PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE MURCIA

SEPTIEMBRE – 2006

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Observaciones importantes: El alumno deberá responder a una sola de las dos cuestiones de cada uno de los bloques. Por ejemplo, la cuestión 1. A o la cuestión 1. B. La puntuación de las dos cuestiones de cada bloque es la misma y se indica en la cabecera del bloque.

BLOQUE 1

Cuestión 1. A a) Definición de rango de una matriz.

b) Calcule el rango de la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & k & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ en función de los valores del parámetro k.

c) ¿Podemos formar una base de R^3 usando los vectores formados con las columnas de la matriz A? ¿con cuáles?

----

a)

Todas las matrices, mediante transformaciones elementales, se pueden transformar en matrices escalonadas.

Una matriz escalonada es aquella en la cual, si tiene filas nulas están situadas en la parte inferior de la matriz y, en las filas no nulas, el primer elemento distinto de cero de una fila está situado más a la derecha que el primer elemento diferente de cero de la fila superior.

El rango de una matriz escalonada es el número de filas no nulas.

El rango de una matriz A es el rango de una matriz escalonada equivalente a A.

También puede definirse el rango de una matriz por su determinante, para lo cual es necesario definir menor de orden k de una matriz que es el determinante de cualquier submatriz cuadrada de orden k que se puede formar con los elementos de la matriz.

El rango de una matriz A es el orden del mayor menor que puede formarse que sea distinto de cero.

b)

Teniendo en cuenta que $C_4 = C_1 + C_3$, el rango de la matriz A es el mismo que tenga el menor formados por tres columnas cualesquiera con la condición de que una de ellas sea la segunda; por ejemplo:

$$Rango\ A \Rightarrow \{C_1,\ C_2,\ C_3\} = \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 2 + k + 1 - 2k = 3 - k = 0\ \ ;;\ \ \underline{k = 3}$$

$$\underline{\underline{Para\ \ k = 3 \Rightarrow Rango\ \ A = 2}}\ \ ;;\ \ \underline{\underline{Para\ \ k \neq 3 \Rightarrow Rango\ \ A = 3}}$$

c)

Para poder formar una base en R^3 tiene que tomarse tres vectores que sean linealmente independientes, o sea, que su rango sea tres.

Según lo expuesto en el apartado anterior, se puede formar una base de R^3 usando tres cualesquiera de las columnas con tal de que una de ellas sea la segunda.

Una base de R^3 la forman, por ejemplo los vectores determinados por las tres primeras columnas: $\overrightarrow{v_1} = (1,\ 2,\ -1)$, $\overrightarrow{v_2} = (k,\ 0,\ 1)$, $\overrightarrow{v_3} = (1,\ -1,\ 1)$, con tal de ser $k \neq 3$.

****

Cuestión 1. B a) Definición de inversa de una matriz cuadrada.

b) Calcule la inversa de la matriz $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

----

a)

La matriz inversa de la matriz cuadrada M, de orden n, si existe, es otra matriz que denominamos M^{-1}, tal que $M \cdot M^{-1} = M^{-1} \cdot M = I$, siendo I la matriz unitaria de orden n.

La condición necesaria y suficiente para que una matriz cuadrada M tenga inversa (sea inversible) es que su determinante sea distinto de cero.

Existen diversos procedimientos para determinar la matriz inversa de una matriz dada, siendo los más usuales el método de Gaus-Jordan y por determinantes, que se ponen de manifiesto en la resolución del apartado siguiente.

b)

Cálculo de la inversa por el método de Gaus-Jordan:

$$(P/I)=\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} F_2 \leftrightarrow F_2 - F_1 \\ F_3 \leftrightarrow F_2 + F_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{F_2 \rightarrow -\tfrac{1}{2}F_2\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} F_1 \rightarrow F_1 - 2F_2 \\ F_3 \rightarrow F_3 - F_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 1 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{F_3 \rightarrow -2F_3\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -3 & -2 \end{array}\right) \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} F_1 \rightarrow F_1 - F_3 \\ F_2 \rightarrow F_2 - \frac{1}{2}F_3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -3 & -2 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P^{-1}=\begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{pmatrix}}}$$

Cálculo de la inversa por determinantes:

$$P=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \;;;\; |P|=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=2-2-1+2=1=\underline{|P|} \;;;\; P^T=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$Adj\ \left(P^{T}\right)=\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix}=\underline{\underline{\begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{pmatrix}=P^{-1}}}$$

****

BLOQUE 2

Cuestión 2. A Calcule la distancia del punto P(1, -1, 3) a la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 1 + 2\lambda \end{cases}$.

La distancia de un punto P a una recta r viene dada por la siguiente fórmula: $d(P,\ r) = \dfrac{\left|\overrightarrow{QP} \wedge \overrightarrow{v}\right|}{\left|\overrightarrow{v}\right|}$, siendo Q un punto de la recta r y $\overrightarrow{v}$ un vector director de la recta r.

Un punto de la recta r es Q(1, 1, 1) y un vector director $\overrightarrow{v} = (1,\ -1,\ 2)$.

$$\overrightarrow{QP} = P - Q = (1,\ -1,\ 3) - (1,\ 1,\ 1) = \underline{(0,\ -2,\ 2) = \overrightarrow{QP}}$$

$$d(P,\ r) = \frac{\left|\overrightarrow{QP} \wedge \overrightarrow{v}\right|}{\left|\overrightarrow{v}\right|} = \frac{\left\| \begin{matrix} i & j & k \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{matrix} \right\|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{\left|-4i + 2j + 2k + 2i\right|}{\sqrt{1+1+4}} = \frac{\left|-2i + 2j + 2k\right|}{\sqrt{6}} = \frac{2\left|-i + j + k\right|}{\sqrt{6}} =$$

$$= \frac{2\sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 1^2}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{1+1+1}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{3 \cdot 6}}{6} = \frac{\sqrt{18}}{3} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \underline{\underline{\sqrt{2}\ u = d(P,\ r)}}$$

****

Cuestión 2. B a) Demuestre que las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} x = 2-\lambda \\ y = 3+\lambda \\ z = 1+2\lambda \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x = 1+\lambda \\ y = 6+\lambda \\ z = 6+\lambda \end{cases}$ se cortan en un punto. ¿Cuál es ese punto?

b) Calcule la ecuación general del plano determinado por ambas rectas.

----

a)

Los vectores directores de las rectas son $\overrightarrow{v_1} = (-1,\ 1,\ 2)$ y $\overrightarrow{v_2} = (1,\ 1,\ 1)$, que como se observa son linealmente independientes, lo que significa que las rectas se cortan o se cruzan. Para diferenciar el caso determinamos un vector $\overrightarrow{w}$ que tenga el origen en un punto de una de las rectas y el extremo en un punto de la otra recta.

Un punto de cada una de las rectas son $P_1(2,\ 3,\ 1)$ y $P_2(1,\ 6,\ 6)$, que determinan el vector $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{P_1P_2} = P_2 - P_1 = (1,\ 6,\ 6) - (2,\ 3,\ 1) = \underline{(-1,\ 3,\ 5) = \overrightarrow{w}}$.

Demostrar que las rectas se cortan es equivalente a demostrar que el conjunto de vectores $\{\overrightarrow{v_1},\ \overrightarrow{v_2}\ \ y\ \ \overrightarrow{P_1P_2}\}$ tienen rango dos, es decir: que son coplanarios. Teniendo en cuenta que tres vectores son coplanarios cuando su rango es menor que tres, o sea: que el valor del determinante que forman sea cero:

$$Rango\ \{\overrightarrow{v_1},\ \overrightarrow{v_2},\ \overrightarrow{P_1P_2}\} \Rightarrow \begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = -5+6-1+2+3-5 = 0 \ \Rightarrow\ \underline{Rango\ \{\overrightarrow{v_1},\ \overrightarrow{v_2},\ \overrightarrow{P_1P_2}\} = 2}$$

$$\underline{\underline{Lo\ \ anterior\ \ demuestra\ \ que\ \ las\ \ rectas\ \ r_1\ \ y\ \ r_2\ \ se\ \ cortan.}}$$

Existen diversas formas de hallar el punto P de corte; una de ellas consiste en expresar las rectas por unas ecuaciones implícitas y resolver el sistema de cuatro ecuaciones con tres incógnitas que forman:

$$r_1 \equiv \begin{cases} x = 2-\lambda \\ y = 3+\lambda \\ z = 1+2\lambda \end{cases} \Rightarrow \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{2}\ ;;\ \begin{cases} x-2 = -y+3 \\ 2y-6 = z-1 \end{cases}\ ;;\ \underline{r_1 \equiv \begin{cases} x+y = 5 \\ 2y-z = 5 \end{cases}}$$

$$r_2 \equiv \begin{cases} x = 1+\lambda \\ y = 6+\lambda \\ z = 6+\lambda \end{cases} \Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-6}{1}\ ;;\ \begin{cases} x-1 = y-6 \\ y-6 = z-6 \end{cases}\ ;;\ \underline{r_2 \equiv \begin{cases} x-y = -5 \\ y-z = 0 \end{cases}}$$

$$\left.\begin{array}{l} x+y=5 \\ 2y-z=5 \\ x-y=-5 \\ y-z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=5 \\ x-y=-5 \end{array}\right\} \Rightarrow 2x=0\ ;;\ \underline{x=0}\ ;;\ \underline{y=5}\ ;;\ \underline{z=5}\ \Rightarrow\ \underline{\underline{P(0,\ 5,\ 5)}}$$

b)

La ecuación del plano π determinado por ambas rectas puede hallarse por los vectores directores de las rectas, $\overrightarrow{v_1} = (-1,\ 1,\ 2)$ y $\overrightarrow{v_2} = (1,\ 1,\ 1)$ y un punto de una de las rectas, por ejemplo $P_1(2,\ 3,\ 1)$.

$$\pi\left(P_1;\ \overrightarrow{v_1},\ \overrightarrow{v_2}\right) \equiv \begin{vmatrix} x-2 & y-3 & z-1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \ \ ;;$$

$$(x-2)-(z-1)+2(y-3)-(z-1)-2(x-2)+(y-3)=0 \ \ ;; \ \ -(x-2)+3(y-3)-2(z-1)=0 \ \ ;;$$

$$-x+2+3y-9-2z+2=0 \ \ ;; \ \ \underline{\underline{\pi \equiv x-3y+2z+5=0}}$$

****

BLOQUE 3

Cuestión 3. A a) Definición de función continúa en un punto.

b) Estudie la continuidad de la función $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}$ y clasificarla según los diferentes tipos de discontinuidad.

c) Estudie si tiene asíntotas horizontales o verticales.

----

a)

Las condiciones que tienen que cumplirse para que una función f(x) sea continua en un punto x = a son:

1ª.- Que la función esté definida para x = a, es decir, que exista f(a).

2ª.- Que existan los límites laterales de la función para x = a y que sean iguales.

3ª.- Que el valor de la función sea igual que su límite en ese punto.

Una función es continua en un intervalo si lo es en todos los puntos de ese intervalo, (si el intervalo cerrado [a, b], además de ser continua en todos los puntos interiores del intervalo, tiene que ser continua a la derecha de a y a la izquierda de b).

Existen tres tipos de discontinuidades:

1.- Discontinuidad evitable: Se dice que una función f tiene una discontinuidad evitable en un punto x = a cuando existen los límites laterales en dicho punto y son iguales, pero no coinciden con el valor de la función en ese punto o bien, la función no está definida para ese punto.

2.- Discontinuidad de salto (o de primera especie): Se dice que una función f tiene una discontinuidad de salto en un punto x = a cuando existen los límites laterales en dicho punto pero son distintos. Se llama salto a la diferencia entre los límites laterales; si ambos límites son finitos se dice que la discontinuidad es de salto finito y, si alguno de los límites laterales es infinito, el salto es, en este caso, de tipo infinito.

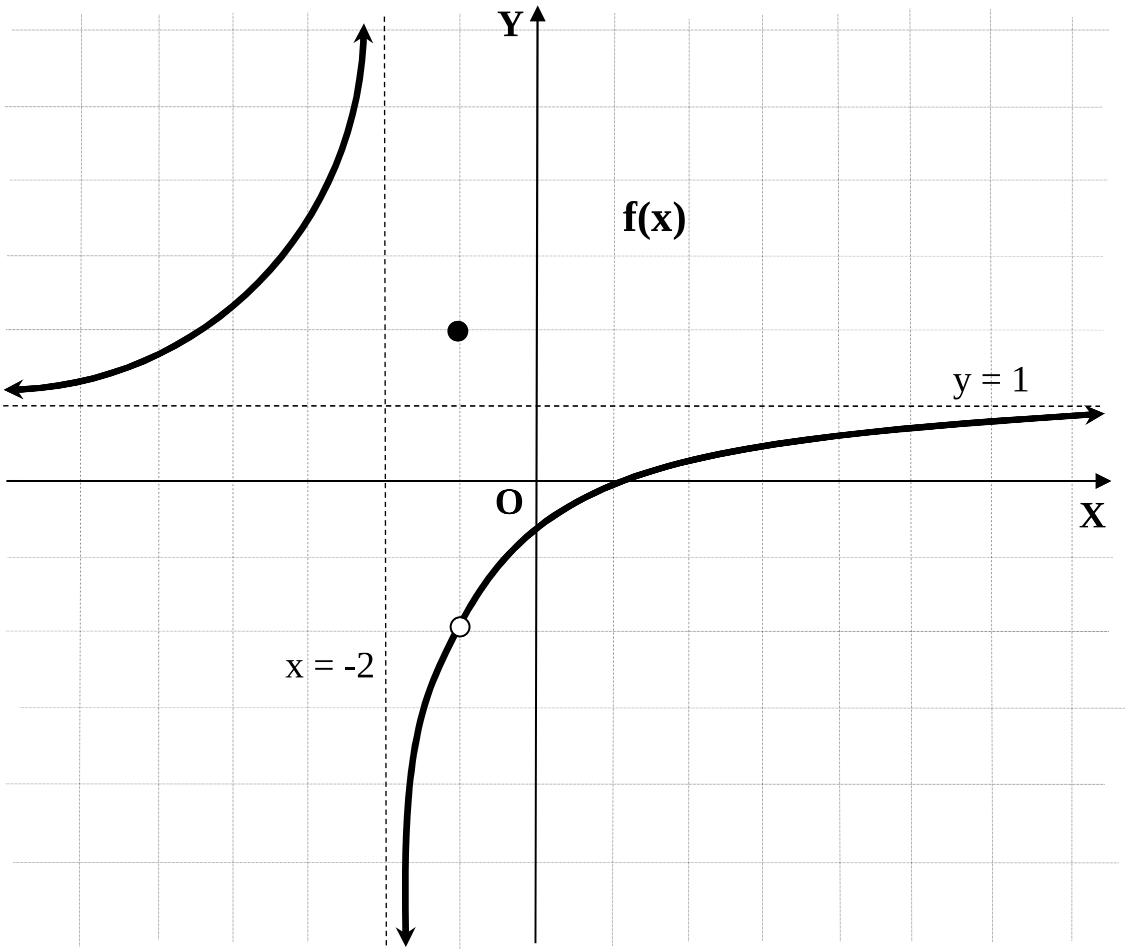
3.- Discontinuidad esencial (o de segunda especie): Se dice que una función f tiene una discontinuidad esencial en un punto x = a cuando no existe alguno de los límites laterales en dicho punto.

b)

Teniendo en cuenta que $x^2-1=(x+1)(x-1)$ $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$, la función dada puede expresarse de la forma $f(x)=\dfrac{(x+1)(x-1)}{(x+1)(x+2)}$, que como se aprecia fácilmente tiene una discontinuidad evitable para x = -1, y una discontinuidad inevitable de salto infinito para x = -2, que se deducen de los límites laterales de la función para los valores x = -1 y x = -2.

La función $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}$ puede redefinirse de la forma siguiente:

$f(x)=\begin{cases} \dfrac{(x+1)(x-1)}{(x+1)(x+2)} & si \ \ x\neq -1 \\ \dfrac{x-1}{x+2} & si \ \ x=-1 \end{cases}$ o también: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{x+2} & si \ \ x\neq -1 \\ -2 & si \ \ x=-1 \end{cases}$, cuya gráfica se refleja en la siguiente figura.



c)

Las asíntotas horizontales son los valores finitos que toma la función cuando x tiende a más infinito o a menos infinito: $\underset{x\to\pm\infty}{lím} f(x)=\underset{x\to\pm\infty}{lím}\dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}=1$.

La recta y = 1 es una asíntota horizontal de la función.

Las asíntotas verticales son los valores reales que anulan el denominador de la función: $(x+2)=0$.

La recta x = -2 es una asíntota vertical de la función.

****

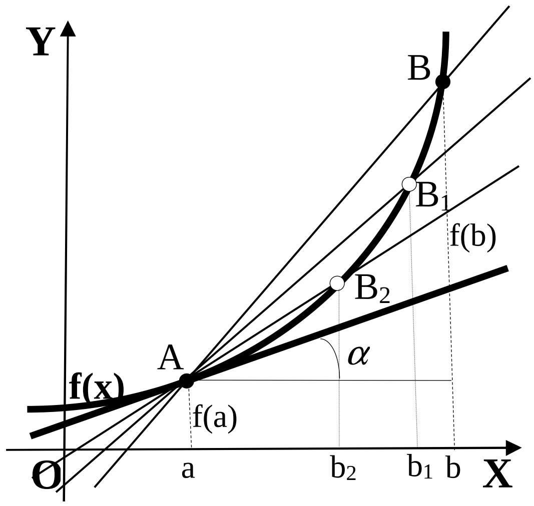
Cuestión 3. B a) Interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto.

b) Calcule la recta tangente a la curva $f(x)=L\left(x^2\right)$ en el punto x = 2.

c) Calcule el punto de corte de dicha recta con el eje Y.

----

a)



Consideremos la función f de la figura, continua en el punto A, de abscisa a. Se denomina tasa de variación media de un intervalo cerrado [a, b] a la expresión:

$$TVM\,[a,b]=\frac{f(b)-f(a)}{b-a} \qquad (1)$$

La TVM[a, b] es la tangente o pendiente de la secante de la función f que pasa por los punto A y B.

La derivada de una función en un punto es la tasa de variación instantánea de la función en ese punto, o sea, es el límite cuando $b \to a$ de la fracción (1). Si hacemos el cambio de variable b - a = h, queda finalmente la expresión de la derivada, que se expresa como sigue:

$$f'(a)=y'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

La interpretación gráfica de la derivada de una función en un punto puede deducirse de la observación de la figura: cuando b tiende a a (h tiende a cero), el punto B tiende a aproximarse infinitamente al punto A, con lo cual la secante tiende a confundirse con la tangente; es decir:

<u>la derivada de una función en un punto es la tangente de la función en ese punto.</u>

b)

La recta tangente a una función en un punto tiene por pendiente la derivada de la función en ese punto:

$$f(x)=L\left(x^2\right)=2\,L\,x \;\;;;\;\; f'(x)=2\cdot\frac{1}{x}=\frac{2}{x} \;\;;;\;\; m=f'(2)=\frac{2}{2}=\underline{1=m}$$

El punto de tangencia es: $y=f(2)=L\left(2^2\right)=2\,L\,2 \;\Rightarrow\; \underline{P(2,\;2\,L\,2)}$

Sabiendo que la recta punto-pendiente es $y-y_0=m(x-x_0)$, la recta tangente pedida es la siguiente:

$y - 2L2 = 1 \cdot (x-2)$;; $x - y + 2L2 - 2 = 0$;; $\underline{\underline{\text{Recta tangente}: \ t \equiv x - y + 2(L2-1) = 0}}$

c)

El punto de corte de la tangente obtenida con el eje Y es la solución del sistema formado por ambas rectas:

$$\left.\begin{array}{l} x - y + 2(L2-1) = 0 \\ x = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow -y + 2(L2-1) = 0 \ ;; \ y = 2(L2-1) \Rightarrow \underline{\underline{Q(0, \ 2L2-2)}}$$

****

BLOQUE 4

Cuestión 4. A   Calcule la siguiente integral: $I = \int_0^1 \frac{x^2+1}{x^2-4} \cdot dx$.

$$I = \int_0^1 \frac{x^2+1}{x^2-4} \cdot dx = \int_0^1 \frac{x^2-4+5}{x^2-4} \cdot dx = \int_0^1 \left(1+\frac{5}{x^2-4}\right) \cdot dx = \int_0^1 dx + \int_0^1 \frac{5}{x^2-4} \cdot dx = [x]_0^1 + I_1 =$$

$$= 1 - 0 + I_1 = \underline{1 + I_1 = I} \qquad (*)$$

$$I_1 = \int_0^1 \frac{5}{x^2-4} \cdot dx = \int_0^1 \frac{5}{(x+2)(x-2)} \cdot dx = \int_0^1 \left(\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-2}\right) \cdot dx = \int_0^1 \frac{Ax - 2A + Bx + 2B}{x^2-4} \cdot dx =$$

$$= \int_0^1 \frac{(A+B)x + (-2A+2B)}{x^2-4} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{r} A+B=0 \\ -2A+2B=5 \end{array} \right\| \begin{array}{r} 2A+2B=0 \\ -2A+2B=5 \end{array} \right\| \rightarrow 4B=5 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \underline{A = -\frac{5}{4}} \\ \underline{B = \frac{5}{4}} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 = \int_0^1 \left(\frac{-\frac{5}{4}}{x+2} + \frac{\frac{5}{4}}{x-2}\right) \cdot dx = -\frac{5}{4}\int_0^1 \frac{1}{x-2} \cdot dx + \frac{5}{4}\int_0^1 \frac{1}{x+2} \cdot dx = \left[-\frac{5}{4} L|x-2| + \frac{5}{4} L|x+2|\right]_0^1 =$$

$$= \frac{5}{4}\left[L|x+2| - L|x-2|\right]_0^1 = \frac{5}{4}\left\{\left[L|1+2| - L|1-2|\right] - \left[L|0+2| - L|0-2|\right]\right\} =$$

$$= \frac{5}{4}(L3 - L1 - L2 + L2) = \frac{5}{4}(L3 - 0) = \underline{\frac{5}{4} L3 = I_1}$$

Sustituyendo el valor obtenido de I_1 en (*), resulta: $\underline{\underline{I = 1 + \frac{5}{4} L3}}$

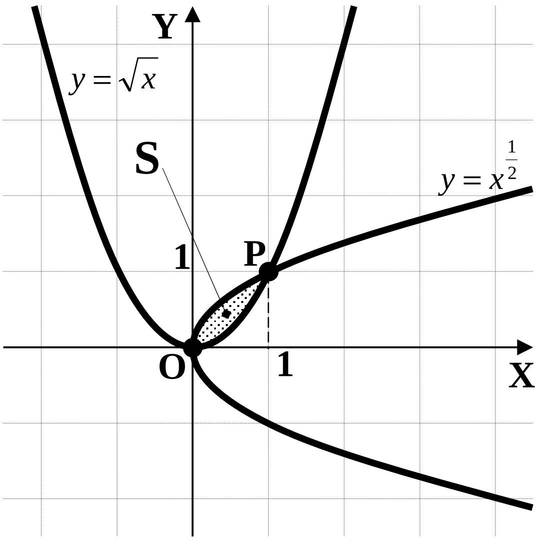
****

Cuestión 4. B   Calcule el área de la región determinada por las curvas $y = x^2$ e $y = x^{\frac{1}{2}}$.

Los puntos de corte de las dos curvas son:

$$\left.\begin{array}{l} y=\sqrt{x}\\ y=x^2\end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{x}=x^2 \;;\; x=x^4 \;;\; x^4-x=0 \;;\; x\left(x^3-1\right)=0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1=0\to \underline{O(0,\ 0)}\\ \\ x_2=1\to \underline{A(1,\ 1)}\end{array}\right.$$

La representación gráfica de la situación se expresa en la gráfica adjunta.



De la observación de la figura se deduce que el área pedida es la siguiente:

$$S=\int_0^1\left(x^{\frac{1}{2}}-x^2\right)\cdot dx=\left[\frac{x^{\frac{3}{3}}}{\frac{3}{2}}-\frac{x^3}{3}\right]_0^1=\left[\frac{2x\sqrt{x}}{3}-\frac{x^3}{3}\right]_0^1=\frac{2\cdot 1\cdot\sqrt{1}}{3}-\frac{1^3}{3}=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\underline{\underline{\frac{1}{3}\ u^2=S}}$$

****