PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANARIAS

JULIO – 2015

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Elija una de las dos opciones, A o B, y conteste a las cuatro cuestiones que componen la opción elegida. Si mezcla preguntas de las dos opciones, el tribunal podrá anular su examen.

En el desarrollo de cada problema, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarlo. Se califica todo.

OPCIÓN A

1º) Se considera la función $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+b}-2 & si \quad x\leq -\sqrt{2}\\ 2-x^2 & si \quad -\sqrt{2}<x<\sqrt{2}\\ x^2\,L(x^2-a) & si \quad \sqrt{2}\leq x\end{cases}$, donde L denota el logaritmo neperiano. Determinar si existen valores de los parámetros α y b para los que f(x) sea derivable en todo R. Justificar la respuesta.

Para que una función sea derivable en un punto es condición necesaria que sea continua en ese punto.

La función f(x) es continua en $R \forall a<2\ y\ b>-2$. Se trata de determinar los valores de α y b para que sea derivable en los puntos críticos $x=-\sqrt{2}$ y $x=\sqrt{2}$.

Para que la función sea continua en los puntos críticos es necesario que sus límites laterales en esos puntos sean iguales e iguales a los correspondientes valores de la función en esos puntos.

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}^-} f(x)=\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}}\left(\sqrt{x^2+b}-2\right)=\sqrt{2+b}-2\\ \lim\limits_{x\to-\sqrt{2}^+} f(x)=\lim\limits_{x\to-\sqrt{2}}(2-x^2)=f\left(-\sqrt{2}\right)=0\end{array}\right\}\Rightarrow \sqrt{2+b}-2=0\ ;$$

$\sqrt{2+b}=2\ ;\ 2+b=4\ \Rightarrow\ \underline{b=2}$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to\sqrt{2}^-} f(x) = \lim\limits_{x\to\sqrt{2}} (2-x^2) = 0 \\ \lim\limits_{x\to\sqrt{2}^+} f(x) = \lim\limits_{x\to\sqrt{2}} [x^2 L(x^2-a)] = f(\sqrt{2}) = 2L(2-a) \end{array}\right\} \Rightarrow L(2-a)^2 = 0\,;$$

$(2-a)^2 = 1 \Rightarrow 2-a = \pm 1 \;\Rightarrow\; a_1 = 1, a_2 = 3$. La única solución válida es $\underline{a = 1}$.

La función resulta $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+2} - 2 & si \quad x \le -\sqrt{2} \\ 2 - x^2 & si \quad -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ x^2\, L(x^2-1) & si \quad \sqrt{2} \le x \end{cases}$, que es derivable en R, excepto para los valores críticos $x = -\sqrt{2}$ y $x = \sqrt{2}$, cuya derivabilidad vamos a comprobar.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} & si \quad x \le -\sqrt{2} \\ -2\text{x} & si \quad -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}. \\ 2\text{x}\, L(x^2-1) + \frac{2x^3}{x^2-1} & si \quad \sqrt{2} \le x \end{cases}$$

$f'(-\sqrt{2})^- = \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. $\quad f'(-\sqrt{2})^+ = 2\sqrt{2}$. $\quad f'(-\sqrt{2})^- \ne f'(-\sqrt{2})^+$.

$f'(\sqrt{2})^- = -2\sqrt{2}$. $f'(\sqrt{2})^+ = 2\sqrt{2} \cdot L(2-1) + \frac{4\sqrt{2}}{2-1} = 6\sqrt{2}$. $f'(\sqrt{2})^- \ne f'(\sqrt{2})^+$.

$\underline{La\ función\ no\ es\ derivable\ para\ x = -\sqrt{2}\ ni\ para\ x = \sqrt{2}.}$

<u>No existen valores de los parámetros α y b para los que f(x) sea derivable en todo R</u>.

****

2º) a) Dibujar las gráficas aproximadas de $f(x) = x^2 + 2x + 1$ y $g(x) = 3x + 3$, señalando los puntos de corte.

b) Calcular el área encerrada entre las gráficas de las dos funciones del apartado a).

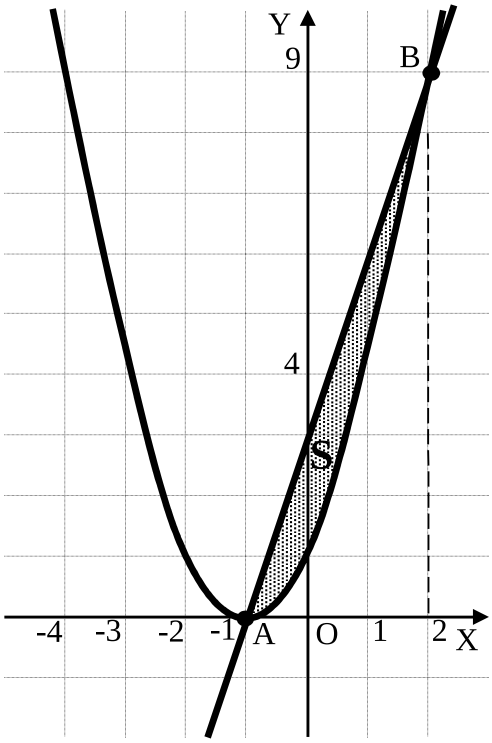
----

a)

Los puntos de corte de las funciones $f(x) = x^2 + 2x + 1$ y $g(x) = 3x + 3$ se obtienen de la igualación de sus expresiones:

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = x^2 + 2x + 1 \\ g(x) = 3x + 3 \end{array}\right\} \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 3\text{x} + 3 \text{ ; } x^2 - x - 2 = 0 \text{ ;}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \to A(-1, 0) \\ x_2 = 2 \to B(2, 9) \end{cases}.$$



La parábola $f(x) = x^2 + 2x + 1$ se puede expresarse de la forma $f(x) = (x + 1)^2$, donde se deduce que su vértice es el punto B obtenido en el corte de ambas funciones y que se observa en la gráfica de la situación que se expresa en la figura adjunta.

b)

Las ordenadas de la recta $g(x) = 3x + 3$ son mayores o iguales que las correspondientes ordenadas da la parábola $f(x) = x^2 + 2x + 1$ en el intervalo del área a calcular; de la observación de la figura se deduce el área a calcular, que es la siguiente:

$$S = \int_{-1}^{2} [(3x + 3) - (x^2 + 2x + 1)] dx = \int_{-1}^{2} (-x^2 + x + 2) \cdot dx =$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right]_{-1}^{2} = \left(-\frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} + 2 \cdot 2 \right) - \left[-\frac{(-1)^3}{3} + \frac{(-1)^2}{2} + 2 \cdot (-1) \right] =$$

$$= -\frac{8}{3} + 2 + 4 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2 = 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}.$$

$$\underline{S = \frac{9}{2}\, u^2 = 4{,}5\, u^2.}$$

****

3º) Sean las matrices $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Hallar dos números reales n y m para que se verifique que $(I + A)^2 = nI + mA$.

$$(I + A)^2 = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\right]^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$(I + A)^2 = nI + mA \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -5 & 9 \end{pmatrix} = n \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + m \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m & 0 \\ -m & 2m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n + m & 0 \\ -m & n + 2m \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} n + m = 4 \\ -m = -5 \\ n + 2m = 9 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{m = 5}, \ \underline{n = -1}.$$

****

4º) Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y+z-3=0 \\ 2x-y+z-2=0 \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x-1}{2}=y-1=\frac{z-1}{3}$, se pide:

a) Determinar su posición relativa.

b) Calcular el ángulo que forman ambas rectas.

----

a)

La expresión de s por unas ecuaciones implícitas es la siguiente:

$$s \equiv \begin{cases} x-1=2y-2 \\ 3y-3=z-1 \end{cases} \;;\; s \equiv \begin{cases} x-2y+1=0 \\ 3y-z-2=0 \end{cases}.$$

Las rectas r y s determinan el sistema $\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ 2x-y+z-2=0 \\ x-2y+1=0 \\ 3y-z-2=0 \end{cases}$.

Las matrices de coeficientes y ampliadas del sistema son las siguientes:

$$M=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } M'=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Según sean los rangos de M y M’ pueden presentarse los siguientes casos:

1. -- Rango 3 = Rango M’ = 4 ⇛ Se cruzan.

2. -- Rango M = 3, Rango M’ = 3 ⇛ Se cortan.

3. -- Rango M = 2, Rango M’ = 3 ⇛ Paralelas.

4. -- Rango M = 2, Rango M’ = 2 ⇛ Coincidentes.

Para determinar el rango de M tenemos en cuenta que la segunda fila es la suma de las filas primera y tercera.

$$Rango\ de M \Rightarrow \{F_1, F_2, F_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 1+6-3+2 \neq 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow\ Rang\ M = 3.$

$$Rang\ M' \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} F_1 \rightarrow F_1 + F_4 \\ F_2 \rightarrow F_2 + F_4 \end{Bmatrix}' \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 & 5 \\ 2 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 20 + 16 - 10 + 8 + 8 = 0 \Rightarrow Rang\ M' = 3.$$

<u>Las rectas r y s se cortan</u>.

$b)$

El ángulo que forman dos rectas es al menor ángulo que forman sus vectores directores.

Un vector director de $s \equiv \frac{x-1}{2} = y - 1 = \frac{z-1}{3}$ es $\overrightarrow{v_s} = (2,1,3)$.

Un vector director de la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ 2x - y + z - 2 = 0 \end{cases}$ es cualquier vector que sea linealmente del producto vectorial de los vectores normales de los planos que la determinan, que son $\overrightarrow{v_1} = (1,1,1)$ y $\overrightarrow{v_2} = (2,-1,1)$:

$$\overrightarrow{v_r} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = i + 2j - k - 2k + i - j = 2i + j - 3k = (2,1,-3).$$

Por el concepto de producto escalar:

$$\overrightarrow{v_r} \cdot \overrightarrow{v_s} = |\overrightarrow{v_r}| \cdot |\overrightarrow{v_s}| \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\overrightarrow{v_r} \cdot \overrightarrow{v_s}}{|\overrightarrow{v_r}| \cdot |\overrightarrow{v_s}|} =$$

$$= \frac{(2,1,-3) \cdot (2,1,3)}{\sqrt{2^2+1^2+(-3)^2} \cdot \sqrt{2^2+1^2+3^2}} = \frac{4+1-9}{\sqrt{4+1+9} \cdot \sqrt{4+1+9}} = \frac{-4}{14} = -0,2857 \Rightarrow \alpha = 106°\ 36'06''.$$

$$180° - 106°\ 36'06'' = 73°\ 23'54''.$$

<u>Las rectas r y s forman un ángulo de 73º 23’ 54’’</u>.

****

OPCIÓN B

1º) Calcular los siguientes límites:

$a)\ \lim_{x\to 1}\frac{2(x^2-x)}{xLx}.\qquad b)\ \lim_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x\right).\qquad c)\ \lim_{x\to 2}\left(\frac{x+2}{2x}\right)^{\frac{3}{x-2}}.$

$a)$

$$\lim_{x\to 1}\frac{2(x^2-x)}{xLx}=\frac{2\cdot(1-1)}{1\cdot L1}=\frac{2\cdot 0}{1\cdot 0}=\frac{0}{0}\Rightarrow Indeterminado\ \Rightarrow\{L'Hopital\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 1}\frac{2(2x-1)}{1Lx+x\cdot\frac{1}{x}}=\lim_{x\to 1}\frac{2(2x-1)}{Lx+1}=\frac{2\cdot(2-1)}{L1+1}=\frac{2\cdot 1}{0+1}=\frac{2}{1}=\underline{2}\,.$$

b)

$$\lim_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x\right)=\left(\sqrt{\infty+\infty}-\infty\right)=\infty-\infty\Rightarrow Indeterminado\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to +\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+x}-x\right)\cdot\left(\sqrt{x^2+x}+x\right)}{\left(\sqrt{x^2+x}+x\right)}=\lim_{x\to +\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+x}\right)-x^2}{\sqrt{x^2+x}+x}=\lim_{x\to +\infty}\frac{x^2+x-x^2}{\sqrt{x^2+x}+x}=\lim_{x\to +\infty}\frac{x}{\sqrt{x^2+x}+x}=$$

$$=\lim_{x\to +\infty}\frac{\frac{x}{x}}{\frac{\sqrt{x^2+x}+x}{x}}=\lim_{x\to +\infty}\frac{1}{\frac{\sqrt{x^2+x}}{x}+\frac{x}{x}}=\lim_{x\to +\infty}\frac{1}{\sqrt{\frac{x^2+x}{x^2}}+1}=\lim_{x\to +\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x}}+1}=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{\infty}}+1}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1+0}+1}=\underline{\frac{1}{2}}\,.$$

$c)$

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{x+2}{2x}\right)^{\frac{3}{x-2}}=\left(\frac{2+2}{4}\right)^{\frac{3}{2-2}}=1^{\frac{3}{0}}=1^{\infty}\Rightarrow Indet.\ nº\ e\ \Rightarrow\lim_{x\to 2}\left(\frac{2x+2-x}{2x}\right)^{\frac{3}{x-2}}=$$

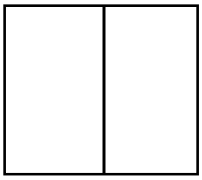
$$=\lim_{x\to 2}\left(1+\frac{2-x}{2x}\right)^{\frac{3}{x-2}}=\lim_{x\to 2}\left(1+\frac{1}{\frac{2x}{2-x}}\right)^{\frac{3}{x-2}}=\lim_{x\to 2}\left(1+\frac{1}{\frac{2x}{2-x}}\right)^{\frac{2x}{2-x}\cdot\frac{2-x}{2x}\cdot\frac{3}{x-2}}=$$

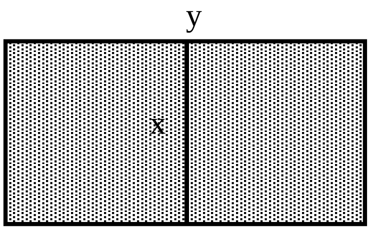
$$=\lim_{x\to 2}\left[\left(1+\frac{1}{\frac{2x}{2-x}}\right)^{\frac{2x}{2-x}}\right]^{\frac{2-x}{2x}\cdot\frac{-3}{2-x}}=\left[\lim_{x\to 2}\left(1+\frac{1}{\frac{2x}{2-x}}\right)^{\frac{2x}{2-x}}\right]^{\frac{-3}{2x}}=e^{\lim_{x\to 2}\frac{-3}{2x}}=e^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{e^{\frac{3}{2}}}=$$

$$=\frac{1}{e\sqrt{e}}=\underline{\frac{\sqrt{e}}{2e}}.$$

****

2º) Un granjero dispone de 200 metros de valla para delimitar dos corrales adyacentes rectangulares de igual tamaño según se muestra en la figura. ¿Qué dimensiones debe elegir para que el área encerrada en los corrales sea máxima?





De la observación de la figura se deduce que el perímetro de la valla es:

$P = 3x + 2y = 200 \rightarrow y = \frac{200-3x}{2}$.

El área vallada es: $S = x \cdot y \;\Rightarrow S(x) = x \cdot \frac{200-3x}{2} = \frac{1}{2} \cdot (200x - 3x^2)$.

Para que la el área sea máxima es necesario que se anule su primera derivada:

$S'(x) = \frac{1}{2} \cdot (200 - 6x) = 100 - 3x = 0 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; x = \frac{100}{3}$. $\;y = \frac{200-3x}{2} = \frac{200-100}{2} = \frac{100}{2} = 50$.

$S = x \cdot y = \frac{100}{3} \cdot 50 = \frac{5.000}{3} \cong 1.666{,}7$.

El área máxima que puede cercar el granjero con 200 m de valla son 1.666,7 m^2.

****

3º) Estudiar, para los distintos valores del parámetro α, el sistema $\begin{cases} ax - y + 3z = a \\ x - ay + z = -a \\ ax + y - 3z = a \end{cases}$.

Resolverlo cuando α = 1.

Las matrices de coeficientes y ampliadas del sistema son las siguientes:

$$M = \begin{pmatrix} a & -1 & 3 \\ 1 & -a & 1 \\ a & 1 & -3 \end{pmatrix} \text{ y } M' = \begin{pmatrix} a & -1 & 3 & a \\ 1 & -a & 1 & -a \\ a & 1 & -3 & a \end{pmatrix}.$$

El rango de M en función del parámetro α es el siguiente:

$$|M| = \begin{vmatrix} a & -1 & 3 \\ 1 & -a & 1 \\ a & 1 & -3 \end{vmatrix} = 3a^2 + 3 - a + 3a^2 - a - 3 = 6a^2 - 2a =$$

$$= 2a(3a - 1) = 0 \Rightarrow a_1 = 0;\ a_2 = \frac{1}{3}.$$

$$\underline{Para \begin{Bmatrix} a \neq 0 \\ a \neq \frac{1}{3} \end{Bmatrix} \Rightarrow Ran\ M = Ran\ M' = 3 = nº\ incóg. \Rightarrow S.C.D.}$$

Para α = 0 es $M' = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ M' = 2.$

$$\underline{Para\ a = 0 \Rightarrow Ran\ M = Ran\ M' = 2 < nº\ incóg. \Rightarrow S.C.I.}$$

$$Para\ a = \frac{1}{3}\ es\ M' = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -1 & 3 & \frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & -3 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & -1 & \frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{3} \end{vmatrix} =$$

$$= 27 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 27 \cdot\ (-1 + 9 + 3 + 1 + 3 + 9) \neq 0 \Rightarrow Rang\ M' = 3.$$

$$\underline{Para\ a = \frac{1}{3} \Rightarrow Ran\ M = 2;\ Ran\ M' = 3 \Rightarrow S.I.}$$

Para α = 1 el sistema es $\begin{cases} x - y + 3z = 1 \\ x - y + z = -1 \\ x + y - 3z = 1 \end{cases}$ que es compatible determinado; se resuelva por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{3-3-1+3-1+3}{3+3-1+3-1-3} = \frac{4}{4} = \underline{1}.$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{vmatrix}}{4} = \frac{3+3+1+3-1+3}{4} = \frac{12}{4} = \underline{3}.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{4} = \frac{-1+1+1+1+1+1}{4} = \frac{4}{4} = \underline{1}.$$

****

4º) Dados los planos $\pi_1 \equiv x + y + z = 3$ y $\pi_2 \equiv x + y - mz = 0$, se pide:

a) Calcular el valor del parámetro m para que ambos planos sean paralelos.

b) Calcular el valor de m para que ambos planos sean perpendiculares.

c) Para m = 2, obtener las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de ambos planos.

----

a)

Dos planos son paralelos (sin ser coincidentes) cuando sus correspondientes son proporcionales y no los son sus términos independientes:

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{-m} \neq \frac{3}{0} \;\Rightarrow\; \underline{m = -1}.$$

b)

Dos planos son perpendiculares cuando lo son sus vectores normales.

Los vectores normales de los planos $\pi_1 \equiv x + y + z = 3$ y $\pi_2 \equiv x + y - mz = 0$ son los planos $\overrightarrow{n_1} = (1,1,1)$ y $\overrightarrow{n_2} = (1,1,-m)$.

Dos vectores son perpendiculares cuando es cero su producto escalar:

$$\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2} = 0 \;\Rightarrow\; (1,1,1) \cdot (1,1,-m) = 1 + 1 - m = 0 \;\Rightarrow\; \underline{m = 2}.$$

c)

Para m = 2 los planos $\pi_1 \equiv x + y + z = 3$ y $\pi_2 \equiv x + y - mz = 0$ determinan en su intersección a la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$, cuya expresión dada por unas ecuaciones paramétricas es la siguiente:

$$r \equiv \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow y = \lambda \Rightarrow \left.\begin{matrix} x + z = 3 - \lambda \\ x - 2z = -\lambda \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} x + z = 3 - \lambda \\ -x + 2z = \lambda \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 3z = 3 \longrightarrow z = 1.$$

$$\underline{r \equiv \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 \end{cases}, \quad \forall \lambda \in R.}$$

****