante es distinto de cero.

$$D = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow |D| = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 25 + 12 + 24 - 4 - 60 - 30 =$$

$$= 61 - 94 = -33 \neq 0.$$

$$\underline{La\ matriz\ D\ es\ invertible}.$$

La inversa de D se obtiene por la adjunta de la traspuesta: $D^{-1} = \frac{Adj.\ de\ D^t}{|D|}$.

$|D| = -33.$ $\qquad D^t = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

$$Adj. de\ D^t = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -6 & 5 \\ -3 & 21 & -12 \\ 8 & -12 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$D^{-1}=\frac{Adj.\ de\ D^t}{|D|}=\frac{\begin{pmatrix}-7 & -6 & 5\\ -3 & 21 & -12\\ 8 & -12 & -1\end{pmatrix}}{-33}\Rightarrow \underline{D^{-1}=-\frac{1}{33}\cdot\begin{pmatrix}-7 & -6 & 5\\ -3 & 21 & -12\\ 8 & -12 & -1\end{pmatrix}}.$$

$c)$

$$D\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-33\\ -33\\ -33\end{pmatrix}\Rightarrow D^{-1}\cdot D\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=D^{-1}\cdot\begin{pmatrix}-33\\ -33\\ -33\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=D^{-1}\cdot\begin{pmatrix}-33\\ -33\\ -33\end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=-\frac{1}{33}\cdot\begin{pmatrix}-7 & -6 & 5\\ -3 & 21 & -12\\ 8 & -12 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-33\\ -33\\ -33\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7 & -6 & 5\\ -3 & 21 & -12\\ 8 & -12 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}-7-6+5\\ -3+21-12\\ 8-12-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-8\\ 6\\ -5\end{pmatrix}\Rightarrow \underline{Solución\colon x=-8, y=6, z=-5}.$$

****

2º) Una empresa se dedica a elaborar lotes de productos que se venden en los supermercados. En este momento están empaquetando dos lotes diferentes. El lote tipo A tiene un queso y dos botellas de vino, y el transporte cuesta 0,90 euros. El lote tipo B tiene 3 quesos y 1 botella de vino, y cuesta 1,50 euros el transporte. La empresa dispone de 200 quesos y 100 botellas de vino, y han de elaborar, al menos, 10 lotes tipo A y 25 lotes tipo B. ¿Cuántos lotes de cada clase han de elaborar para que el gasto en transporte sea mínimo? Se ha de plantear el problema como un problema de programación lineal, dibujando la región factible de soluciones y determinar y dibujar sus vértices.

Sean x e y los lotes de los tipos A y B que se elaboran, respectivamente.

El sistema de inecuaciones que se deduce del enunciado es: $\left.\begin{array}{r} x+3y \leq 200 \\ 2x+y \leq 100 \\ x \geq 10;\ y \geq 25 \end{array}\right\}.$

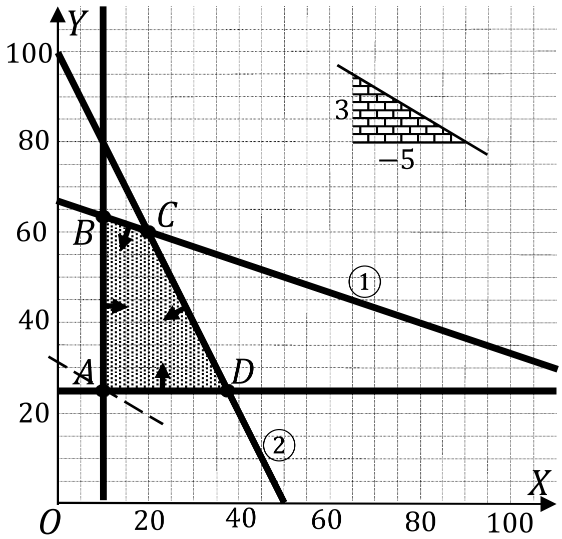
$(1) \Rightarrow x+3y \leq 200 \Rightarrow y \leq \frac{200-x}{3} \Rightarrow O(0,0) \rightarrow Si.$

x	80	50
y	40	50

$(2) \Rightarrow 2x+y \leq 100 \Rightarrow y \leq 100-2x \Rightarrow O(0,0) \rightarrow Si.$

x	0	50
y	100	0

La región factible es la zona que aparece sombreada en la figura adjunta.



Los vértices de la sección factible son los siguientes:

$A \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x=10 \\ y=25 \end{array}\right\} \Rightarrow A(10,25).$

$B \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x=10 \\ x+3y=200 \end{array}\right\} \Rightarrow 3y=190 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=\frac{190}{3} \Rightarrow B\left(10,\frac{190}{3}\right).$

$C \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+3y=200 \\ 2x+y=100 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} 2x+6y=400 \\ -2x-y=-100 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$5y=300;\ \ y=60;\ \ x+180=200;\ \ x=20 \Rightarrow C(20,60).$

$D \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y=25 \\ 2x+y=100 \end{array}\right\} \Rightarrow 2x=175;\ \ x=\frac{175}{2} \Rightarrow D\left(\frac{175}{2},25\right).$

La función de objetivos es $f(x,y)=0{,}9x+1{,}5y.$

Los valores de la función de objetivos en cada vértice son los siguientes:

$A \Rightarrow f(10, 25) = 0{,}9 \cdot 10 + 1{,}5 \cdot 25 = 9 + 37{,}5 = 46{,}5.$

$B \Rightarrow f\left(10, \frac{190}{3}\right) = 0{,}9 \cdot 10 + 1{,}5 \cdot \frac{190}{3} = 9 + 95 = 104.$

$C \Rightarrow f(20, 60) = 0{,}9 \cdot 20 + 1{,}5 \cdot 60 = 18 + 90 = 108.$

$D \Rightarrow f\left(\frac{175}{2}, 25\right) = 0{,}9 \cdot \frac{175}{2} + 1{,}5 \cdot 25 = 78{,}75 + 37{,}5 = 116{,}25.$

El valor mínimo se produce en el punto A.

También se hubiera obtenido el punto A por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

$$f(x, y) = 0{,}9x + 1{,}5y = 0 \Rightarrow y = -\frac{0{,}9}{1{,}5}x = -\frac{9}{15}x = -\frac{3}{5}x \Rightarrow m = -\frac{3}{3}.$$

$$\underline{El\ coste\ es\ mínimo\ elaborando\ 10\ lotes\ tipo\ A\ y\ 25\ lotes\ tipo\ B.}$$

$$\underline{Los\ gastos\ mínimos\ son\ de\ 46{,}5\ euros.}$$

****

3º) El número de visitantes de un museo se obtiene mediante la función $V(t)=\frac{300t}{t^3+2}$ siendo t la hora de apertura del museo. Supongamos que la hora de apertura del museo son las 9 horas de la mañana.

a) ¿Cuándo crece y decrece el número de visitantes del museo?

b) ¿Cuándo recibe el museo el mayor número de visitantes? ¿cuál es este número?

c) ¿Para qué valor de t se produce un punto de inflexión de $V(t)$?

----

a)

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$V'(t)=\frac{300\cdot(t^3+2)-300t\cdot 3t^2}{(t^3+2)^2}=\frac{300t^3+600-900t^3}{(t^3+2)^2}=\frac{600-600t^3}{(t^3+2)^2}=\frac{600(1-t^3)}{(t^3+2)^2}.$$

$$V'(t)=0 \Rightarrow \frac{600(1-t^3)}{(t^3+2)^2}=0;\;\; 600(1-t^3)=0;\;\; 1-t^3=0 \Rightarrow t=1.$$

$$Crecimiento: V'(t)>0 \Rightarrow t<1;\;\; decrecimiento: V'(t)<0 \Rightarrow t>1.$$

Teniendo en cuenta que el museo abre a las 9 horas de la mañana y, se supone, porque no lo dice el enunciado, que cierra a las 12 de la noche.

$$\underline{El\ número\ de\ visitantes\ decrece\ de\ 9\ a\ 10\ de\ la\ mañana}.$$

$$\underline{El\ número\ de\ visitantes\ crece\ desde\ las\ 10\ de\ la\ mañana\ hasta\ el\ cierre}.$$

b)

De los periodos de crecimiento y decrecimiento se deduce que el máximo de visitantes se produce para $t=1$.

$$V(1)=\frac{300\cdot 1}{1^3+2}=\frac{300}{3}=100.$$

$$\underline{El\ máximo\ número\ de\ visitantes\ a\ las\ 10\ de\ la\ mañana, que\ son\ 100}.$$

c)

Para que una función tenga un punto de inflexión es condición necesaria que se anule su segunda derivada:

$$V''(t)=\frac{-1{,}800t^2\cdot(t^3+2)^2-600(1-t^3)\cdot[2\cdot(t^3+2)\cdot 3t^2]}{(t^3+2)^4}=\frac{-1{,}800t^2\cdot(t^3+2)-3.600(1-t^3)t^2}{(t^3+2)^3}=$$

$$=\frac{-1{,}800t^5-3.600t^2-3.600t^2+3.600t^5}{(t^3+2)^3}=\frac{1{,}800t^5-7.200t^2}{(t^3+2)^3}=\frac{1{,}800t^2(t^3-4)}{(t^3+2)^3}.$$

$V''(t) = 0 \Rightarrow \frac{1,800t^2(t^3-4)}{(t^3+2)^3} = 0;\ \ 1,800t^2(t^3-4) = 0 \Rightarrow t_1 = 0, t_2 = \sqrt[3]{4}.$

Excluyendo la solución $t = 0$:

$\underline{La\ función\ V(t)\ tiene\ un\ punto\ de\ inflexión\ para\ t = \sqrt[3]{4} \cong 1,59.}$

****

4º) Se tienen dos urnas descritas a continuación:
Urna 1: 2 bolas negras, una bola blanca y 3 bolas rayadas.
Urna 2: 1 bola negra, 2 bolas blancas y una bola rayada.
El experimento consiste en extraer una bola al azar de la urna 1 e introducirla en la urna 2, remover y extraer, finalmente, una bola al azar de la urna 2:

a) Hacer un diagrama del árbol que represente el experimento con las probabilidades asociadas.

b) Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea:

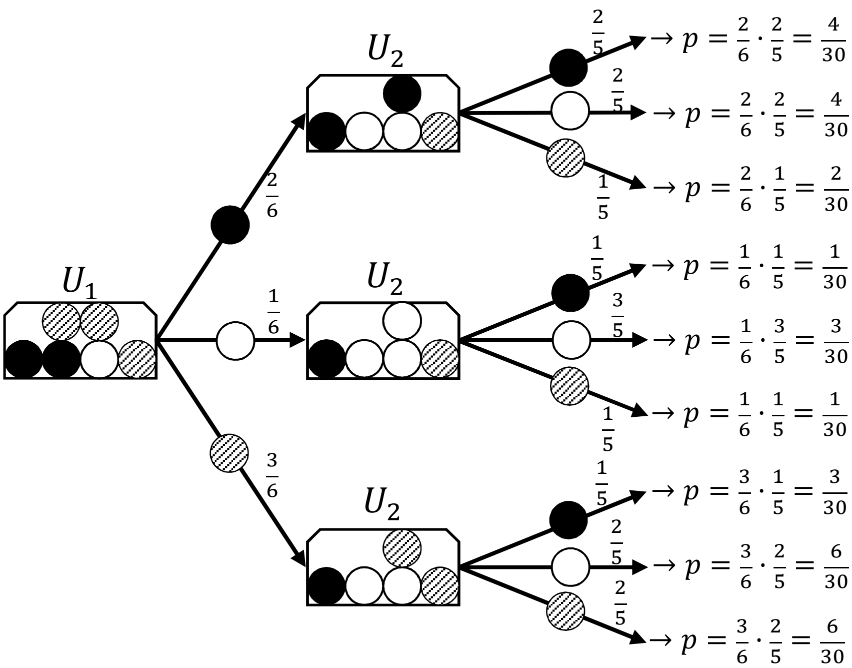
$b.1$) Blanca. $b.2$) Negra. $b.3$) Rayada.

c) Sabiendo que la segunda bola extraída ha sido negra, ¿cuál es la probabilidad de que la primera también fuera negra?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera fuera blanca siendo blanca la segunda?

----

a)



b)

$b.1$)

$$P = P(B) = P(B/N) + P(B/B) + P(B/R) = \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} =$$

$$= \frac{4+3+6}{30} = \underline{\frac{13}{30}}.$$

$b.2$)

$$P = P(N) = P(N/N) + P(N/B) + P(N/R) = \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5} =$$

$$= \frac{4+1+3}{30} = \underline{\frac{8}{30}}.$$

$b.3)$

$$P = P(R) = P(R/N) + P(R/B) + P(R/R) = \frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5} + \frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5} =$$

$$= \frac{2+1+6}{30} = \underline{\frac{9}{30}}.$$

$c)$

$$P = P(N/N) = \frac{P(N\cap N)}{P(N)} = \frac{\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{5}}{\frac{8}{30}} = \frac{4}{8} = \underline{0{,}5}.$$

$d)$

$$P = P(B/B) = \frac{P(B\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{5}}{\frac{13}{30}} = \frac{3}{13} = \underline{0{,}2308}.$$

****