PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE MURCIA

JUNIO – 2016

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas. No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

OPCIÓN A

1º) Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Compruebe que ambas matrices son regulares (o invertibles) y calcule sus correspondientes matrices inversas.

b) Determine la matriz X que cumple la ecuación $A \cdot X \cdot B = A + B$.

----

a)

Una matriz es regular o invertible cuando su determinante es distinto de cero.

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 4 + 2 = 6 \neq 0 \;\Rightarrow\; \underline{A\ es\ invertible,\ c.q.c.}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = 4 - 6 = -2 \neq 0 \;\Rightarrow\; \underline{B\ es\ invertible,\ c.q.c.}$$

$$A^t = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}. \quad Adj.de\ A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; \underline{A^{-1} = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}}.$$

$$B^t = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.\ Adj.de\ B^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; \underline{B^{-1} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}.$$

b)

$A \cdot X \cdot B = A + B.$

Multiplicando por la izquierda por la inversa de A y por la derecha por la inversa de B los dos términos:

$$A^{-1}\cdot A\cdot X\cdot B\cdot B^{-1}=A^{-1}\cdot(A+B)\cdot B^{-1};\ \ I\cdot X\cdot I=A^{-1}\cdot(A+B)\cdot B^{-1}.$$

$$\underline{X=A^{-1}\cdot(A+B)\cdot B^{-1}}.$$

$$X=\tfrac{1}{6}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 4\end{pmatrix}\cdot\left[\begin{pmatrix}4 & -2\\ 1 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4 & -2\\ -3 & 1\end{pmatrix}\right]\cdot(-1)\tfrac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}=$$

$$=-\tfrac{1}{12}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}8 & -4\\ -2 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}=-\tfrac{1}{12}\cdot\begin{pmatrix}4 & 0\\ -16 & 12\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}=$$

$$=-\tfrac{1}{12}\cdot\begin{pmatrix}4 & 8\\ 20 & 16\end{pmatrix}.$$

$$\underline{X=-\tfrac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ 5 & 4\end{pmatrix}}.$$

****

2º) Considere los puntos $P(2,7,3)$, $Q(1,2,5)$ y $R(-1,-2,5)$.

a) Calcule el área del triángulo PQR.

b) Determine la ecuación general (o implícita) del plano que contiene al triángulo PQR.

c) Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) de la recta que pasa por P, está contenida en el plano que contiene al triángulo PQR y es perpendicular al lado QR.

----

a)

Los puntos P, Q y R determinan los siguientes vectores:

$$\overrightarrow{PQ} = [Q - P] = [(1,2,5) - (2,7,3)] = (-1,-5,2).$$

$$\overrightarrow{PR} = [R - P] = [(-1,-2,5) - (2,7,3)] = (-3,-9,2).$$

El área del triángulo que determinan tres puntos no alineados es la mitad del módulo del producto vectorial de los dos vectores que determinan los puntos:

$$S_{PQR} = \frac{1}{2} \cdot \left|\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR}\right| = \frac{1}{2} \cdot \left\| \begin{matrix} i & j & k \\ -1 & -5 & 2 \\ -3 & -9 & 2 \end{matrix} \right\| =$$

$$= |-10i - 6j + 9k - 15k + 18i + 2j| = |8i - 4j - 6k| = 2 \cdot |4i - 2j - 3k| =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-3)^2} = 2 \cdot \sqrt{16 + 4 + 9} \Rightarrow \underline{S_{PQR} = 2 \cdot \sqrt{29}\, u^2}.$$

b)

$$\pi\left(P;\ \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}\right) \equiv \begin{vmatrix} x-2 & y-7 & z-3 \\ -1 & -5 & 2 \\ -3 & -9 & 2 \end{vmatrix} = 0;$$

$$-10(x-2) - 6(y-7) + 9(z-3) - 15(z-3) + 18(x-2) + 2(y-7) = 0;$$

$$8(x-2) - 4(y-7) - 6(z-3) = 0;\ \ 4(x-2) - 2(y-7) - 3(z-3) = 0;$$

$$4x - 8 - 2y + 14 - 3z + 9 = 0.$$

$$\underline{\pi \equiv 4x - 2y - 3z + 15 = 0}.$$

c)

Los puntos R y Q determinan el vector:

$$\overrightarrow{RQ} = [Q - R] = [(1,2,5) - (-1,-2,5)] = (2,4,0).$$

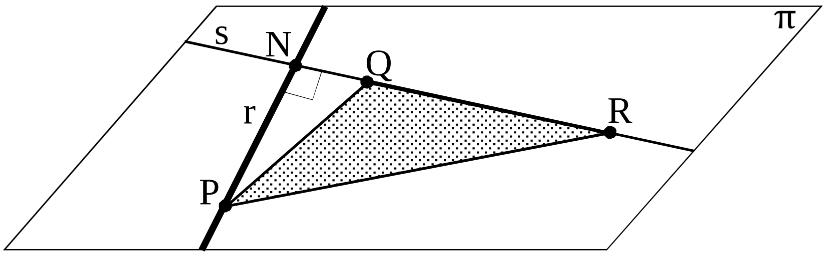
La recta s que pasa por los puntos R y Q tiene la siguiente expresión dada por unas ecuaciones paramétricas: $s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \\ z = 5 \end{cases}$.

El haz de planos β que contiene a la recta s que pasa por los puntos Q y R tiene la siguiente expresión general: $\beta \equiv x - 2y + D = 0$.

De los infinitos planos del haz β, el plano γ que contiene al punto $P(2, 7, 3)$ es el que satisface su ecuación:

$$\left.\begin{array}{l} \beta \equiv x - 2y + D = 0 \\ P(2, 7, 3) \end{array}\right\} \Rightarrow 2 - 2 \cdot 7 + D = 0;\ 2 - 14 + D = 0;\ -12 + D = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = 14 \ \Rightarrow \ \boldsymbol{\gamma \equiv x - 2y + 14 = 0}.$$



El punto N es la intersección de la recta s con el plano γ:

$$\left.\begin{array}{r} \gamma \equiv x - 2y + 14 = 0 \\ s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \\ z = 5 \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow (1 + \lambda) - 2(2 + 2\lambda) + 14 = 0;$$

$$1 + \lambda - 4 - 4\lambda + 14 = 0;\ \ 9 - 3\lambda = 0;\ \ 3 - \lambda = 0 \Rightarrow \boldsymbol{\lambda = 3}.$$

$$N \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} x = 1 + 3 \\ y = 2 + 2 \cdot 3 \\ z = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow N(4, 8, 5).$$

La recta r pedida es la que pasa por los puntos $P(2, 7, 3)$ y $N(4, 8, 5)$:

$$\overrightarrow{PN} = [N - P] = [(4, 8, 5) - (2, 7, 3)] = (2, 1, 2).$$

$$\underline{r \equiv \begin{cases} x = 2 + 2\lambda \\ y = 7 + \lambda \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases}.}$$

****

3º) Calcule los siguientes límites: $a)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{4x}$. $b)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{sen\ (1-sen\ x)}{cos^2 x}$.

$a)$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{4x}=\frac{\sqrt{4+0}-\sqrt{4-0}}{4\cdot 0}=\frac{\sqrt{4}-\sqrt{4}}{0}=\frac{0}{0}\Rightarrow Ind.\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}\right)\left(\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x}\right)}{4x\cdot\left(\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x}\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{4+x}\right)^2-\left(\sqrt{4-x}\right)^2}{4x\cdot\left(\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x}\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{4+x-(4-x)}{4x\cdot\left(\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x}\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{4+x-4+x}{4x\cdot\left(\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x}\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{2x}{4x\cdot\left(\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x}\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{2\cdot\left(\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x}\right)}=\frac{1}{2\cdot\left(\sqrt{4+0}+\sqrt{4-0}\right)}=$$

$$=\frac{1}{2\cdot(2+2)}=\frac{1}{8}.$$

$$\underline{\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{4x}=\frac{1}{8}.}$$

$b)$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{sen\ (1-sen\ x)}{cos^2 x}=\frac{sen\left(1-sen\ \frac{\pi}{2}\right)}{cos^2\frac{\pi}{2}}=\frac{sen\ (1-1)}{0^2}=\frac{sen\ 0}{0}=\frac{0}{0}\Rightarrow Ind.\Rightarrow\{L'Hopital\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{-\cos x\cdot cos\ (1-sen\ x)}{-2\cdot sen\ x\cdot\cos x}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{cos\ (1-sen\ x)}{2\cdot sen\ x}=\frac{cos\left(1-sen\ \frac{\pi}{2}\right)}{2\cdot sen\ \frac{\pi}{2}}=\frac{cos\ (1-1)}{2\cdot 1}=\frac{\cos 0}{2}=\frac{1}{2}.$$

$$\underline{\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{sen\ (1-sen\ x)}{cos^2 x}=\frac{1}{2}.}$$

****

4º) a) Calcule la siguiente integral indefinida $I = \int \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} \cdot dx$.

b) Determine el área del recinto limitado por el eje OX, las rectas verticales $x = 0$ y $x = 2$, y la gráfica de la función $f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$.

----

a)

$$I = \int \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} x^2+x+1 = t \\ (2x+1) \cdot dx = dt \end{matrix} \right\} \Rightarrow \int \frac{1}{t^2} \cdot dt = \int t^{-2} \cdot dt =$$

$$= \frac{t^{-1}}{-1} + C = -\frac{1}{t} + C.$$

$$\underline{I = \int \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} \cdot dx = -\frac{1}{x^2+x+1} + C.}$$

b)

En el intervalo $(0, 2)$ todas las ordenadas de la función $f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$ son positivas, por lo cual, la superficie pedida es la siguiente:

$$S = \int_0^2 f(x)\, dx = \int_0^2 \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} dx \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} x^2+x+1 = t \\ (2x+1) \cdot dx = dt \end{matrix} \middle| \begin{matrix} x = 2 \to t = 7 \\ x = 0 \to t = 1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_1^7 \frac{1}{t^2} \cdot dt = \left[-\frac{1}{t}\right]_1^7 = \left[\frac{1}{t}\right]_7^1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{7} = \frac{7-1}{7} = \frac{6}{7}.$$

$$\underline{S = \frac{6}{7}\ u^2.}$$

****

OPCIÓN B

1º) Considere el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x+3y+z=5 \\ ax+2z=0 \\ ay-z=a \end{cases}$ en función del parámetro a:

a) Determine para qué valores del parámetro a el sistema tiene solución única. Calcule dicha solución para $a=1$.

b) Determine para qué valor del parámetro a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.

c) Determine para qué valor del parámetro a el sistema no tiene solución.

----

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ a & 0 & 2 \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix} \text{ y } A'=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 \\ a & 0 & 2 & 0 \\ 0 & a & -1 & a \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función del parámetro a es el siguiente:

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ a & 0 & 2 \\ 0 & a & -1 \end{vmatrix}=a^2-2a+3a=0;\ \ a^2+a=0;\ \ a(a+1)=0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boldsymbol{a_1=0, a_2=-1}$. Según el teorema de Rouché-Fröbenius:

$$Para \begin{Bmatrix} a \neq 0 \\ a \neq -1 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rang\ A = Rang\ A' = 3 = nº\ incóg. \Rightarrow S.C.D.$$

$$\underline{El\ sistema\ tiene\ solución\ única\ \forall a \in R-\{0,-1\}}.$$

Para $a=1$ el sistema resulta $\begin{cases} x+3y+z=5 \\ x+2z=0 \\ y-z=1 \end{cases}$, que es compatible determinado.

Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{1^2+1}=\frac{2\cdot\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{2}=5-3=2. \qquad y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{2}=\frac{1-2+5}{2}=\frac{4}{2}=2.$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{2}=\frac{-\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{2}=\frac{-(3-5)}{2}=\frac{2}{2}=1.$$

$$\underline{Para\ a=1\ la\ solución\ del\ sistema\ es: x=2, y=2, z=1.}$$

$b)$

$$Para\ a=0\ es\ A'=\begin{pmatrix}1 & 3 & 1 & 5\\ 0 & 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\end{pmatrix} \Rightarrow \{F_2=-2F_3\} \Rightarrow \boldsymbol{Rang\ A'=2}.$$

$$Para\ a=0 \Rightarrow Rang\ A=Rang\ A'=2<nº\ incóg. \Rightarrow S.C.I.$$

$$\underline{El\ sistema\ tiene\ infinitas\ soluciones\ para\ a=0.}$$

Para $a=0$ el sistema es $\begin{cases}x+3y+z=5\\ 2z=0\\ z=0\end{cases}$, equivalente a $\begin{cases}x+3y+z=5\\ z=0\end{cases}$, que es compatible indeterminado, cuyas soluciones son, haciendo $y=\lambda$:

$$\underline{Para\ a=0\ las\ soluciones\ del\ sistema\ son: x=5-3\lambda, y=\lambda, z=0, \forall\lambda\in R.}$$

$c)$

$$Para\ a=-1\ es\ A'=\begin{pmatrix}1 & 3 & 1 & 5\\ -1 & 0 & 2 & 0\\ 0 & -1 & -1 & -1\end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ A' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & -1\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}3 & 5\\ -1 & -1\end{vmatrix} = -3+5=2\neq 0 \Rightarrow \boldsymbol{Rang\ A'=3}.$$

$$Para\ a=-1 \Rightarrow Rang\ A=2, Rang\ A'=3 \Rightarrow Sistema\ incompatible.$$

$$\underline{El\ sistema\ no\ tiene\ solución\ para\ a=0.}$$

****

2º) Considere los puntos $P(1,0,0)$, $Q(0,2,0)$ y $R(0,0,1)$.

$a)$ Estudie si el triángulo PQR es o no rectángulo en el vértice P.

$b)$ Dado el punto $S(1,2,3)$, calcule el volumen del tetraedro de vértices P, Q, R y S.

$a)$

Los puntos P, Q y R determinan los siguientes vectores:

$\overrightarrow{PQ} = [Q - P] = [(0,2,0) - (1,0,0)] = (-1,2,0).$

$\overrightarrow{PR} = [R - P] = [(0,0,1) - (1,0,0)] = (-1,0,1).$

El triángulo de vértices PQR es rectángulo en P cuando los vectores $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{PR}$ sean perpendiculares, es decir, que su producto escalar sea cero:

$\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR} = (-1,2,0) \cdot (-1,0,1) = 1 + 0 + 0 = 1 \neq 0.$

$$\underline{El\ triángulo\ PQR\ no\ es\ rectángulo\ en\ P.}$$

$b)$

$\overrightarrow{PS} = [S - P] = [(1,2,3) - (1,0,0)] = (0,2,3).$

El volumen de un tetraedro es un sexto del producto mixto de los tres vectores que lo determinan:

$$V_{OABC} = \frac{1}{6} \cdot \left|\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}, \overrightarrow{PS}\right| = \frac{1}{6} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \frac{1}{6} \cdot (2+6) = \frac{8}{6}.$$

$$\underline{V_{OABC} = \frac{4}{3}\ u^2.}$$

****

3º) El número de personas, medido en miles, afectadas por una enfermedad infecciosa viene dado por la función $f(x) = \frac{90x}{x^2+2x+9}$, donde x es el tiempo transcurrido, medido en días, desde que se inició el contagio.

$a)$ ¿Cuál es el número de personas enfermas el cuarto día?

$b)$ ¿Qué día se alcanza el máximo número de personas enfermas? ¿Cuál es ese número máximo?

$c)$ ¿Puede afirmarse que la enfermedad se irá erradicando con el paso del tiempo? Razone la respuesta. (Indicación: calcule el límite de $f(x)$ cuando $x \to +\infty$ y observe qué ocurre.)

$a)$

$$f(4) = \frac{90\cdot 4}{4^2+2\cdot 4+9} = \frac{360}{16+8+9} = \frac{360}{33} = \frac{120}{11} = 10'909090\cdots$$

$$\underline{El\ número\ de\ personas\ enfermas\ el\ cuarto\ día\ fue\ de\ 10.909.}$$

$b)$

$$f'(x) = \frac{90\cdot(x^2+2x+9)-90x\cdot(2x+2)}{(x^2+2x+9)^2} = 90\cdot\frac{x^2+2x+9-2x^2-2x}{(x^2+2x+9)^2} = 90\cdot\frac{9-x^2}{(x^2+2x+9)^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 90\cdot\frac{9-x^2}{(x^2+2x+9)^2} = 0 \Rightarrow 9-x^2 = 0 \Rightarrow \boldsymbol{x_1 = 3}, x_2 = -3.$$

La solución $x = -3$ carece de sentido lógico.

$$f''(x) = 90\cdot\frac{-2x\cdot(x^2+2x+9)^2-(9-x^2)\cdot[2\cdot(x^2+2x+9)\cdot(2x+2)]}{(x^2+2x+9)^4} =$$

$$= 90\cdot\frac{-2x\cdot(x^2+2x+9)-4(9-x^2)(x+1)}{(x^2+2x+9)^4} = -180\cdot\frac{x\cdot(x^2+2x+9)+2(9x+9-x^3-x^2)}{(x^2+2x+9)^3} =$$

$$= -180\cdot\frac{x^3+2x^2+9x+18x+18-2x^3-2x^2}{(x^2+2x+9)^3} = \boldsymbol{-180\cdot\frac{-x^3+27x+18}{(x^2+2x+9)^3}}.$$

$$f''(3) = -180\cdot\frac{-3^3+27\cdot 3+18}{(3^2+2\cdot 3+9)^3} < 0 \Rightarrow \text{Máximo, como cabía esperar.}$$

$$\underline{El\ máximo\ número\ de\ personas\ enfermas\ se\ produce\ el\ tercer\ día.}$$

$$f(3) = \frac{90\cdot 3}{3^2+2\cdot 3+9} = \frac{360}{9+6+9} = \frac{360}{24} = \frac{90}{6} = 15.$$

$$\underline{El\ máximo\ número\ de\ personas\ enfermas\ fue\ de\ 15.000.}$$

$c)$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{90x}{x^2+2x+9} = 0.$$

$$\underline{Con\ el\ paso\ del\ tiempo\ se\ erradica\ la\ enfermedad.}$$

****

4º) a) Calcule la siguiente integral indefinida: $I = \int x^2 \cdot e^x \cdot dx$.

b) Obtenga una primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = x^2 \cdot e^x$ que cumpla la condición $F(0) = 1$.

----

a)

$$I = \int x^2 \cdot e^x \cdot dx \Rightarrow \begin{Bmatrix} u = x^2 \to du = 2x \cdot dx \\ e^x \cdot dx = dv \to v = e^x \end{Bmatrix} \Rightarrow x^2 \cdot e^x - \int e^x \cdot 2x \cdot \; dx =$$

$$= x^2 \cdot e^x - 2 \cdot \int x \cdot e^x \cdot dx = x^2 \cdot e^x - 2 \cdot A. \qquad (*)$$

$$A = \int x \cdot e^x \cdot dx \Rightarrow \begin{Bmatrix} u = x \to du = dx \\ e^x \cdot dx = dv \to v = e^x \end{Bmatrix} \Rightarrow x \cdot e^x - \int e^x \cdot dx =$$

$$= x \cdot e^x - e^x + C = e^x(x-1) + C.$$

Sustituyendo en (*) el valor de A:

$$I = x^2 \cdot e^x - 2 \cdot e^x(x-1) + C = e^x(x^2 - 2x + 2) + C.$$

$$\underline{I = \int x^2 \cdot e^x \cdot dx = e^x(x^2 - 2x + 2) + C}.$$

b)

$$F(x) = \int f(x) \cdot dx = \int x^2 \cdot e^x \cdot dx = e^x(x^2 - 2x + 2) + C.$$

$$F(0) = 1 \Rightarrow e^0(0 - 0 + 2) + C = 1; \;\; 2 + C = 1 \Rightarrow C = -1.$$

$$\underline{F(x) = e^x(x^2 - 2x + 2) - 1}.$$

****